Alla scoperta dei quadrilateri

Un percorso di geometria attraverso l'esperienza manipolativa

Eva Onofrio* e Marina Rocco**

Premessa

Il laboratorio e questo articolo sono a due nomi perché, nell'anno di svolgimento della manifestazione "La matematica dei ragazzi", il Ministero ha promosso il progetto nazionale "Scuole aperte", con lo scopo di favorire le attività in ambiti curricolari che prevedessero una fruibilità da parte del territorio. Nello specifico, l'I. C. "Roli", di cui fa parte la Scuola Primaria "Visintini", soddisfaceva, ospitando la settima edizione della manifestazione "La matematica dei ragazzi", alle condizioni richieste. Il progetto "Scuole aperte" consentiva la stipula di contratti di collaborazione con esperti: Marina Rocco è risultata una scelta naturale sia per aver curato l'organizzazione logistica delle precedenti sei edizioni, sia per la sua possibilità di interagire nelle attività didattiche con la docente di classe Eva Onofrio.

Il lavoro è stato svolto con due classi quarte (12 e 13 alunni rispettivamente, di cui 3 con certificazione di handicap).

Ipotesi iniziale

L'idea era quella di affrontare lo studio e la classificazione dei quadrilateri attraverso molteplici esperienze manipolative, partendo da esperienze già realizzate nella scuola secondaria di I grado anche nel contesto di “La matematica dei ragazzi” (cfr. Rocco, 1996; Rocco, 2002) e sviluppando, in modo particolare, quelle connesse alla produzione di ombre, generate da luce solare o da fonti artificiali. La lezione introduttiva, svoltasi all’aperto tra le ore 10 e le 14.30, è stata perciò incentrata sull’osservazione e sul rilevamento di ombre prodotte con luce solare da sagome di poligoni e di semplici solidi. Gli obiettivi immediati di questa lezione erano quello di incuriosire per motivare allo studio successivo e quello di valutare prerequisiti trasversali, come la capacità di osservazione, registrazione, descrizione, formulazione di ipotesi (*cosa capiterà se; perché sta capitando questo; ecc.*). Due lezioni sono state poi dedicate alla sistemazione dei materiali raccolti o prodotti dai ragazzi e alla costruzione, mediante una discussione collettiva, delle giustificazioni del modificarsi delle ombre di uno gnomone nell’arco della giornata. Ci siamo così accorte che le abilità trasversali erano adeguate rispetto alle caratteristiche delle classi, mentre non erano tali i prerequisiti cognitivi.

Il percorso realizzato effettivamente

Per quanto detto sopra, si è ritenuto opportuno mantenere la metodologia generale prevista, rinunciando però allo studio delle ombre per avere il tempo necessario a costruire i prerequisiti mancanti .

Tra le difficoltà cognitive riscontrate, è subito emersa la quasi incapacità di denominare correttamente angoli acuti e angoli ottusi. Le prime ipotesi sulla causa di questa incapacità sono state:

- l’errata acquisizione del concetto di angolo, a volte confuso col solo vertice, o del concetto di ampiezza dell’angolo, confuso con la lunghezza dei lati del poligono che comprendono l’angolo stesso;

- l’oggettiva mancanza di corrispondenza semantica tra nome e oggetto, sicché acuto e ottuso venivano attribuiti a caso.

Quindi si è cercato di risolvere il problema:

- proponendo una serie di modelli di poligoni in cui venivano evidenziati, a colori, vertici, lati e angoli;

- colorando “a codice” gli angoli (verde→angolo retto; rosso→angolo acuto; giallo→angolo ottuso; in seguito, si sono aggiunti azzurro→angolo piatto; marrone→angolo concavo; nero→angolo giro; viola→angolo nullo), privilegiando così il concetto di regione angolare, come parte di piano compresa fra i due lati.

L'angolo retto veniva sempre riconosciuto con esattezza, mentre rimaneva casuale l'attribuzione di acuto o ottuso. Venendo meno le ipotesi precedenti, ci è sembrato che la causa effettiva di questa difficoltà fosse una certa immaturità nella capacità di valutazione delle grandezze, cioè l'incapacità di confrontare a occhio le diverse ampiezze. Abbiamo dato a ciascun bambino dei campioni di angoli retti da sovrapporre agli angoli da identificare. Questa strategia si è dimostrata vincente, anche se il ricorso al campione è stato "abbandonato" da alcuni bambini (e non soltanto quelli con certificazione di handicap) solo dopo un paio di mesi.

FASE 1 La prima fase dell'attività è iniziata con un elenco di nomi di forme geometriche, proposte agli allievi in modo non strutturato: vi comparivano oggetti della geometria piana mescolati a solidi. Si è proposto di isolare le forme piane, dedicando a ciascuna una piccola scheda da costruire un po' alla volta, man mano che si ampliavano le conoscenze: in ogni scheda doveva comparire il nome della figura, il disegno di un suo rappresentante, il numero di lati, vertici e angoli, il tipo di angoli presenti nel disegno. Per quanto a noi sembri lapalissiano, per i bambini invece è stata una conquista stabilire che ogni volta il numero di vertici, lati e angoli coincide! È stato in questa fase di avvio che sono emerse le difficoltà sopra evidenziate.

FASE 2 Ricalcando esperienze documentate, a partire dalla fine degli anni '70 del XX secolo, da più autori, per supportare lo studio delle figure di cui intendevamo occuparci, abbiamo aiutato i bambini nella costruzione di modelli, in cui i lati sono rappresentati da cannucce da bibita.

I pezzi, da collegare mediante filo elastico a mo' di collana, sono stati preparati da noi, poiché anche in questo caso il colore doveva assumere un ruolo, evidenziando l'eventuale presenza di lati di ugual lunghezza.

I bambini sono stati divisi in coppie, a ciascuna delle quali è stato fornito un kit di montaggio (4 pezzi di cannucce e un pezzo di filo), con cui costruire una collana che avrebbe rappresentato un quadrilatero.

I kit contenevano una di queste combinazioni:

- 4 cannucce di ugual colore e quindi ugual lunghezza;
- 2 cannucce di uno stesso colore + altre 2 di un altro colore;
- 2 cannucce di uno stesso colore + altre 2 di 2 colori diversi;
- 3 cannucce di un colore e 1 diversa;
- 4 cannucce di 4 colori diversi.

Più kit erano replicati, ufficialmente per tenere impegnati tutti i gruppi, in realtà confidando che la realizzazione fornisse risultati diversi nei vari gruppi.

I gruppi che avevano ricevuto kit del primo tipo si attendevano la realizzazione di un quadrato, quelli con kit del secondo tipo si aspettavano un rettangolo, gli altri non avevano aspettative fondate. Dopo aver realizzato il modello, tutti si sono resi conto che la stessa "collana" poteva rappresentare figure diverse: col primo kit, manipolando l'oggetto, si poteva ottenere un quadrato, ma in generale le cannucce formano il perimetro di un rombo; col secondo kit, qualche gruppo otteneva il rettangolo, ma qualche altro no.

FASE 3 Dopo aver sottolineato l'evidenza che 4 cannucce di ugual lunghezza non garantiscono la costruzione di un quadrato e aver fatto rilevare che, col secondo kit, qualche gruppo aveva infilato consecutivamente due cannucce dello stesso colore e qualche altro le aveva alternate a quelle dell'altro colore, si è proceduto a un esame delle possibilità con 4 cannucce di colori diversi. L'esplorazione, a questo punto, doveva essere guidata: mentre l'insegnante muoveva uno dei modelli, i bambini dovevano descrivere ciò che vedevano o rispondere a semplici domande. Successivamente, essi hanno replicato autonomamente l'esperienza, registrando le proprie osservazioni secondo uno schema concordato, producendo due serie di schede

Nella prima scheda compaiono: l'oggetto da manipolare; la parte che in esso si mantiene ferma durante i movimenti; l'elenco delle figure che si riescono a ottenere e un loro disegno; l'elenco degli elementi che rimangono invariati da figura a figura e quello degli elementi che cambiano. In questa scheda compaiono anche osservazioni relative a "situazioni limite" (angolo minimo, angolo massimo, area minima, area massima).

Le schede del secondo tipo erano divise in più colonne: ciascuna di esse conteneva una delle figure ottenute nella stesura della scheda precedente con la relativa descrizione. In queste schede compaiono angoli concavi, quadrilateri intrecciati e figure degeneri. Vi troviamo descrizioni come quelle che seguono:

- tra le figure con 2 coppie di lati opposti uguali: "è una figura intrecciata ed è formata da due triangoli specchiati. Ogni triangolo ha due lati uguali e uno diverso e gli angoli tutti acuti";
- tra le figure con due coppie di lati consecutivi uguali, in corrispondenza della figura degenere che si riduce a un segmento: "ha due angoli piatti e due angoli nulli".

Con metodo e schemi analoghi abbiamo proceduto per le figure realizzate con gli altri kit. Nello spirito di cui sopra, i deltoidi sono stati chiamati a lungo "aquiloni", se convessi, e "frecce", se concavi.

In questa fase, sono stati utilizzati solo i termini già "saldamente" in possesso degli alunni (nome della figura -se già conosciuto-, vertice, angolo e lato, retto, piatto); gli altri termini venivano sostituiti dalla loro descrizione (ad esempio, invece di angolo ottuso: "angolo più grande dell'angolo retto ma più piccolo dell'angolo piatto"). Questo stratagemma ha consentito alle insegnanti di mantenere il monitoraggio sull'acquisizione dei concetti e sullo sviluppo delle abilità di osservazione e descrizione, evitando l'ambiguità sull'origine delle difficoltà manifestate attraverso l'errato uso di un termine (cfr. l'inizio del paragrafo "Il percorso realizzato effettivamente"). Il termine pertinente è stato proposto solo dopo una ragionevole sicurezza sull'adeguata acquisizione del concetto; gli alunni hanno memorizzato rapidamente e con elevato grado di successo ciascuno dei termini perché ne vedevano la funzionalità per abbreviare il lavoro di descrizione, che però verbalmente continuava a essere richiesto.

Nel corso di questa fase, abbiamo guidato gli alunni alla formazione della congettura che la somma degli angoli interni di un quadrilatero è un angolo giro. Il percorso è stato lungo perché i bambini non sapevano che la somma degli angoli interni di un triangolo è un angolo piatto e si è scelto di non parlarne. Si è iniziato con 4 cannucce di un colore e 4 di un altro colore per realizzare 2 famiglie di parallelogrammi. Fissato un parallelogramma come primo oggetto, lo si riproduce con la seconda collana imponendo di concentrare l'attenzione sugli angoli. I due parallelogrammi sono stati accostati in corrispondenza del lato corto: si è potuto osservare il formarsi di angoli piatti, e ciò si verifica unendo i parallelogrammi in qualunque modo per sovrapposizione dei lati. Poiché il secondo parallelogramma è una replica del primo, si intuisce la supplementarità degli angoli consecutivi e la congruenza degli angoli opposti; lo stesso accade con cannucce tutte dello stesso colore: almeno per i parallelogrammi, la somma degli angoli interni è un angolo giro. A questo punto, è stato suggerito ai bambini di disegnare una striscia e, prendendo come lati opposti due segmenti sulle rette che la delimitano, cercare di ottenere quadrilateri di più tipi possibili. I bambini si sono subito resi conto dell'impossibilità di realizzare in questo modo quadrilateri concavi e del fatto che, una volta fissato il primo lato, a seconda di come posizionavano il lato opposto, potevano ottenere un trapezio oppure un parallelogramma.

Un gioco di accostamenti con ritagli di cartoncino, che rappresentavano la possibilità di realizzare trapezi o parallelogrammi, porta a dire che:

- nei trapezi, la somma degli angoli sui lati obliqui dà un angolo piatto;
- non è vero che lo stesso accade sommando uno dei loro angoli ottusi con uno qualunque dei loro angoli acuti;
- la somma dei 4 angoli è un angolo giro.

Non sono stati né proposti né richiesti i termini usati in questa esposizione e sulle schede prodotte dai bambini si legge, ad esempio, "la somma degli angoli sullo stesso lato è sempre un angolo piatto". Nessuna parte di questo lavoro prevedeva ovviamente dimostrazioni rigorose, ma solo la formulazione di congetture, attraverso l'osservazione di quanto realizzabile con diversi modelli. Tuttavia, alcuni degli allievi sono stati in grado di argomentare in maniera appropriata le loro congetture. Per vedere se la somma degli angoli interni di un quadrilatero è sempre un angolo piatto, abbiamo proposto dei puzzle di diversi quadrilateri, ciascuno diviso in 4 pezzi e con gli angoli opportunamente colorati. Tra le osservazioni fatte dagli alunni, ci sono parse degne di nota le seguenti:

- "Se un quadrilatero è concavo non può avere 2 angoli retti perché loro insieme fanno un angolo piatto e dall'angolo giro non avanza abbastanza per un angolo marrone" (Rebecca)
- "Se un deltoide concavo ha un angolo retto, può essere solo quello opposto all'angolo concavo perché gli altri 2 sono uguali e [se fossero retti] capiterebbe come prima" (Alessia T.)
- "Se un quadrilatero ha 3 angoli retti allora deve averne 4" (Elisa)
- "Se un rombo ha 1 angolo retto allora li ha tutti e 4 perché quello opposto è uguale e con uno di quelli sullo stesso lato devo fare l'angolo piatto" (Alessio)

FASE 4 Questa fase risulta distinta dalla precedente solo per la chiarezza espositiva; le due fasi si sono svolte, in effetti, contemporaneamente. Con alcuni ritagli di cannucce si è fatto osservare che non sempre è possibile la realizzazione di un quadrilatero ("Se una cannuccia è troppo lunga le altre 3 non bastano", Alessia R.). Supportati dagli oggetti costruiti con le cannucce e dalle schede di osservazione riguardanti la manipolazione, i bambini hanno integrato le schede iniziali di descrizione dei quadrilateri, aggiungendo le figure scoperte più di recente (deltoidi; parallelogrammi; quadrilateri generici, che noi abbiamo chiamato "senza proprietà") e le nuove conoscenze, tra cui sia le osservazioni sugli angoli sopra esposte, sia quelle relative alle diagonali. Ogni scheda, oltre alla figura (che omettiamo), colorata con i soliti codici, per evidenziare gli angoli e le coppie di segmenti congruenti, presentava una descrizione analoga alla seguente, relativa a un trapezio isoscele, che si riporta come esempio:

- Ha una coppia di lati uguali
- Può avere due coppie di lati uguali, ma allora cambia nome
- Ha una coppia di lati paralleli
- Può avere due coppie di lati paralleli, ma allora cambia nome
- Ha due coppie di angoli uguali
- Ogni coppia formata da un angolo acuto e un angolo ottuso fa un angolo piatto
- Può avere le diagonali perpendicolari
- Ha le diagonali uguali
- Le diagonali hanno due coppie di pezzi uguali

Si noti che nell'elenco delle proprietà compaiono le locuzioni "ha" e "può avere": la prima accompagna le condizioni necessarie per la figura in esame, mentre la seconda suggerisce un rapporto di inclusione tra insiemi di quadrilateri. Specificatamente, riferendosi all'esempio di cui sopra, si deduce la nostra scelta di includere i parallelogrammi tra i trapezi isosceli. L'insieme delle schede prodotte è stato sintetizzato in un cartellone (cfr. Figura 1). Si noti che, nel cartellone, anche le caselle "vuote di segno" non sono "vuote di significato".

1

		quadrilatero s.p. convesso	quadrilatero s.p. concavo	deltoide convesso	deltoide concavo	trapezio scaleno	trapezio rettangolo	trapezio isoscele	parallelogramma	rombo	rettangolo	quadrato
lati	**1 coppia uguali**	•	•	□	□	•	•	■	□	□	□	□
	3 uguali	•	•		•			•		□		□
	2 coppie uguali			■	■				■	□	■	□
	4 uguali									■		■
	1 coppia paralleli				X	■	■	■	□	□	□	□
	2 coppie paralleli				X				■	■	■	■
	1 coppia perpendicolari	•	•	•	•		□					□
	2 coppie perpendicolari	•	X	•	X		■				□	□
	3 o 4 coppie perpendicolari		X		X						■	■
angoli	**1 coppia uguali**	•	•	■	■		■				□	□
	3 uguali				•						□	□
	2 coppie uguali		X		X			■	■	■	□	□
	4 uguali		X		X						■	■
	1 o 2 coppie formano angoli piatti		X		X	■	■	■	■	■	■	■
	1 concavo	X	■	X	■	X	X	X	X	X	X	X
	1 retto	•	•	•	•		□				□	□
	2 retti	•	X	•	X		■				□	□
	3 o 4 retti		X		X						■	■
diagonali	**perpendicolari**	•	•	■	■	•	•	•		■		■
	uguali				•			■			■	■
	1 coppia "pezzi" uguali	•	•						□	□	□	□
	3 "pezzi" uguali	•	•		X						□	□
	2 coppie "pezzi" uguali							■	■	■	□	□
	4 "pezzi" uguali										■	■
	1 fuori	X	■	X	■	X	X	X	X	X	X	X
simmetrie	**1 asse**			■	■			■		□	□	□
	2 assi									■	■	□
	3 o 4 assi											■
	centro								■	■	■	■

LEGENDA:
- • Proprietà che può essere presente senza che la figura cambi nome
- □ Proprietà sicuramente presente perché in realtà ce n'è una più forte
- ■ Proprietà necessaria per la figura
- X Proprietà incompatibile con la figura

"Casella vuota" Proprietà che, se presente, dà diritto ad un cambio di nome

Abbiamo rinforzato la consapevolezza dei rapporti di inclusione proponendo esercizi del tipo: "Un quadrilatero ha .... Cosa può essere?".

La risposta doveva contenere l'elenco *completo* delle figure ammissibili: ad esempio, "ha una coppia di lati paralleli" andava ovviamente intesa nel senso che "ha *almeno* una coppia di lati paralleli" e che "qualunque situazione sugli angoli soddisfa la richiesta". La risposta dunque, in questo caso, avrebbe compreso trapezi (scaleno, rettangolo, isoscele), ma anche parallelogrammi generici, rombi, rettangoli e quadrati.

Altre situazioni su cui abbiamo insistito sono del tipo seguente:

– un trapezio isoscele *può avere* tre lati uguali ("e buon per lui");
– un rombo *può avere* un angolo retto (ma allora lo sono tutti e quattro e ha diritto al nome di quadrato): in corrispondenza, la casella è rimasta vuota (cfr. Legenda).

FASE 5 Per far comprendere l'importanza delle proprietà, abbiamo fatto notare che su esse si fondano le costruzioni con riga e compasso delle diverse figure (anche se questa non è la loro unica valenza).

Ad esempio, tra le proprietà del rettangolo troviamo:

– ha le diagonali uguali;
– le diagonali hanno 4 pezzi uguali (in seguito sostituita da "le diagonali si tagliano a metà").

La costruzione (eseguita dall'insegnante alla lavagna con gesti "vistosi") veniva riprodotta sui quaderni e contemporaneamente descritta con istruzioni passo passo, prodotte dagli alunni. Riportiamo da un quaderno:

1. disegna una retta
2. disegna un'altra retta che incroci la prima
3. prendi un segmento sulla prima retta partendo dall'incrocio fra le due rette
4. prendi un altro segmento sulla prima retta partendo dall'incrocio fra le due rette, della stessa lunghezza di quello precedente
5. prendi un segmento sulla seconda retta partendo dall'incrocio fra le due rette, della stessa lunghezza di quello precedente
6. prendi un altro segmento sulla seconda retta partendo dall'incrocio fra le due rette, della stessa lunghezza di quello precedente
7. unisci i punti che hai trovato
8. ottieni un rettangolo e le sue diagonali [*evidenziato sul quaderno*]

È chiaro che tutto sarebbe stato meno laborioso se tutti i bambini si fossero ricordati di portare il compasso!

Il punto della situazione: contenuti appresi e abilità sviluppate

I contenuti acquisiti sono quelli presentati nelle schede realizzate dagli alunni, cioè, per ogni quadrilatero, la scheda di descrizione e la scheda di costruzione con relative istruzioni.

La principali abilità acquisite o rinforzate sono state:

- *capacità di osservazione, registrazione, descrizione*, che sono state sviluppate e applicate durante la costruzione delle schede;
- *capacità di formulare delle congetture e di argomentare a loro favore*, che sono state sviluppate e applicate con gli esercizi di manipolazione degli oggetti costruiti con le cannucce e con quelli relativi al "cartellone delle proprietà";
- *(adeguate) abilità di uso degli strumenti e di precisione nelle costruzioni geometriche*;
- *capacità di organizzazione del quaderno come strumento di lavoro e "deposito" di informazioni*;
- *capacità espositive con uso appropriato di linguaggio specifico*.

Il laboratorio: descrizione delle postazioni

L'ideazione delle regole dei giochi proposti nel laboratorio presentato a "La matematica dei ragazzi" e la realizzazione dei materiali hanno ulteriormente contribuito al rinforzo dei contenuti e al potenziamento delle abilità.

La gestione delle 4 postazioni prevedeva 2 fasi: una prima parte, comune a tutte le postazioni, e una seconda parte di gioco, diversa per ogni postazione. Nella prima parte, ogni gruppo intratteneva i visitatori su questioni generali, utilizzando gli stessi materiali e, più o meno, lo stesso itinerario usati durante l'anno scolastico. In particolare, sono stati utilizzati i modelli con cannucce, campioni di angoli e il cartellone delle proprietà. I giochi proposti nelle 4 postazioni, ispirati a più o meno noti giochi di società, erano i seguenti:

Pesca la forma. Uno scatolone conteneva 9 quadrilateri ritagliati in plastica semirigida. Le figure comprendevano un quadrato, un rettangolo, un rombo, un parallelogramma, un quadrilatero "senza proprietà" concavo, un deltoide convesso e uno concavo, un trapezio rettangolo e uno isoscele. Uno dei visitatori, bendato, doveva pescare la forma che gli veniva richiesta dal gruppo di presentatori, servendosi solo del tatto per verificare la presenza delle opportune proprietà. I compagni dovevano verificare la correttezza della scelta o fornire suggerimenti ("cerca l'angolo concavo", "senti se c'è un angolo retto", ...).

Trova la coppia. Su metà del tavolo, si disponevano, capovolti, 16 cartoncini con le figure e, sull'altra metà del tavolo, altri 16 cartoncini, sempre capovolti, con i corrispondenti nomi. Si trattava di determinare, con le regole del ben noto gioco “Memory”, le coppie corrette di “nomi” e ”figure”. Le figure erano le seguenti: un quadrilatero “senza proprietà” concavo e uno convesso, un quadrilatero “senza proprietà” concavo con 3 lati uguali, un quadrilatero “senza proprietà” convesso con 2 angoli retti, un deltoide concavo e uno convesso, un deltoide concavo con 3 angoli uguali, un deltoide convesso con un angolo retto, un trapezio scaleno, uno rettangolo, uno isoscele e uno isoscele con 3 lati uguali, un parallelogramma generico, un rombo, un rettangolo e un quadrato.

Le “famiglie” dei quadrilateri. Si utilizzavano 16 carte con le figure uguali a quelle del gioco precedente, che venivano distribuite a 4 giocatori. Lo scopo del gioco era quello di entrare in possesso di tutte le 4 carte della stessa “famiglia”: quella dei quadrilateri “senza proprietà”, quella dei deltoidi, quella dei trapezi e quella dei parallelogrammi. Per raggiungere lo scopo, ogni giocatore chiedeva a un altro giocatore, da lui scelto, di passargli, se ce l’aveva, una delle figure occorrenti, nominandola anche con l’eventuale specificazione delle sue proprietà (es. trapezio isoscele *con tre lati uguali*). Lo scopo didattico di questo gioco era, per la classe dei presentatori, quello di potenziare la conoscenza delle caratteristiche necessarie o opzionali per le varie figure.

Indovina quale. Si disponeva di una doppia serie di figure (le stesse 16 utilizzate nei giochi precedenti). Un gruppo di giocatori si poneva davanti a una piattaforma con le 16 figure in vista. Un giocatore avversario disponeva dalla sua parte una figura estratta dal secondo mazzo, che il primo gruppo doveva poi identificare attraverso una successione di domande per cui erano ammesse solo le risposte “SÌ” o “NO”. Le domande dovevano essere scelte tra quelle comprese in un elenco prestabilito riportato su un cartellone accessorio del gioco, come il seguente:

1. Ha 1 coppia di lati uguali?
2. Ha 3 lati uguali?
3. Ha 2 coppie di lati uguali?
4. Ha 4 lati uguali?
5. Ha 1 coppia di lati paralleli?
6. Ha 2 coppie di lati paralleli?
7. Ha 1 coppia di angoli uguali?
8. Ha 3 angoli uguali?
9. Ha 2 coppie di angoli uguali?
10. Ha 4 angoli uguali?
11. Ha 1 angolo retto?
12. Ha 2 angoli retti?
13. Ha 4 angoli retti?
14. Ha le diagonali perpendicolari?
15. Ha le diagonali uguali?
16. Ha 1 diagonale fuori?

L’identificazione della risposta e quella delle figure che, di conseguenza, il primo gruppo doveva eliminare erano facilitate dal solito codice a colori, presente sulle figure di tutti i mazzi. Ad esempio, la domanda “Ha una diagonale *fuori*?” equivaleva a chiedere se c’era un angolo concavo, quindi occorreva cercare se ce n’era uno colorato in marrone. La scelta delle domande da inserire nell’elenco è derivata da una discussione collettiva con gli alunni, sulla base delle proprietà sintetizzate sul cartellone, evitando “i doppioni”: ad esempio, era inutile chiedere se “ha 3 angoli retti” (se ne ha tre, allora questi sono già quattro) oppure se “ci sono coppie di lati perpendicolari” (c’erano già altre domande sugli angoli retti).

Nel testare il gioco, gli alunni hanno sviluppato delle strategie per le domande da porre. Ad esempio, chiedere se “ha 4 lati uguali” non è conveniente come domanda iniziale. Naturalmente, gli alunni dovevano anche ricordare che la risposta affermativa alla domanda 1 mantiene tutte le carte se i lati uguali sono due o più, mentre le stesse carte sono da eliminare in caso di risposta negativa.

Conclusioni

L’esito soddisfacente dell’esperienza di lavoro, al di là della capacità espositiva e di quella di intrattenimento dimostrate dagli allievi durante la manifestazione, si è visto, a breve termine, mediante una prova di verifica sull’acquisizione dei contenuti e, a più lungo termine, con il riutilizzo degli stessi materiali in apertura d’anno scolastico.

Si sono notati inoltre atteggiamenti di maggior consapevolezza metacognitiva, anche in situazioni di tipo aritmetico, come, ad esempio, “so fare, mi viene giusto ma non so spiegarlo al telefono al compagno assente, allora devo ancora capire qualcosa”.

Riportiamo qui di seguito, suddividendone le domande, il testo della verifica a breve termine e i commenti sulle risposte degli allievi.

1. *Un quadrilatero ha tutti i lati uguali*
   – *È sicuramente un quadrato?* SÌ NO

2. *Un quadrilatero ha le diagonali perpendicolari*
   – *È sicuramente un rombo?* SÌ NO
   – *Potrebbe essere un trapezio?* SÌ NO

Queste domande hanno avuto circa il 50% di risposte esatte; come abbiamo appurato in seguito, l’esito, ampiamente inferiore alle aspettative e contraddittorio rispetto a quanto rilevato in altre parti della stessa verifica, è stato causato dall’erronea interpretazione del termine “sicuramente”.

3. *Un quadrilatero ha le diagonali uguali*
   – *Potrebbe essere un rettangolo?* SÌ NO
   – *Potrebbe NON essere un rettangolo?* SÌ NO

La formulazione di queste domande non si presta a causare l’inversione di un’implicazione logica: i risultati positivi salgono al 75%.

4. *Disegna un quadrilatero con i lati tutti uguali e senza angoli retti. Che nome ha?*
5. *Disegna un quadrilatero con le diagonali uguali che si tagliano a metà. Che nome ha?*

Le risposte corrette sono ancora il 75%.

6. *Disegna una quadrilatero con due coppie di lati uguali. Che nome ha? Potresti disegnarne un altro con un nome diverso? Se sì, quale?*

Solo il 75% degli alunni ha affrontato queste richieste, ma, di questi, tutti hanno risposto correttamente, fornendo da due a cinque quadrilateri di nome diverso rispetto al primo che hanno disegnato; qualcuno li ha rappresentati addirittura tutti!

7. *Esegui le istruzioni:*
   1) *Disegna una retta*
   2) *Disegna un'altra retta perpendicolare alla prima*
   3) *Sulla prima retta segna un segmento di 5 cm a partire dall'incrocio con l'altra retta*
   4) *Sulla prima retta segna un altro segmento di 5 cm a partire dall'incrocio con la seconda retta*
   5) *Sulla seconda retta segna due punti*
   6) *Congiungi i quattro punti*

   Che figura hai ottenuto?

Il 60% degli alunni esegue correttamente le istruzioni. Il restante 40% interpreta l'istruzione 5 come replica della 3 e della 4, ottenendo quindi un caso particolare e non quello generale.

Considerando le prestazioni nel loro complesso, si rileva che 4 alunni, cioè il 20%, rispondono correttamente a meno del 50 % delle domande; 6 alunni, cioè il 30%, rispondono correttamente ad almeno il 75% delle domande; i due alunni con certificazione di handicap rientrano nel restante 50% che risponde correttamente ad almeno il 50 % delle domande, ma a meno del 75%. Confrontando tali risultati con quelli altre volte ottenuti con gli stessi allievi, l'insegnante di classe si considera pienamente soddisfatta.

Come previsto dal progetto "Scuole aperte" di cui si è accennato nell'introduzione di questo contributo, si intende proseguire in questo e nei prossimi anni scolastici con l'allestimento di un laboratorio permanente, fruibile dall'intero Istituto Roli. In tale laboratorio verranno raccolti i materiali prodotti all'interno dell'Istituto, per questa e per le precedenti edizioni di "La matematica dei ragazzi". Gli insegnanti che ne sono stati i curatori saranno a disposizione per illustrare ai colleghi i percorsi e i materiali e per supportarli nella fruizione del laboratorio da parte delle loro classi.

Note

* Scuola Elementare "F.lli Visintini", via Forti, 15, I-34100 Trieste
e-mail: evaon@tiscalinet.it

** e-mail: marina.rocco1@tin.it

1 Nonostante la coincidenza di contenuti, di metodologia e di materiali, rispetto a Rocco (2002), si è realizzato un laboratorio con postazioni completamente diverse.

2 Le lunghezze dei pezzi di cannuccia rendevano sempre possibile la costruzione; della condizione di costruibilità si è trattato in seguito (cfr. Fase 4).

Bibliografia

Castelnuovo E., 1972, *Documenti di un'esposizione di matematica*, Bollati Boringhieri, Torino

Castelnuovo E., Barra M., 1977, *Matematica nella realtà*, Bollati Boringhieri, Torino

Rocco M., 1996, "Gli strumenti modificano le capacità argomentative?", in Grugnetti L., Iaderosa R., Reggiani M. (a cura di), 1996, *Argomentare e dimostrare nella scuola media*, Atti del XV Convegno Nazionale dei Nuclei di Ricerca in Didattica della Matematica, S.E.A.G., Pavia

Rocco M., 2002, "Studio di figure geometriche con strumenti didattici di vario tipo", in Zuccheri L., Leder D., Scheriani C. (a cura di), 2002, *La matematica dei ragazzi: scambi di esperienze tra coetanei. Antologia delle edizioni 1996-1998*, EUT, Trieste, p. 19