

Probabilmente...

l'abbiamo combinata bella!

(Giochi di probabilità e combinatoria nella scuola elementare)

EVA ONOFRIO*

In questa relazione intendo presentare alcuni spunti per un possibile itinerario per lo studio della probabilità nella scuola primaria. Il lavoro è stato svolto in una classe V durante l'intero anno scolastico e si è concretizzato nella realizzazione di un laboratorio presentato alla V edizione di "La matematica dei ragazzi", svoltasi nel 2004.

La scelta di questo argomento è frutto di alcune riflessioni sulle indicazioni didattiche e psicopedagogiche dei programmi della scuola elementare, che sottolineano l'importanza di sviluppare negli alunni una mentalità il più possibile flessibile e aperta e affermano che *"importanza educativa notevole va riconosciuta anche a concetti, principi e capacità connessi (...) con l'elaborazione di giudizi e di previsioni in condizioni di incertezza"*. Questa considerazione mi sembra molto importante in una società, come la nostra, che non a caso si definisce "dell'incertezza". La logica a due valori (vero/falso) trova raramente riscontro nell'esperienza di tutti i giorni, quando dobbiamo continuamente scegliere tra possibili alternative, affrontando situazioni di incertezza. Ne consegue che un obiettivo educativo di fondo, fin dai primi anni di scolarizzazione, dovrebbe essere quello di stimolare la capacità di razionalizzare e contestualizzare le decisioni, sapendo scegliere tra le varie soluzioni possibili quella che offre maggiori garanzie di risultati soddisfacenti.

Bruno De Finetti, uno dei maggiori studiosi della teoria della probabilità, sostiene che questa, *«prima ancora di avere bisogno di appoggiarsi al calcolo (...) altro*

non è che il buon senso stesso: quella specie di buon senso che induce a soppesare, in base a tutti gli argomenti ed elementi disponibili, il grado di fiducia più o meno grande nei riguardi di ogni cosa, rifuggendo da sconsiderate affermazioni di impossibilità o di certezza».

Quindi tra il certo e l'impossibile, il sì e il no, troviamo l'“incerto”, il “forse che sì, forse che no” (come l'hanno definito i bambini), il più o meno probabile.

Volendo sviluppare un percorso didattico coerente e significativo, il primo problema che ci troviamo ad affrontare è proprio il concetto di “evento fortuito”. Secondo Piaget, la negazione del fortuito è una delle caratteristiche del pensiero del bambino in età prescolare. Il bambino è convinto che niente si verifichi per caso, che ogni evento sia la manifestazione di un'intenzionalità propria delle persone o degli oggetti, e quindi tende a privilegiare una logica di tipo binario vero/falso, giusto/sbagliato, sì/no. Secondo Fischbein, invece, il bambino possiede già in età prescolare un'intuizione di evento casuale e conseguentemente di probabilità, anche se soltanto in situazioni molto semplici. Dobbiamo quindi sfruttare queste intuizioni per avvicinare precocemente il bambino al pensiero probabilistico prima della conquista del pensiero formale, quando ormai ha già assunto un atteggiamento deterministico. Fischbein punta il dito proprio sull'insegnamento scolastico che, privilegiando quasi esclusivamente l'interpretazione deterministica dei fatti e dei fenomeni, induce un atteggiamento di chiusura nei confronti del probabile e dell'incerto in genere.

Per quanto riguarda l'argomento “probabilità”, i libri di testo della scuola elementare presentano quasi esclusivamente la concezione di “probabilità classica”, senza partire da problemi significativi per rappresentare uno scenario di incertezza in cui esercitare la capacità di previsione.

Il superamento della logica binaria del vero/falso e l'accettazione del fortuito necessita di una maturazione affettiva oltre che cognitiva, poiché, come tutti sappiamo, l'incertezza ci turba, ci preoccupa, e può generare angoscia. Sapersi porre di fronte alle situazioni in modo oggettivo, senza lasciarsi influenzare da attese e desideri, ed essere disposti a coglierne i cambiamenti, è una grossa conquista che nemmeno tutti gli adulti possiedono. La nozione di probabilità nasce, a un primo livello, proprio come tentativo di dominare, almeno in parte, gli eventi fortuiti, essendo in grado di prevederli o meglio di prevedere la loro possibilità di accadere. Le situazioni di incertezza possono così essere gestite emotivamente perché sono controllate dal nostro pensiero attraverso i processi di anticipazione, previsione, ipotesi, cioè di razionalizzazione di fatti, avvenimenti e fenomeni della realtà di cui pure non possediamo tutte le informazioni.

Il gioco costituisce l'occasione più immediata per avvicinare il bambino al mondo del probabile, per farlo riflettere in situazioni di incertezza, come avviene in tutti quei giochi in cui la riuscita individuale non è determinata dall'abilità, dall'agilità o dalla forza del giocatore, ma dalla sua capacità nel saper scegliere, tra le varie mosse possibili, quella che offre maggiore probabilità di vittoria. Il gioco, anche nell'immaginario collettivo, è spesso accostato al concetto di pro-

babilità (lotterie varie, giochi d'azzardo, ...). Didatticamente esso è un mezzo potente perchè permette ai bambini di lasciare spazio alla fantasia, di esprimersi più liberamente nel rispetto delle regole del gioco stesso, di scegliere strategie senza preoccuparsi di valutazioni da parte dell'insegnante, di socializzare interagendo con i compagni, di confrontare le proprie strategie con quelle degli altri e decidere quale applicare in momenti o partite successive, di formulare ipotesi di risoluzione considerando contemporaneamente varie possibilità/opzioni, di esercitarsi per impadronirsi di abilità/competenze trasferibili in altri ambiti di apprendimento.

Il lavoro di riflessione sul linguaggio ha di per sé un notevole valore pedagogico e formativo: ragionare su una situazione incerta, nella quale le prospettive non sono un sicuro sì o un sicuro no, induce a un comportamento flessibile ed elastico, ben diverso da quello più rigido che si assume in situazioni "corretto /sbagliato". Infatti, anche in semplici giochi in cui è richiesta una previsione, il bambino si trova a un certo punto a dover riconsiderare la propria scelta e a valutare meglio quella altrui: ciò significa sia costruire gradualmente nel bambino un atteggiamento corretto di fronte alla scienza, sia abituarlo ad avere aspettative più realistiche.

In "La matematica dei ragazzi", l'accento è posto, al di là dei contenuti specifici presentati nei vari laboratori, sul modo di veicolare tali contenuti: appunto "lo scambio di esperienze e conoscenze tra coetanei". Questo implica, da parte dei ragazzi, un lavoro di riflessione sui propri percorsi di ragionamento e di apprendimento: non è sufficiente aver capito o assimilato un concetto, bisogna anche essere in grado di renderlo fruibile agli altri. È necessario modificare il proprio linguaggio a seconda di chi ci sta di fronte e non seguire percorsi standard, ma adeguarli in base all'età, alle conoscenze e alla capacità di comprensione dell'interlocutore. È proprio la capacità di trasmettere un sapere che ci rende pienamente consapevoli e padroni della conoscenza stessa.

OBIETTIVI

Cognitivi:

- comprensione e analisi delle espressioni "certo", "possibile", "impossibile", ma anche "quasi certo", "quasi impossibile", "forse";
- distinzione sia lessicale che concettuale tra le espressioni "possibile" e "probabile" / "impossibile" e "improbabile";
- scoperta che l'impossibilità è una certezza;
- introduzione del concetto di "probabilità" (soggettiva, frequentista, classica);
- acquisizione di semplici elementi di combinatoria.

Trasversali:

- sviluppare le capacità collaborative;

- sviluppare le capacità argomentative (affinare l'uso del linguaggio dal punto di vista argomentativo e di esplicitazione del proprio pensiero);
- sviluppare le capacità metacognitive (riflessione sul proprio modo di ragionare, di rielaborare le informazioni, di operare scelte, ...).

MODALITÀ DELL'INTERVENTO

Dato che l'orario della scuola prevedeva un prolungamento pomeridiano, in fase di progettazione degli orari si è pensato di dedicare queste due ore settimanali all'attività di "laboratorio matematico".

L'attività è iniziata a ottobre con le seguenti caratteristiche:

- i bambini si sono organizzati autonomamente suddividendosi in quattro gruppi (da 4 o 5 alunni, la composizione dei gruppi è variata nel corso dell'anno);
- tutte le unità didattiche si sono svolte mantenendo la struttura di "lavori di gruppo", cioè ogni gruppo produceva un elaborato proprio (schema, testo, tabella, disegno, ...), che poi veniva presentato e discusso con gli altri gruppi.

Lo scopo finale di ogni gruppo era quello di ideare, progettare e costruire uno o più giochi da presentare a "La matematica dei ragazzi". Il gioco doveva basarsi su esperienze e "scoperte" fatte durante le ore di laboratorio. Al laboratorio di "La matematica dei ragazzi" avremmo presentato anche oggetti e strumenti ideati e costruiti da noi, e cartelloni per illustrare il percorso seguito e le scoperte fatte.

IL LABORATORIO

Postazione n° 1

Probabilità e Probabilometro

Il probabilometro è strumento ideato dai bambini per visualizzare il concetto di "probabilità".

Testi prodotti dai bambini e usati come traccia alla manifestazione:

In questo laboratorio si parla di **PROBABILITÀ**. Ma cos'è la **PROBABILITÀ**?

Ogni giorno, in ogni momento noi ci troviamo di fronte a dei fatti che possiamo definire **CERTI**. Per esempio, se dico: "Io sto indossando una maglietta rossa", voi che cosa rispondete? "NO". Oppure se dico: "Jessica indossa i jeans", voi che cosa rispondete? "SÌ". Questi sono fatti o eventi **CERTI** perché si riferiscono a fatti o eventi che stanno succedendo qui e adesso, e quindi tutti possiamo controllare se sono veri o no. Ma se io dico: "Domani indosserò una maglietta rossa" oppure

“La mia amica che è a scuola indossa una maglietta rossa”, voi che cosa risponderete? (risponderete booh, non so, forse, può darsi). E perché non potete rispondere come prima sicuramente sì oppure sicuramente no?

Perché sono cose (o fatti o eventi) che non avvengono qui e ora, ma o nel futuro oppure in un altro posto che noi non vediamo. Di tutte le cose che devono ancora avvenire, cioè del futuro, o di quelle del presente o del passato di cui però non abbiamo tutte le informazioni, non possiamo dire con certezza “sì” o “no”, cioè se sono sicuramente vere o sicuramente false; possiamo dire solo che sono possibili o probabili.

Tra le cose possibili, alcune hanno più probabilità di essere vere o di avverarsi nel futuro, altre meno.

Noi possiamo attribuire un valore di probabilità a ogni evento: naturalmente più informazioni abbiamo, più verosimile sarà la nostra “previsione”.

Per capire meglio la probabilità abbiamo inventato il probabilometro.

Il probabilometro è uno strumento che registra la probabilità che un evento accada. È formato da una piattaforma con un buco nel mezzo, nel quale è inserito un bastoncino (noi abbiamo usato l’abaco); in questo bastoncino si infilano tante palline quanta è la probabilità che l’evento accada.

Ci sono tre tipi di cose che si possono verificare:

- *certezza positiva*: è la certezza che un evento accada sicuramente. Per esempio: “Lancio due dadi da 6. Uscirà un numero tra il 2 e il 12.”
- *certezza negativa*: è la certezza che quell’evento non accada. Per esempio: “Lancio un dado da 6. Uscirà il numero 7.”
- *incertezza*: Per esempio: “Lancio un dado da 6. Uscirà il numero 3.”

Se il probabilometro è quasi tutto pieno, vuol dire che riteniamo che è molto probabile che quell’evento si verifichi. Se, invece, è pieno a metà, vuol dire che stimiamo la probabilità al 50%, e, se è riempito con meno di 5 palline, allora la probabilità che stimiamo è bassa.

Noi possiamo attribuire a ogni evento un valore di probabilità: naturalmente più informazioni abbiamo, più la probabilità è verosimile.

Noi abbiamo inventato questo strumento, il **PROBABILOMETRO**, per misurare la probabilità che hanno i vari eventi di verificarsi.

Il probabilometro misura la probabilità soggettiva, cioè la probabilità che ognuno di noi, in base alle sue conoscenze, assegna a un certo fatto.

Funziona così:

- sull’asta si possono infilare da 0 a 10 palline;
- se mettiamo 0 palline, vuol dire che siamo sicuri che quella cosa non accadrà o che non è accaduta (certezza negativa);

- se mettiamo tutte e 10 le palline, vuol dire che siamo sicuri che quella cosa accadrà o è già accaduta (certezza positiva);
- quando non siamo sicuri se una cosa può o non può accadere, mettiamo da 1 a 9 palline;
- se mettiamo tante palline, vuol dire che pensiamo che quel fatto ha molte probabilità di essere vero o di avverarsi;
- se mettiamo poche palline o una sola pallina vuol dire che pensiamo che quel fatto abbia poche o pochissime probabilità di avverarsi.

Probabilometro e frequenza

Testi prodotti dai bambini e usati come traccia alla manifestazione:

Adesso proviamo a fare un altro gioco sempre usando il probabilometro.

In questa scatola abbiamo messo delle palline di due colori diversi. Ma non vi diciamo di che colori sono. (*Mettiamo 7 palline nere e 3 rosse.*) In tutto le palline sono 10. Che probabilità ci sono che io peschi una pallina bianca? Provate con il probabilometro. Adesso facciamo 10 estrazioni e dopo riproviamo a usare il probabilometro: quante probabilità ci sono che alla prossima estrazione io peschi una pallina bianca? Perché non avete/avete messo nessuna/poche/una pallina? Quante probabilità ci sono che io peschi una pallina rossa? Usate il probabilometro. Quante probabilità ci sono che io peschi una pallina nera? È più facile rispondere dopo le 10 estrazioni o prima? Perché?

Certe volte, quando non abbiamo o non possiamo avere tutte le informazioni, se ripetiamo più volte le prove (le estrazioni nel nostro caso), vediamo quali sono gli eventi che si verificano con maggiore frequenza (cioè che accadono più spesso). È ragionevole supporre (pensare) che, per esempio, se su 10 estrazioni la pallina nera è uscita 8 volte, la pallina rossa 2 e la pallina bianca non è mai uscita, ci siano tante palline nere, poche palline rosse e nessuna pallina bianca (perché so che ci sono palline di due colori soli). Allora quando vi chiedo “Quante probabilità ci sono che esca una pallina nera?”, voi dovete mettere tante o poche palline sul probabilometro? E se vi chiedo “Quante probabilità ci sono che esca una pallina rossa?”, dovete mettere tante o poche palline sul probabilometro?

Postazione n° 2

La probabilità incontra la combinatoria

Giochi con dadi diversi (colorati, da 4, da 6, da 8 facce, ecc.), osservazioni e ricerca sistematica dei casi possibili, costruzione dello “spazio degli eventi”. Rappresentazione sul reticolo cartesiano delle combinazioni con due e tre dadi (da 4, da 6, da 8, ...).

Testi prodotti dai bambini e usati come traccia alla manifestazione:

Il reticolo cartesiano è una specie di tabella che noi abbiamo usato per rappresentare gli incroci con i dadi. Per costruire questa tabella bisogna disegnare tante linee orizzontali e tante verticali quante sono le facce dei dadi. Noi siamo riusciti a costruirla anche con delle cannuce colorate e dei pezzi di “nettapipe” per unirle. La tabella è utile per visualizzare gli incroci, che si possono chiamare anche nodi, che corrispondono alle combinazioni possibili con i dadi scelti. Quindi per calcolare quante sono tutte le combinazioni possibili con due dadi basta contare quanti sono gli incroci. Guardando bene ci si accorge che questa tabella non è altro che uno “schieramento”, perciò, senza contare ogni volta gli incroci, basta fare una moltiplicazione: bisogna moltiplicare il numero delle facce di un dado per il numero delle facce dell’altro dado.

Se invece vogliamo trovare le combinazioni possibili con tre dadi, abbiamo bisogno di un reticolo tridimensionale. Noi lo abbiamo costruito con lo stesso sistema del precedente. Anche qui, per trovare le combinazioni possibili, basta contare gli incroci oppure moltiplicare le facce di un dado per le facce del secondo dado e per le facce del terzo dado (es. $4 \times 4 \times 4$ oppure $6 \times 6 \times 6$).

Usando entrambi i piani è possibile anche individuare quali sono i numeri che formano le combinazioni: basta seguire le cannuce colorate fino a dove si incrociano.

Tutti i numeri hanno uguali possibilità?

Rappresentazione spontanea di semplici situazioni combinatorie. Ricerca e rappresentazione ordinata di tutte le combinazioni che danno origine a ogni numero (istogramma). Ricerca di una “formula” per stabilire quante siano le combinazioni possibili per ogni numero.

Testi prodotti dai bambini e usati come traccia alla manifestazione:

L’istogramma ha un andamento a “campana”, ha una simmetria centrale, sono presenti alcune regolarità, il numero (o i numeri) centrale è sempre quello con il maggior numero di combinazioni, c’è la possibilità di una rappresentazione matematica (“formula”) per “sapere subito” quante combinazioni ci sono in tutto (spazio degli eventi) e quante per ogni numero (casi favorevoli).

Postazione n° 3

Problemi celebri

“Incontro” con personaggi famosi e risoluzione di problemi celebri di probabilità e combinatoria (Dante, Galileo, Pascal, Fermat).

Postazione n° 4

Giochi, inventati dai bambini, di diversa difficoltà, nei quali la maggiore possibilità di vittoria è data dalla scelta del dado “migliore” con cui effettuare ogni singolo turno di lancio: “Colora la mongolfiera”, “Pilù e le mele”, “Dov’è l’entrata?”, “Il tesoro degli Hobbit”, “Tranello maledetto”, “Quadratini a volontà!”, “Sfida nella terra di mezzo”.

OSSERVAZIONI

Durante la fase di preparazione, sono dovuta intervenire sulla composizione originale per formare gruppi il più possibile equilibrati per capacità. Molte idee, soprattutto sulla realizzazione materiale dei supporti e dei giochi, sono partite dai bambini. L’interesse e la motivazione per le attività di laboratorio sono rimaste costanti per tutto l’anno, coinvolgendo anche bambini di solito non particolarmente attratti dalla matematica.

Durante la manifestazione, non ho assegnato postazioni fisse e i bambini hanno provato diversi ruoli. Alcuni hanno trovato facile relazionarsi con gli adulti (insegnanti, studenti universitari, ...). Tutti concordano che è più facile “spiegare ai bambini piccoli”, perché sono più disponibili ad ascoltare, e si sono dichiarati molto contenti dell’esperienza e pronti a ripeterla. All’esame orale di fine anno (quinta) gli alunni hanno dimostrato complessivamente buone capacità espositive e argomentative in tutte le discipline.

* Scuola Elementare “Flli Visintini”,
via Forti, 15, I-34100 Trieste
e-mail: evaon@tiscalinet.it

BIBLIOGRAFIA

BARBANERA A., DE LUCA L., 1991,
*Progetto Pitagora – La nuova educa-
zione matematica per la scuola
elementare*, Giunti Lisciani, Firenze.

BARUK S., 1998, *Dizionario di mate-
matica elementare*, Zanichelli,
Bologna.

FORESTI I., 2003, “Probabilmente:
giochiamo? Esperienze di probabi-
lità con bambini della Scuola
dell’Infanzia”, in D’AMORE B.,
SBARAGLI S. (a cura di), 2003,
*La didattica della matematica in aula.
Atti del Convegno “Incontri con la
Matematica”, n. 17, Castel S. Pietro
Terme, novembre 2003.*

GLAYMANN M., VARGA T., 1979,
*La probabilità nella scuola dell’obbligo
– Educare alla coerenza*, Armando,
Roma.

PERELLI D’ARGENZIO M.P., 1996,
“Probabilità nella scuola elemen-
tare: analisi di proposte didattiche”,
*L’Insegnamento della matematica e
delle scienze integrate*, vol. 19 (2),
pp. 133-152.

VALENTI E., 1987, *La matematica
nella nuova scuola elementare*,
Le Monnier, Firenze.

ZUCCHERI L., 1979, “Le prime
nozioni di calcolo delle probabilità
per la scuola media inferiore”,
*L’Insegnamento della matematica
e delle scienze integrate*, vol. 2,
pp. 27-49.

ZUCCHERI L., 1989, “Alcune conside-
razioni sull’insegnamento del
calcolo delle probabilità nella
scuola media inferiore”,
*L’Insegnamento della matematica e
delle scienze integrate*, vol. 12 (4),
pp. 489-494.