

# QuaderniCIRD

Rivista del Centro Interdipartimentale  
per la Ricerca Didattica dell'Università di Trieste

*n. 2 (2011)*

## Direttore responsabile

Luciana Zuccheri, Dipartimento di Matematica e Informatica, Coordinatore del CIRD

## Comitato editoriale

Furio Finocchiaro, Dipartimento di Geoscienze

Helena Lozano Miralles, Dipartimento di Scienze del Linguaggio, dell'Interpretazione e della Traduzione

Tiziana Piras, Dipartimento di Scienze della Formazione e dei Processi Culturali

Michele Stoppa, Dipartimento di Scienze della Formazione e dei Processi Culturali

Anna Maria Ferluga, CIRD

Questo numero della rivista è stato pubblicato con il contributo della Fondazione CRTrieste.



© copyright Edizioni Università di Trieste, Trieste 2011.

Proprietà letteraria riservata.

I diritti di traduzione, memorizzazione elettronica, di riproduzione e di adattamento totale e parziale di questa pubblicazione, con qualsiasi mezzo (compresi i microfilm, le fotocopie e altro) sono riservati per tutti i paesi.

EUT - Edizioni Università di Trieste  
Via E. Weiss, 21 - 34128 Trieste

[HTTP://EUT.UNITS.IT](http://EUT.UNITS.IT)



# QuaderniCIRD

## n. 2 (2011)

### Sommario

4 Luciana Zuccheri

*Presentazione*

#### PRIMA PARTE

6 Patrizia Dall'Antonia, Nadia Gasparinetti

*La chimica in cucina: emulsioni, sospensioni, gel*

25 Carlo Genzo

*L'individuazione nel territorio di punti geografici notevoli*

43 Marina Rocco

*Per gli alunni l'aritmetica è più facile della geometria? Come ho superato alcune difficoltà*

59 Sonia Ursini

*Il Modello 3UV: uno strumento teorico a disposizione degli insegnanti di matematica*

#### SECONDA PARTE

72 Michele Stoppa

*Il Progetto "Laboratorio permanente P.I.D.D.AM."*

80 Anna Maria Ferluga

*Notizie: Presentazione ufficiale della rivista QuaderniCIRD*

82 Roberto Rizzo

*Notizie: L'Istituto Tecnico Industriale "A. Volta" di Trieste primo nel concorso nazionale del Piano nazionale Lauree Scientifiche*

*NORME REDAZIONALI*

*85 Norme generali per i collaboratori della rivista «QuaderniCIRD»*

## Presentazione

Il Centro Interdipartimentale per la Ricerca Didattica dell'Università di Trieste, attraverso la rivista *QuaderniCIRD*, si propone di far conoscere le sue attività e di diffondere materiali didattici, a iniziare da quelli prodotti nell'ambito del *Laboratorio multidisciplinare di formazione per insegnanti*, attivato fin dall'a.a. 2008/09 per promuovere l'incontro degli insegnanti con specialisti delle più diverse discipline e stimolare la progettazione di percorsi didattici verticali e interdisciplinari.

La rivista si rivolge principalmente agli insegnanti di scuola primaria e secondaria. Nella prima parte di questo numero sono riportati innanzitutto i tre interventi di Patrizia Dall'Antonia - Nadia Gasparinetti, Carlo Genzo e Marina Rocco, già oggetto di altrettanti seminari svolti nel *Laboratorio multidisciplinare di formazione per insegnanti*. Tali lavori trattano, rispettivamente, di didattica della chimica, delle scienze naturali e della matematica e, pur essendo focalizzati principalmente sulla scuola secondaria di primo e secondo grado, possono dare ottimi spunti di riflessione, ma anche operativi, agli insegnanti di scuola primaria. La sezione si conclude con un articolo di Sonia Ursini, Ricercatrice di didattica della matematica presso il CINVESTAV di Città del Messico, nel quale si illustra uno strumento di analisi utilizzabile nella scuola secondaria per l'insegnamento del concetto di variabile algebrica, ma anche nella scuola primaria, per affrontare le problematiche propedeutiche all'apprendimento dell'algebra.

Nella seconda parte di questo numero si descrive il progetto *Laboratorio permanente per la Promozione e l'Innovazione Didattica delle Discipline geografiche, ambientali e territoriali - P.I.D.D.AM.*, operante sotto l'egida del CIRD per offrire supporto scientifico-formativo agli insegnamenti di area geografico-ambientale.

LUCIANA ZUCCHERI  
Coordinatore del Centro Interdipartimentale per la Ricerca Didattica  
dell'Università di Trieste

*Prima parte*

# La chimica in cucina: emulsioni, sospensioni, gel

PATRIZIA DALL'ANTONIA  
Istituto Tecnico Industriale "A. Volta"  
Trieste  
[patriziadallantonia@libero.it](mailto:patriziadallantonia@libero.it)

NADIA GASPARINETTI  
Scuola Media dell'Istituto Comprensivo "Divisione Julia"  
Trieste  
[fulerene@libero.it](mailto:fulerene@libero.it)

## SUNTO

*La cucina è il primo laboratorio di chimica e non è un caso che spesso i chimici siano ottimi cuochi. Una schiuma soffice, una gelatina, la giusta scelta della temperatura o del recipiente di cottura si basano su fenomeni chimico-fisici che, se osservati con consapevolezza, rendono migliori i cibi e "scientificamente competente" chi li cucina. Partendo da attività tipicamente culinarie, le autrici suggeriscono degli spunti da sviluppare in unità di apprendimento di chimica per lo studio degli stati dispersi: emulsioni, schiume, transizioni sol/gel, ecc. Data la vastità degli argomenti, esse hanno scelto di focalizzare le attività soprattutto su applicazioni nei glucidi e dei protidi. Una parte finale riguarda esempi di "chimica in un uovo" e di "cucina molecolare".*

## PAROLE CHIAVE

CUCINA MOLECOLARE / MOLECULAR COOKING; EMULSIONE - EMULSIONANTE / EMULSION - EMULSIFYING FACTOR; GLUCIDE / CARBOHYDRATE; PROTIDE / PROTEIN; STATO DISPERSO / DISPERSE PHASE; TRANSIZIONE SOL - GEL / SOL - GEL TRANSITION; CHIMICA / CHEMISTRY

## 1. PREMESSA

Questo contributo nasce dall'esperienza fatta in occasione del laboratorio didattico promosso dal CIRD per l'a.s. 2009/2010 dal titolo "La chimica in cucina". Le relatrici del corso hanno avuto modo di lavorare con colleghi provenienti da scuole di diverso ordine e grado. Da questa collaborazione sono nate tante idee e attività

attorno alle linee guida preparate inizialmente. Quanto segue è solo una parte del lavoro svolto insieme e riguarda, in particolare, gli stati dispersi.

È necessaria solo qualche premessa: prima di intraprendere un qualsiasi percorso scientifico all'interno della chimica nella cucina, è essenziale essere consapevoli che fondamentalmente esistono due realtà di cui dover tener sempre conto; una è la composizione dei cibi (principi alimentari), l'altra è come i cibi vengono elaborati e preparati tramite cottura e di conseguenza come si trasformano i principi alimentari. Vedremo come la chimica abbia avuto un ruolo determinante nell'isolare i principi attivi e nel definirne le reazioni salienti, sfruttandoli poi industrialmente e riproducendoli a volte artificialmente.

In questo articolo ci occuperemo di proteine e glucidi, che compaiono negli organismi viventi per la maggior parte sotto forma di lunghe catene<sup>1</sup>. In una carrellata di esempi in cucina<sup>2</sup>, ne studieremo i comportamenti in base alla struttura, osservando come lo srotolamento (denaturazione) della catena proteica ed eventualmente il suo riarrangiamento, magari con l'aiuto di qualche altra molecola o ione, porti alla formazione di stati dispersi (gel, schiume, emulsioni... )<sup>3</sup> e come le catene polisaccaridiche siano influenzate dalla temperatura nella transizione sol/gel.

## 2. BRODI E GELATINE

Il termine “gelatina” assume in cucina vari significati: è una pietanza che si prepara facendo raffreddare un brodo ristretto ottenuto bollendo a lungo pezzi di carne e ossi di bovini, con aggiunta di erbe aromatiche; è anche una preparazione dolce ai vari sapori di frutta; oppure si tratta di fogli trasparenti (colla di pesce) o granuli che vanno opportunamente sciolti e aggiunti a liquidi che poi solidificheranno per dare bavaresi, aspic di frutta o salati ecc. In comune c'è il fatto che, mediante raffreddamento, si ottiene un composto più o meno solido, simile a un budino.

---

<sup>1</sup> MORRISON, BOYD, 1970.

<sup>2</sup> THIS, 2008.

<sup>3</sup> NICOLETTI, 2008.

Vediamo di fare un po' di chiarezza: cosa c'è nella carne che passa al brodo e che a sua volta può solidificare come un budino? Forse un po' di storia ci può aiutare.

Sappiamo che già i Romani e gli Egiziani usavano una colla preparata cuocendo a lungo in acqua carne e ossi di animali, proprio come la nostra "gelatina". Sofferamoci sui componenti della carne: vi sono catene proteiche, grassi, glucidi sotto forma di glicogeno (materiale di riserva energetica, come l'amido per le piante), creatina, fosfocreatina, AMP (acido adenosinmonofosforico) che sono composti intermedi del metabolismo energetico<sup>4</sup>.

Vediamo ora cosa succede quando la carne viene bollita in acqua: a 100°C avvengono parecchie reazioni tra queste sostanze in parte disciolte, sospese, etc. Si formano nuove sostanze derivanti principalmente dalla reazione tra amminoacidi e glucidi. Le catene proteiche con la cottura si denaturano, alcune passano in acqua e subiscono l'idrolisi spezzandosi in catene più piccole (peptoni, peptidi) che restano in soluzione. A essi è imputabile in gran parte il sapore del brodo. In particolare vi sono alcuni amminoacidi che rendono particolarmente sapido il brodo, uno di questi è l'acido glutammico ed è per questo che nell'attuale dado da brodo esso è il massimo componente, sotto forma di glutammato di sodio. Esso in particolare impartisce quello che negli ultimi anni è definito il "quinto sapore", l'UMAMI (che si unisce ai quattro classici: salato, dolce, amaro, acido)<sup>5</sup>.

Lo stinco è il pezzo che riesce a dare al brodo il maggior numero di amminoacidi sapidi e di peptidi piccoli (i peptidi grandi danno un gusto cattivo, essi si formano se la cottura avviene nella pentola a pressione, è per questo che la si sconsiglia per la preparazione del brodo), esso in particolare è ricco di collagene, dal gusto particolarmente gradevole e ricco di altre proprietà. Anche gli ossi, ricchi di cartilagini e tendini che contengono molto collagene, sono adatti per un buon brodo e per ottenerne la gelatina.

---

<sup>4</sup> BRESSANINI, 2008.

<sup>5</sup> PAPI, 2002.



Il “collagene” è una proteina che forma fibre, cioè lunghi filamenti (è quindi una proteina fibrosa). La catena proteica è formata da una sequenza ripetuta di tre amminoacidi: la glicina è sempre presente, mentre gli altri due variano a seconda dell'animale. Tre catene si avvolgono poi a elica mediante legami idrogeno. Le fibre così formate si possono unire ancora ad altre e questo accade negli esseri viventi con il passare degli anni: ecco perché occorre cuocere di più la carne di animali vecchi. Quando il collagene è messo in acqua e poi scaldato le catene si allontanano pian piano tra loro: prima l'acqua entra nell'elica gonfiando la struttura, questa poi con il calore si disgrega con l'allontanamento delle tre catene (denaturazione con il calore) che galleggiano nel liquido. Durante il raffreddamento le molecole pian piano si muovono sempre meno e iniziano a riunirsi nuovamente, ma ora intrappolano l'acqua o il liquido che le contiene (latte, zucchero, uova per i dolci o brodo per il salato) sempre con i legami idrogeno. Si forma così il gel. Aumentando la temperatura (intorno ai 35°C, temperatura corporea) la struttura si rompe diventando nuovamente liquida: ecco perché le gelatine “si sciolgono in bocca”.

I fogli di gelatina “colla di pesce” devono il nome alle proprietà di gelificare e al fatto che venivano preparati dalla vescica natatoria dei pesci. Ora si preparano da parti di maiale, estraendo la gelatina con acqua calda, acidi o basi; questa sarà poi filtrata, sterilizzata ed essiccata. I fogli in commercio sono tarati in modo da gelificare tutti una stessa quantità d'acqua (in genere sei fogli per 500 ml d'acqua o liquido). Da ricordare di mettere i fogli in acqua fredda per qualche minuto prima di utilizzarli per favorire il rigonfiamento delle fibre. Ancora, il raffreddamento sarà poi lento, per permettere la formazione di un reticolo più resistente. Il congelamento invece forma cristalli di ghiaccio e destabilizza la struttura. Attenzione anche ad altre “aggiunte”: a volte si legge sulle confezioni di non usare la gelatina con frutta acida, come ananas o kiwi; il motivo è dovuto alla presenza

nella frutta di enzimi proteolitici che distruggono la struttura del collagene. Si può però cuocere un po' la frutta prima dell'utilizzo in modo da denaturare l'enzima<sup>6</sup>.

### 3. LE GELATINE VEGETALI

Esistono altre sostanze che hanno la proprietà di gelificare, ma sono di origine vegetale: agar-agar, alginato di sodio (anche chiamato carragenina dal nome della cittadina irlandese sulle cui coste si trova l'alga da cui si ricava la sostanza), pectina. Sono chiamate gelatine, ma sono diverse, perché si tratta in genere di carboidrati o di glicoproteine e derivano da vegetali anziché da animali. La carragenina o alginato di sodio è formata da sali di metalli alcalini di esteri solforici di polisaccaridi (viene poi isolato il sale di sodio). È in polvere, insapore e inodore. L'agar-agar si ricava anche da alghe rosse e contiene carragenina e mucillagini (glicoproteine). È molto ricca di sali minerali. Si usa per aspic e dessert perché non altera il sapore. Inoltre si usa in estate come gelificante perché dà un gel più stabile, che non si scioglie facilmente come la colla di pesce. Richiede un breve riscaldamento, ma un tempo più lungo per solidificare<sup>7</sup>. La pectina è contenuta nella frutta e si usa per addensare le marmellate.

Altri addensanti sono gli amidi, come la maizena, la fecola, la frumina. Di queste, come delle precedenti, sono state verificate le caratteristiche sopra citate nel nostro laboratorio. In particolare sono stati osservati i comportamenti di miscele acquose (sospensioni) di farine di origine diversa in seguito al riscaldamento. Si è notato in particolare la netta diversità di comportamento della sospensione della farina di frumento rispetto a quelle di mais e di patata: la massa della farina di frumento resta molle e appiccicosa anche dopo riscaldamento, quella delle altre farine diventa più trasparente e compatta: questo secondo comportamento viene interpretato come una classica transizione sol/gel tipica delle lunghe catene di polisaccaridi che si disperdono in microgranuli nell'acqua fredda dando luogo a una

---

<sup>6</sup> BRESSANINI, 2008.

<sup>7</sup> VILLAVECCHIA, 1923.

massa liquida (stato di sol). Se sottoposta a riscaldamento la massa si compatta in uno stato semisolido (gel): i microgranuli si “disfano” al calore e le catene polisaccaridiche si liberano per riarrangiarsi poi in strutture tridimensionali rigide che riescono a inglobare l'acqua. Questo avviene per le farine in cui non è presente il glutine, sostanza lipoproteica dalle notevoli proprietà elastiche che impedisce la formazione del gel. Il frumento è ricco di glutine e le sue sospensioni non gelificano al calore; esse in compenso, grazie alle proprietà di resistenza elastica del glutine sono in grado di gonfiarsi in seguito alla fermentazione, cioè di “lievitare”.

Una facile esperienza ci consente di trovare il glutine in una farina: si faccia un impasto di farina e acqua il più compatto possibile. Si “lavi” l'impasto sotto un filo d'acqua corrente possibilmente tiepida. In questo modo si farà scorrere via l'amido solubile in acqua lasciando solo la frazione glutinica, se presente, che si rivelerà come una massa compatta gommosa di colore grigio.

Abbiamo detto che l'amido è un polisaccaride, e sappiamo che i polisaccaridi sono delle lunghe catene più o meno ramificate di zuccheri semplici. Ma se sono fatte di zuccheri, perché le farine non sono dolci? In realtà, se teniamo a lungo in bocca un pezzo di pane, dopo un poco sentiamo il sapore dolce: questo è dato dal fatto che nella nostra saliva sono presenti degli enzimi che attivano e accelerano le reazioni di rottura delle catene polisaccaridiche tanto che esse si trasformano in catene di poche unità (oligosaccaridi) o addirittura in saccaridi singoli cioè in quelli che vengono chiamati “zuccheri semplici” (glucosio, detto anche destrosio, fruttosio, saccarosio, ecc.), quelli presenti nella frutta, nelle caramelle, nello zucchero che si compra al supermercato e in genere in tutte le sostanze che sentiamo dolci al gusto. La stessa crosta superficiale del pane si è visto essere il prodotto ultimo delle reazioni di Maillard<sup>8</sup>, che sono tipiche degli zuccheri semplici quando reagiscono con proteine. Tutti gli zuccheri semplici sopra citati si presentano come solidi cristallini bianchi, e sono in genere molto solubili in acqua. Per quanto i loro punti

---

<sup>8</sup> NICOLETTI, 2008.

di fusione e di ebollizione siano molto elevati (i punti di fusione si aggirano attorno ai 150 °C), essi, se sottoposti anche a blando riscaldamento, tendono a decomporsi perdendo parzialmente acqua (per tale fatto, anticamente si pensava che essi fossero delle miscele acquose di composti del carbonio ed è per questo che venivano chiamati “carboidrati”), alcuni di essi a questo punto danno luogo a una massa liquida che sembrerebbe lo zucchero fuso, ma che probabilmente non è che una soluzione dello zucchero stesso e di altre molecole nel frattempo formatesi. Se si continua il riscaldamento all’aria, l’acqua fuoriuscita dallo zucchero evapora e il residuo solido si trasforma in una massa giallo bruna e odorosa comunemente chiamata caramello. Le molecole che compongono il caramello sono molte e di varia struttura e derivano comunque da reazioni che coinvolgono i prodotti di degradazione dello zucchero e l’ossigeno dell’aria<sup>9</sup>.

Le varie fasi di trasformazione di uno zucchero al riscaldamento sono ben note ai pasticceri che ne controllano temperatura, consistenza, lavorabilità, etc. Ognuna di esse è identificata con un nome (“grand cassé”, “petit boulé”, “filet”, ...) e ha i suoi specifici destini (caramelle dure, torrone, mashmallow, fudge, ...) <sup>10</sup>.

#### 4. LENTICCHIE E GNOCCHI

Per studiare le modificazioni che avvengono nei cibi durante la cottura in acqua e gli eventuali accorgimenti che si possono adottare per una miglior riuscita della preparazione, analizziamo la cottura delle lenticchie. Esse devono rimanere intatte, ma tenere al punto giusto. La tradizione consiglia l’aggiunta di un pizzico di bicarbonato di sodio, per ridurre i tempi di cottura e raggiungere la giusta morbidezza. Ma sappiamo anche che aggiungendo invece dell’aceto evitiamo lo spiacevole inconveniente della rottura e dello sfaldamento dei semi, anche se allunghiamo i tempi di cottura. Perché tutto questo? Le lenticchie sono legumi, quindi cellule vegetali contenenti cellulosa e pectina. Si tratta di modificare questa

---

<sup>9</sup> CONTI, VAN TULLEKEN, 1985, p. 8.

<sup>10</sup> CONTI, VAN TULLEKEN, 1985, pp. 10-11.

struttura. I gruppi  $-\text{COO}^-$  della pectina vengono neutralizzati dagli ioni idrogeno ( $\text{H}^+$ ) presenti nelle soluzioni acide e quindi non si respingono più. Le lenticchie restano dure a lungo, ma intatte. Aggiungendo invece del bicarbonato di sodio all'acqua di cottura si ha la ionizzazione dei gruppi  $-\text{COOH}$  in  $-\text{COO}^-$  e quindi la repulsione tra di essi che favorisce la degradazione delle pareti cellulari: le lenticchie rammolliscono in breve tempo, ma si rischia la dissociazione del tegumento<sup>11</sup>.

Verifichiamo con un esperimento: cuciniamo i nostri legumi per dieci minuti in sola acqua distillata, in acqua e bicarbonato di sodio, in acqua e aceto. Ovviamente usiamo tre recipienti uguali posti su tre fornelli identici. Alla fine è evidente la durezza dei legumi cotti nell'aceto, quando le lenticchie nel bicarbonato sono troppo cotte e si sono sfaldate. Quelle in acqua distillata sono appena cotte. In realtà anche la durezza dell'acqua incide sulla cottura dei legumi perché gli ioni calcio hanno due cariche positive e possono quindi legare due molecole di pectina rinforzando la loro coesione. Infine, non è indifferente la temperatura di cottura. L'acqua diffonde all'interno dei legumi molto rapidamente e poi, lentamente, avviene la gelificazione dell'amido con formazione della cosiddetta salda d'amido. Si ha quindi il rammollimento, ma, oltre gli  $86^\circ\text{C}$ , si ha anche l'apertura delle lenticchie. In conclusione: si deve cuocere con un po' di pazienza, a fuoco basso, cercando di non superare i  $90^\circ\text{C}$ .

Per le lenticchie abbiamo visto come l'aggiunta o meno di determinate sostanze in acqua possano modificare chimicamente le catene dei componenti polisaccaridici dei legumi, tanto da modificarne le caratteristiche del prodotto cotto. Per quanto riguarda il caso degli gnocchi ci soffermeremo su alcuni aspetti chimico fisici che consentono di capire meglio il loro comportamento in acqua bollente. Soprattutto vorremmo soffermarci sul principio grazie al quale questo piccolo impasto di patate lesse e schiacciate e farina, magari con l'aggiunta di un po' di sale (è quello che la nostra cucina chiama "gnocco povero") possa tenere la cottura in acqua bollente

---

<sup>11</sup>THIS, 2008.

senza sfaldarsi, e sulla ragione per cui appena inserito in acqua bollente, lo gnocco affondi e poi risalga dopo pochi minuti permanendo poi stabilmente a galla.

Vediamo innanzitutto di indagare su questo secondo aspetto, cercando di procurarci un modello, come è stato fatto insieme ai corsisti nel nostro laboratorio: in un bicchiere d'acqua lungo e stretto viene mescolato qualche cucchiaino di bicarbonato. Aggiungendo dell'aceto o del limone si nota dopo pochi istanti un'effervescenza dovuta alla reazione tra le due sostanze disciolte che portano alla formazione di bollicine di anidride carbonica. Si introduca nel bicchiere una pallina di naftalina e si osservi il suo comportamento: inizialmente la pallina affonda, evidentemente la sua densità è maggiore di quella del liquido che la contiene. Dopo un poco la pallina si ricopre di bollicine di anidride carbonica che restano "imprigionate" nelle rugosità superficiali della naftalina, a questo punto la pallina tende a salire alla superficie: evidentemente il sistema "pallina + bollicine di gas" raggiunge una densità minore del liquido che lo contiene e tende dunque a galleggiare su di esso. È interessante osservare che cosa succede quando la pallina galleggia sulla superficie dopo qualche istante: le bolle che si trovano a contatto con l'aria si disperdono in essa abbandonando la superficie rugosa, quelle inferiori a contatto col liquido permangono: a questo punto la pallina si ribalta (Che cosa ricorda questo? Avete mai fatto le "fritole"<sup>12</sup> in casa? Anch'esse si ribaltano nell'olio bollente, in tal caso perché la parte inferiore si rigonfia a contatto con l'olio caldo e tende a salire perché diventa meno densa della parte superiore che non si rigonfia in quanto è a contatto con l'aria soprastante, ricordiamoci di questo! ...). Una volta ribaltatasi, la pallina perde anche le ultime bolle di anidride carbonica e affonda. Se però vi è ancora effervescenza, dopo un poco la sua superficie si ricopre di nuovo di bollicine e la "danza" riprende. Sulla base di quanto visto con la naftalina, si potrebbe pensare che anche sulla superficie dello gnocco si possano formare delle bolle di un qualche aeriforme che gli permettano di affiorare nell'acqua bollente, ma che queste bolle non si

---

<sup>12</sup> Si tratta di dolci tipici regionali del genere delle frittelle, di forma approssimativamente sferica.

disperdano nell'aria bensì rimangano alla superficie dello gnocco, visto che esso una volta affiorato permane a galla.

Ma procediamo per gradi e vediamo innanzi tutto perché lo gnocco si rigonfia appena messo in acqua. È necessario meditare sui componenti dell'impasto che entrano in gioco: la patata è già cotta, l'amido in essa presente si è dunque già rigonfiato all'interno delle cellule. La farina di frumento contiene amido "crudo" e glutine. Durante l'impasto il glutine incorpora l'amido crudo e quello già rigonfiato. Mettiamo ora l'impasto in acqua bollente: l'amido crudo si impasta con l'acqua, le catene polisaccaridiche assorbono l'acqua e la incorporano gelificando: lo gnocco si compatta e si rigonfia un po'<sup>13</sup>.

Non è sufficiente però questo rigonfiamento per farlo risalire nell'acqua, evidentemente la sua superficie deve coprirsi di bollicine di un qualche vapore per poter diminuire la sua densità a tal punto da galleggiare: in tal caso non abbiamo effervescenza ma abbiamo acqua in ebollizione, abbiamo cioè del vapor acqueo che si forma continuamente all'interno di tutta la massa dell'acqua. Sembra proprio che siano le bollicine di vapore acqueo imprigionate permanentemente nella superficie dello gnocco la causa del suo galleggiamento: proviamo infatti a tirar fuori dall'acqua uno gnocco che galleggia e a farlo rotolare su una superficie in modo tale da eliminare per pressione eventuali bolle superficiali. Ributtiamolo di nuovo in acqua bollente e vediamo cosa succede: all'inizio esso affonda, ma dopo un poco risale a galla, che cosa concludiamo? Quali altre prove potremmo fare per comprovare la nostra tesi?

## 5. SISTEMI NATURALI E SISTEMI MANIPOLATI: APPROFONDIMENTI

A compendio di quanto visto in precedenza, quest'ultimo paragrafo si occuperà di rivisitare i concetti appresi alla luce di un sistema naturale, complesso e completo come un uovo e si diventerà a proporre alcune ricette culinarie alternative che si trovano in quella che viene chiamata "cucina molecolare".

---

<sup>13</sup> THIS, 2008.

Iniziamo con un ripasso della composizione chimica dell'uovo<sup>14</sup>.

L'albume è formato da circa il 10% di proteine disperse in acqua, per lo più glicoproteine. Alcune hanno la proprietà di formare la schiuma e stabilizzarla, altre formano un coagulo al calore. Possiamo immaginarle come simili a gomitoli dispersi nell'acqua. Le loro molecole sono cariche negativamente e quindi si respingono. Possiedono inoltre una parte idrofila e una idrofoba, per questa loro caratteristica esse si comportano da tensioattivi, ovvero sono in grado di abbassare la tensione superficiale dell'acqua, grazie al fatto che interagiscono con essa per mezzo della loro parte idrofila e contemporaneamente si possono disperdere in altri liquidi (es. oli) non miscibili in acqua grazie alla loro parte idrofoba, di conseguenza esse sono in grado di favorire la dispersione di un liquido in un altro non miscibile (es. acqua e olio).

Il tuorlo invece è un'emulsione in acqua di lipidi, essenzialmente trigliceridi e fosfolipidi, legati a proteine. È curioso notare la struttura stratificata del tuorlo, che presenta strati concentrici di proteine e lipidi. E ora mettiamo in pratica le nostre conoscenze occupandoci di due preparazioni classiche della cucina: gli albumi montati a neve e la maionese.

Quando si montano gli albumi non si fa altro che incorporare aria e denaturare meccanicamente (a mano con una forchetta o con una frusta elettrica) le proteine, cioè srotoliamo il gomitolo. I filamenti srotolati si legano tra loro e si dispongono in modo da avere la parte idrofobica verso l'aria, mentre la parte idrofila va verso l'acqua. Quindi si forma un reticolo di proteine che imprigiona l'acqua e l'aria. Si deve fare attenzione a non montare troppo perché i filamenti svolti che si formano infittiscono troppo e mandano fuori l'acqua, facendo precipitare tutto. Ora vediamo cosa si può fare per migliorare la consistenza della nostra "neve" di albumi. Anche in questo caso la scienza ci viene in aiuto<sup>15</sup>. Da sempre ci viene suggerito di aggiungere agli albumi un pizzico di sale da cucina (cloruro di sodio) prima di iniziare a montare: si otterrebbe così una consistenza maggiore e persistente. Nulla di vero! Infatti gli ioni sodio possono, all'inizio, con la loro carica positiva, promuovere l'avvicinamento

---

<sup>14</sup> SICHERI, BORSARELLI, 1998.

<sup>15</sup> BRESSANINI, 2008.



delle molecole proteiche in quanto neutralizzano le loro cariche negative; ma lo ione sodio è grande e finisce per impedire l'avvicinamento dei filamenti proteici causa il suo ingombro. Ancora, il sodio, con la sua grande superficie riesce ad attirare molte molecole d'acqua che sono polari e a trattenerle su di sé; sottrae così l'acqua alla schiuma destabilizzando la struttura. Si può invece aggiungere qualche goccia di limone; gli ioni idrogeno dell'acido citrico neutralizzano le cariche negative delle proteine, ma, essendo piccoli, non interferiscono con la struttura, né attirano l'acqua. Proviamo subito quanto ci suggerisce la chimica con l'esecuzione di un semplice esperimento: due corse montano a neve ciascuna un albume, usando una forchetta, per cinque minuti. A un albume si è aggiunto un pizzico di sale, all'altro qualche goccia di limone. È evidente la differenza, in quanto l'albume con il sale forma un piccolo residuo di acqua che appare chiaramente sul fondo del piatto, mentre l'altro è perfettamente sodo e "asciutto".

E ora la maionese<sup>16</sup>. La ricetta classica per la sua preparazione prevede l'utilizzo del tuorlo, un pizzico di sale, un cucchiaino d'aceto o di senape (che, ricordiamo, si prepara a partire dall'aceto) e olio, che verrà aggiunto a filo, mescolando sempre. L'uso di olio di semi o d'oliva dipende esclusivamente dai gusti personali perché la maionese sarà più saporita con quello d'oliva. Ora sappiamo che il tuorlo è un'emulsione di grassi in acqua; la lenta aggiunta d'olio non fa altro che emulsionare anche le goccioline dell'olio nell'acqua del tuorlo e dell'aceto. Le molecole tensioattive del tuorlo legano la loro parte idrofobica alle goccioline d'olio e la parte idrofila all'acqua. Quindi il limite di questa preparazione non è nella quantità d'olio usata, bensì nell'acqua. Quando una maionese "impazzisce" è perché manca acqua rispetto al quantitativo d'olio da emulsionare. Proviamo ora a sostituire al tuorlo dell'albume: si tratta sempre di un'emulsione e le sue proteine sono anche tensioattive. Dopo un'aggiunta considerevole d'olio, otterremo la nostra salsa. Sarà più ricca d'olio, ma priva di colesterolo (assente

---

<sup>16</sup> THIS, 2008.

nell'albume). Serve più olio perché l'albume non contiene grassi, mentre il tuorlo sì. Possiamo spingerci ancora più in là sostituendo al tuorlo una gelatina di origine animale, che abbiamo già visto essere un'emulsione di proteine tensioattive. Si fonde la gelatina e si procede al solito modo con sale, aceto e olio ottenendo una salsa che può variare a seconda della gelatina usata: nei paesi nordici usano gelatine ai frutti di bosco o alla menta ottenendo un particolare accompagnamento agro-dolce per piatti di carne.

La lecitina di soia<sup>17</sup>: è nota principalmente per la sua capacità di favorire l'eliminazione del colesterolo e dei trigliceridi. Vediamo in che maniera i principi attivi della lecitina sono così salutari e la ragione per la quale noi ne parliamo proprio a questo punto. Partiamo come al solito dai suoi componenti e dalle loro strutture: la lecitina è un complesso di fosfolipidi che si ottiene a partire dai semi di soia. La parola stessa "fosfolipide" induce a pensare che la struttura molecolare di tale composto conterrà una catena lipidica, grassa, idrofobica. Fin qua i fosfolipidi sono simili ai trigliceridi dal punto di vista strutturale, ma contengono in più un gruppo fosfato che conferisce una carica negativa, e quindi polarità alla molecola. Il risultato finale è che ogni fosfolipide ha una testa idrofila e una coda idrofoba. La lecitina è dunque in grado di interagire con una sostanza grassa (è per questo che può legarsi al colesterolo e ai trigliceridi), ma di dissolversi o almeno disperdersi bene in acqua grazie al gruppo fosfato. Essa stessa dunque è un buon tensioattivo e riesce grazie a ciò a stabilizzare l'emulsione di colesterolo in acqua favorendone la successiva eliminazione.

Abbiamo visto dunque come le glicoproteine dell'albume e i fosfolipidi della lecitina pur presentando strutture diverse sono comunque degli efficaci tensioattivi. Le proprietà tensioattive della lecitina di soia sono state verificate durante il nostro laboratorio, osservandone la capacità di "fissare" un'emulsione: aliquote uguali di

---

<sup>17</sup> WIKIPEDIA, 2010.

una miscela di acqua e olio sono state introdotte in due contenitori uguali, in uno di essi è stata aggiunto mezzo cucchiaino di lecitina di soia. I due sistemi sono stati agitati con identiche modalità e poi lasciati a riposo, dopo un certo tempo si è notato che nel sistema senza lecitina acqua e olio si erano di nuovo separati, mentre con la lecitina l'emulsione di olio in acqua permaneva stabilmente.

E ora divertiamoci un po' con qualche ricetta particolare di "*cucina molecolare*".

Alcuni decenni fa chimici e fisici, Hervé This ne è il più celebre, iniziarono a interessarsi all'aspetto scientifico della cucina. Si limitavano però all'osservazione di normali preparazioni, magari quelle che ognuno di noi avrà fatto qualche volta. Ad esempio, perché il soufflé e altre pietanze simili risultano più soffici se si aggiunge un uovo alla volta piuttosto che tutte le uova insieme? O, come abbiamo visto, è meglio aggiungere o no il sale agli albumi da montare? Cosa accade alla carne cotta alla griglia? All'inizio si trattava quindi di scoprire le ragioni chimiche di un piatto, poi hanno iniziato a provare, a inventare; si arrivò così alla frittura con azoto liquido al posto dell'olio (con il cuoco munito di occhiali da saldatore e guanti): si "friggeva" a  $-160^{\circ}\text{C}$ ! per tacere di un orrendo strumento chiamato "gastrovac" che, lavorando sotto vuoto, impregnava gli alimenti di qualsiasi sapore (si può ottenere anche un pesce al gusto di fragola...)<sup>18</sup>.

Come sempre occorre un po' di equilibrio nelle cose e quindi noi ci limitiamo ad alcune curiose ricette "molecolari", dove si utilizzano i prodotti da noi già studiati e si sfruttano le loro proprietà per ottenere qualcosa di nuovo.

### *Sfere di vari sapori*

In questa ricetta l'ingrediente protagonista è l'alginato di sodio, già incontrato tra le gelatine. Esso, se mescolato con acqua, dà luogo a una massa semisolida che si può prelevare con una siringa. Se viene fatta gocciolare in una soluzione contenente ioni calcio, alla superficie delle goccioline si forma una pellicola dovuta

---

<sup>18</sup> OINEO, 2007.

all'alginato di calcio, che è solido (si usa infatti per le impronte dentali in odontoiatria). Ecco gli ingredienti.

Preparazione della base:

125/150 g d'acqua

125 g di zucchero

1 cucchiaino d'alginato

Frullare gli ingredienti e lasciare riposare la miscela per mezza giornata. Schiumare in superficie.

Preparazione delle sfere:

Miscelare un cucchiaino di base con uno di un altro prodotto (sciropo, Aperol, thè, Coca Cola), prelevare con siringa e far gocciolare in una soluzione calcica (soluzione acquosa di cloruro di calcio o semplicemente aceto un po' diluito in cui sia stato disciolto un guscio d'uovo).

Raccogliere le sferette su un colino e passare sotto l'acqua fredda.

### *Quenelles di amido*

Abbiamo visto che una sospensione di amido in acqua, sottoposta a blando riscaldamento, forma un gel abbastanza resistente e manipolabile, che rimane a lungo inalterato.

Ricetta:

1 cucchiaino di maizena

200 g di succo d'arancia

granella di nocciole o polvere di mandorle o di cocco

Stemperare la maizena nel succo in un pentolino e riscaldare fino alla formazione di un gel morbido. Versare su un piatto e far intiepidire il gel. Raccogliere piccole quantità con un cucchiaino e farle rotolare sulla granella o sulla polvere di mandorle. Le *quenelles* rimangono inalterate a lungo.

### *Aria di menta*

Qui si sfruttano le proprietà della lecitina di soia. Essa non è solo un buon tensioattivo per il sistema acqua - olio, ma anche per il sistema acqua - aria. Non si otterrebbe, infatti, una schiuma incorporando aria in uno sciroppo, se non ci fosse la lecitina.

Ricetta:

100 g sciroppo alla menta

100 g d'acqua

mezzo cucchiaino di lecitina di soia

Mescolare i tre ingredienti e attendere che la lecitina si scioglia almeno parzialmente in essi. Frullare la miscela e schiumarla periodicamente. Deposare la schiuma in piccole quantità su piatto di portata e decorare.

### *Zucchero satinato*

Abbiamo visto che il fruttosio sembra fondere a basse temperature. In realtà, esso perde parzialmente acqua e si scioglie in essa formando una specie di melassa incolore dall'aspetto setoso, facilmente lavorabile.

Ricetta:

2/3 cucchiaini di fruttosio

carta da forno

tagliere o base di legno

Scaldare in un pentolino il fruttosio mescolando continuamente fino a farlo fondere. Togliere dal fuoco a fusione avvenuta e spianarlo sulla carta da forno posta sul tagliere. Aspettare che lo zucchero si intiepidisca a massa molle e plastica. Lavorare lo zucchero alle forme volute. Lasciar raffreddare le "sculture"<sup>19</sup>.

## 6. CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE

"Chimica in cucina" nasce da un'idea delle autrici consolidatasi nel tempo nel corso di tante riflessioni fatte durante una lunga esperienza didattica.

---

<sup>19</sup> CASSI, 2009.

È convincimento di entrambe, infatti, che la cucina di casa è il primo vero “luogo chimico” in cui un individuo fin da piccolo è in grado di effettuare le proprie osservazioni scientifiche in maniera inconsapevole, e quindi libera e spontanea.

In seguito potrebbe essere compito degli insegnanti, in ogni ordine e grado di scuola, far riemergere tali esperienze, contestualizzandole opportunamente in percorsi didattici, prendendone spunto e sviluppandole, al fine di consolidare situazioni e concetti.

La familiarità del vissuto quotidiano nella propria cucina, può far sì che l'approccio alla chimica di un ragazzo neofita possa risultare esso stesso più familiare e più motivante: si pensi alle tante piccole esperienze descritte nel testo che si possono proporre agli studenti come compito per casa (il galleggiamento degli gnocchi, la creazione di un gel di amido, di una schiuma, di un'emulsione): sono attività assolutamente non pericolose e molto semplici che presentano enormi potenzialità di sviluppo nell'ambito della chimica.

Si pensi a quanto laboratorio chimico c'è in un uovo: se ne può fare una serie di esercitazioni pratiche per un “lancio” della chimica, come ha sperimentato una delle autrici all'inizio della scuola superiore: invece di descrivere la sequenza degli argomenti previsti nella classe prima, ha portato i ragazzi in laboratorio per “lavorare con le uova”: ne è scaturita una serie di attività base per le successive elaborazioni teoriche: dall'attacco del guscio calcareo da parte dell'aceto come primo esempio di fenomeno chimico, all'osservazione della “pellicina” sottostante il guscio: elastica, resistente e soprattutto semimpermeabile tanto da permettere il passaggio di acqua per fenomeni osmotici. Dalla denaturazione dell'albume quale primo esempio di transizione sol-gel, alla coagulazione alternativa dovuta a cambiamento di solvente o di pH.

Si pensi al gusto di una chimica “da gustare”, non la chimica che inquina, quella che non si tocca, non si annusa, non si assaggia. Si pensi dunque alle potenzialità di far

così chimica con i bimbi che tutto toccano, tutto gustano, tutto assaggiano perché tutto imparano, per assaporare, per “sapere” la vita.

Di chimica in cucina ce n'è anche per i più grandi: la chimica degli alimenti non può essere capita se non tramite i pilastri principali su cui ha fondamento la chimica generale. La teoria acido - base è alla base di un gran numero di reazioni durante la cottura. Il grande principio del “simile va col simile” riesce a interpretare gli strani comportamenti di sostanze tanto diverse che pur si compongono tra loro, poi si scompongono e poi si riarrangiano in altre combinazioni, grazie alla miracolosa interazione con molecole “ponte” di carattere misto. Le miscele “strane”, quelle che paiono omogenee all'occhio ma sono in realtà eterogenee, quelle che quando si studiano in chimica e solo in teoria, ci appaiono “casi speciali” e invece sono le cose più naturali: il latte, il tuorlo, le miscele di acqua e farina, i brodi, le gelatine, le schiume e tanto altro ancora.

L'educazione scientifica della scuola di base ha lo scopo di costruire una rete di significati a partire dalle cose della vita quotidiana, d'altro canto l'indagine della composizione della materia sta diventando complessa e infinitesima attraverso l'uso di strumenti sempre più raffinati.

Perché allora non tentare di riscoprire la materia attraverso un primo approccio con indagini sensoriali? È una sfida che secondo noi varrebbe la pena raccogliere.

## BIBLIOGRAFIA

CONTI E., VAN TULLEKEN K.  
1985, *Confetteria (Rassegna mensile di “La buona cucina”)*, 25, Milano, Mondadori.

MORRISON R. T., BOYD R. N.  
1970, *Chimica organica*, Milano, Ambrosiana.

NICOLETTI R.  
2009, *Cucina, chimica, salute*, Roma, Aracne.

OINEO N.  
2007, *Gli alchimisti ai fornelli*, La Cucina Italiana, agosto, pp. 26-27.

SICHERI G. e BORSARELLI S. M.  
1998, *Principi di alimentazione*, Milano, Hoepli.

THIS H.  
2008, *Pentole e provette. Nuovi orizzonti della gastronomia molecolare*, Roma, Gambero Rosso.

VILLAVECCHIA G. V.  
1923, *Dizionario di Merceologia*, Milano, Hoepli.

## PER APPROFONDIRE

BROWN W. H.  
2005, *Introduzione alla chimica organica*, Napoli, EdiSES.

MASTERTON W. L., HURLEY C. N.  
2003, *Chimica. Principi e reazioni*, Padova, Piccin.

## SITI WEB CONSULTATI

BRESSANINI D.  
2008, *La gelatina*, in Scienza in cucina, rubrica su le Scienze Blog,  
<<http://bressanini-lescienze.blogautore.espresso.repubblica.it/2008/03/14/la-gelatina/>>; sito consultato il 23/06/2011.

*Miti culinari2: il sale per montare gli albumi*, in Scienza in cucina, rubrica su le Scienze Blog,  
<<http://bressanini-lescienze.blogautore.espresso.repubblica.it/2008/03/14/miti-culinari-2-il-sale-per-montare-gli-albumi/>>; sito consultato il 23/06/2011.

CASSI D.  
2009, *La sferificazione*, in La cucina scientifica di Moebius, Moebius on line,  
<<http://blog.moebiusonline.eu/index.php/tag/alginato/>>; sito consultato il 23/06/2011.

PAPI T.  
2002, *Umami il quinto gusto*, in Conoscenza scienza e divulgazione dell'umami e della sua percezione negli alimenti,  
<[www.umami.it/umami\\_cennistorici.pdf](http://www.umami.it/umami_cennistorici.pdf)>; sito consultato il 23/06/2011.

WIKIPEDIA  
2010, *Emulsionante*, in Wikipedia, L'enciclopedia libera,  
<<http://it.wikipedia.org/wiki/Emulsionante>>; sito consultato il 23/06/2011.



# *L'individuazione nel territorio di punti geografici notevoli*

CARLO GENZO  
Nucleo di Ricerca Didattica  
del Dipartimento di Matematica e Informatica  
Università di Trieste  
genzoc@libero.it

## SUNTO

*Si propongono attività didattiche per l'individuazione di punti geografici notevoli da un punto panoramico. Si determinano tramite dimostrazione geometrica le formule necessarie a calcolare la distanza dell'orizzonte e la visibilità di luoghi elevati, da un dato punto di osservazione. Si propongono inoltre attività pratiche per familiarizzare gli studenti con l'uso di carte topografiche, per individuare sul campo con la bussola punti geografici notevoli e operare successivi controlli. Alla fine si espongono considerazioni sul problema dell'individuazione di punti molto distanti.*

## PAROLE CHIAVE

ORIENTAMENTO GEOGRAFICO / GEOGRAPHIC ORIENTATION; PANORAMI / LANDSCAPES; DISTANZA ORIZZONTE / HORIZON DISTANCE; VISIBILITÀ PUNTI ELEVATI / HIGH POINTS VISIBILITY; CARTE TOPOGRAFICHE / TOPOGRAPHIC MAPS; BUSSOLA / COMPASS

## 1. INTRODUZIONE

L'attività proposta possiede un evidente respiro multidisciplinare e richiede, in particolare, alcune conoscenze di base in discipline come la matematica, la geografia, la fisica, le scienze naturali e la tecnologia. Con questa attività verranno sviluppate nuove conoscenze in tali campi, che potranno essere applicate anche alle discipline sportive<sup>20</sup>. Per quanto concerne la matematica, per iniziare questa attività l'alunno deve possedere conoscenze di base sulla similitudine dei triangoli e deve saper risolvere calcoli con proporzioni oppure con equazioni di 2° grado. Inoltre, qualora si voglia proporre anche

---

<sup>20</sup> Si useranno infatti la carta topografica e la bussola, che vengono utilizzate (assieme al contapassi) nell'attività sportiva dell'*Orienteering*, che ha avuto origine nei Paesi scandinavi.

la dimostrazione completa dei risultati, deve conoscere i teoremi di geometria elementare relativi alla similitudine dei triangoli e ad angoli e circonferenze.

Per quanto attiene la geografia, deve conoscere la forma della Terra, il reticolato geografico (meridiani, paralleli), e, in generale, le nozioni propedeutiche alla lettura di una carta topografica che si apprendono già nella Scuola primaria.

Per quanto riguarda la fisica, deve possedere una conoscenza elementare della rifrazione e dei fenomeni magnetici e saper raccogliere consapevolmente dati, utilizzando gli opportuni strumenti di misura.

Per le scienze naturali sono sufficienti semplici conoscenze di base sulla morfologia del territorio e sull'ambiente.

Per quanto concerne la tecnologia, è opportuno che almeno un alunno sia in grado di utilizzare una macchina fotografica.

Dai prerequisiti evidenziati, segue che questa attività può essere svolta a diversi livelli scolastici, anche se risulta indirizzata preferibilmente verso la Scuola secondaria di I o di II grado: nella Scuola secondaria di primo grado sarà accentuato l'aspetto intuitivo operativo, mentre in quella di secondo grado si potranno proporre anche aspetti teorici, come la dimostrazione delle formule relative all'estensione massima del campo visivo da un determinato punto di vista. Naturalmente, per proporre questa attività nella Scuola secondaria di II grado, sarà necessario coinvolgere i docenti di più discipline.

Con lo svolgimento di questa attività, ci si propone di condurre l'alunno a sviluppare le seguenti abilità e relative competenze:

- a) interpretare adeguatamente le carte topografiche, la loro organizzazione e la loro legenda; riconoscere speditamente i principali simboli cartografici, ponendoli in relazione con gli elementi geografici localizzati nel territorio di volta in volta rappresentato;
- b) riconoscere grandezze proporzionali e riprodurle in scala;
- c) applicare i principali metodi per l'orientamento;
- d) orientarsi sul terreno con il ricorso alla carta topografica e alla bussola;
- e) individuare nel territorio alcuni punti geografici notevoli.

Nei seguenti due paragrafi si espone la trattazione teorica alla base di questo lavoro. Sarà l'insegnante a valutare, in relazione al livello scolastico dei propri allievi, se e in che misura proporre loro tali approfondimenti.

Si affronta poi un percorso che suddivide l'attività in tre fasi successive, che alternano il lavoro in classe al lavoro sul campo.

## 2. LA VISIBILITÀ DI PUNTI GEOGRAFICI NOTEVOLI: LA DISTANZA DELL'ORIZZONTE<sup>21</sup>

Prima di effettuare osservazioni dirette nel territorio, è opportuno conoscere quali punti notevoli siano matematicamente visibili (e quali no), in conseguenza anche della curvatura della Terra. In proposito, è interessante determinare la distanza a cui si può trovare l'orizzonte rispetto all'osservatore<sup>22</sup>, quando si è localizzati in un punto elevato rispetto al livello medio del mare.

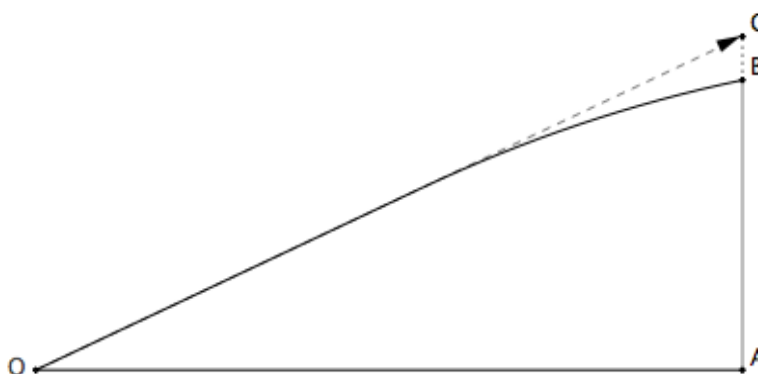


Figura 1. A causa della rifrazione, all'osservatore posto in O un oggetto di altezza AB appare di altezza AC.

Per semplificare i calcoli, possiamo ammettere che:

- la Terra sia perfettamente sferica (con raggio pari a 6366,2 km);
- la rifrazione dell'aria porti a un aumento medio delle altezze pari al 15% (vedi figura 1)<sup>23</sup>.

<sup>21</sup> Questo argomento va sviluppato preferibilmente nella Scuola secondaria di secondo grado.

<sup>22</sup> Per *orizzonte* si intende il limite estremo della superficie terrestre visibile da un osservatore, quando non vi siano ostacoli intermedi.

<sup>23</sup> In effetti la rifrazione varia a seconda delle condizioni dell'atmosfera. Può portare a incrementi dell'altezza fino al 17% circa con temperature molto basse e aria ferma, al mattino o alla sera; gli incrementi dell'altezza scendono fino

Sulla sfera, la distanza tra due punti è data da un arco di cerchio massimo passante per entrambi. Supponiamo, per semplificare, che:

c) per le distanze alle quali si trovano i punti geografici da osservare, si possano approssimare tali archi con le corde sottese.

Ricaviamo ora la formula per calcolare la distanza di un punto dell'orizzonte dall'osservatore, supponendo che questo si trovi nella posizione B (vedi figura 2, dove la posizione di B è molto enfatizzata rispetto alla realtà per maggiore chiarezza)<sup>24</sup> e che A sia la sua proiezione sulla superficie della Terra.

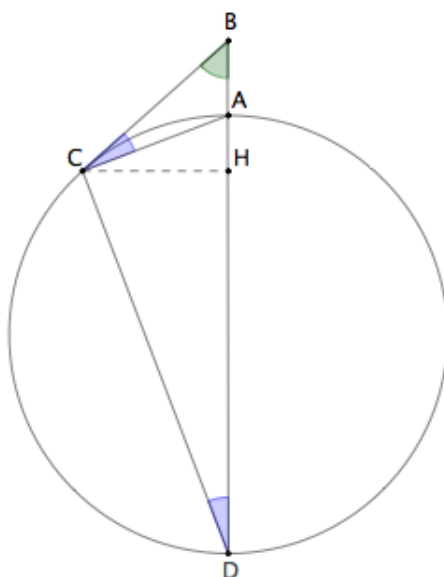


Figura 2. Determinazione della lunghezza AC.

Consideriamo una qualunque retta uscente da B e tangente alla Terra (considerata sferica). Essa incontra la sfera in un punto C. Tutti i punti così ottenuti formano una circonferenza che è l'orizzonte reale visibile dall'osservatore posto in B e la superficie visibile da B è una calotta sferica. Per valutare la distanza dell'osservatore dall'orizzonte, conviene determinare non tanto la misura del

---

al 13% circa quando c'è vento, o intorno alle ore 13. Di queste variazioni non occorre tener conto, date le approssimazioni effettuate (cfr. GEIRINGER, 1887).

<sup>24</sup> La dimostrazione è ripresa in buona parte da quella di LAUDI (cfr. GEIRINGER, 1887).

segmento BC, quanto invece quella dell'arco AC, che sarà poi possibile riportare sulla carta topografica. Data la lunghezza trascurabile (nella realtà) del segmento AB rispetto al raggio della Terra, per l'ipotesi c) possiamo determinare la lunghezza della corda AC che sottende l'arco AC.

I triangoli ABC e BCD sono simili, avendo due angoli congruenti (infatti, l'angolo CBA è in comune, mentre gli angoli BCA e CDA sono congruenti, insistendo sullo stesso arco AC). Sia CH perpendicolare a BD.

Nei triangoli simili le aree sono proporzionali ai quadrati dei lati corrispondenti:

$$\left(\frac{1}{2}AB \cdot CH\right) : \left(\frac{1}{2}BD \cdot CH\right) = AC^2 : CD^2$$

Da cui, semplificando:

$$AB : BD = AC^2 : CD^2 \quad (1)$$

Essendo il triangolo ACD rettangolo, perché inscritto in una semicirconferenza, per il teorema di Pitagora si ha:

$$CD^2 = AD^2 - AC^2$$

Sostituendo tale uguaglianza in (1), si ottiene:

$$AB : BD = AC^2 : (AD^2 - AC^2)$$

Ponendo:  $AB = h$ ,  $AD = 2R$  (con  $R$  raggio della Terra),  $AC = d$ , si ha:

$$h : (h + 2R) = d^2 : (4R^2 - d^2) \quad (2)$$

Risolvendo l'equazione (2) rispetto a  $d$ , otteniamo la seguente soluzione positiva:

$$d = R \cdot \frac{\sqrt{2h}}{\sqrt{h+R}}$$

Ai fini pratici, per dare una valutazione approssimata di  $d$ , si può moltiplicare il valore di  $h$  al numeratore per il coefficiente di rifrazione atmosferica 1,15. Si può anche eliminare  $h$  al denominatore in quanto è trascurabile rispetto al raggio della Terra  $R$ . Così si ottiene che:

$$d \approx R \cdot \frac{\sqrt{2,3 \cdot h}}{\sqrt{R}} = \sqrt{2,3 \cdot R \cdot h} \quad (3)$$

Per praticità di calcolo, nella letteratura corrente<sup>25</sup>, dalla (3) si ricava la formula:

$$d \approx 3826 \cdot \sqrt{h} \quad (4)$$

Nella (4) sia  $d$  che  $h$  sono espressi in metri (ricordiamo che  $h$  è l'altezza del punto di osservazione sul livello del mare). La formula si ricava come segue, inserendo la misura espressa in metri del raggio della Terra:

$$d \approx \sqrt{2,3 \cdot R \cdot h} = \sqrt{2,3 \cdot 6366200 \cdot h} \approx 3826 \cdot \sqrt{h}$$

Va ricordato, tuttavia, che una formula di questo tipo può generare confusione in quanto il numero 3826 dipende dall'unità di misura con la quale viene espresso il raggio della Terra (nel nostro caso, in metri). Quindi la formula dà risultati errati se viene utilizzata con valori di  $h$  non espressi in metri.

---

<sup>25</sup> Cfr. ad es. STRAHLER, 1984.

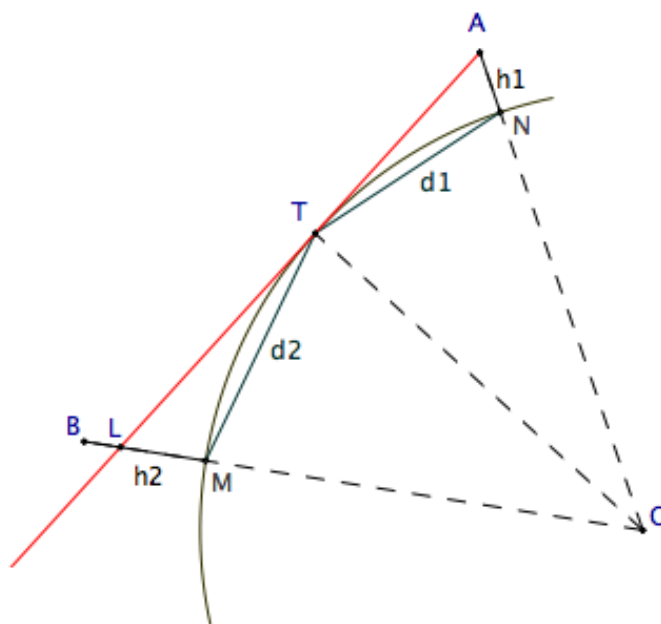
3. VISIBILITÀ DI UN LUOGO ELEVATO DA UN ALTRO PUNTO ELEVATO<sup>26</sup>

Figura 3. Determinazione di un oggetto elevato (BM) da un altro punto elevato (AN).

Resta da trovare la visibilità, da un luogo elevato, di altri punti elevati. Consideriamo la figura 3 (dove le distanze sono enfatizzate rispetto alla realtà, per maggiore chiarezza) e chiediamoci se un osservatore posto in A potrà vedere un monte di altezza BM, situato a una distanza pari all'arco MN. Se il monte è situato sotto la linea dell'orizzonte, la sua cima è visibile da A solo se si trova al di sopra del punto L che si ottiene intersecando la retta AT con BM. Come al solito, approssimiamo gli archi con le rispettive corde. Pur con le cautele già espresse, utilizziamo l'espressione (4), ponendo  $AN = h_1$ , per ottenere la distanza  $d_1$  di A dall'orizzonte:

$$d_1 \approx 3826 \cdot \sqrt{h_1}$$

Per quanto notato precedentemente, questa formula si può applicare solo se  $d_1$  e  $h_1$  sono espresse entrambe nell'unità di misura del metro.

<sup>26</sup> Anche questo argomento va sviluppato preferibilmente solo nella Scuola secondaria di II grado.

Approssimiamo la distanza  $d_2$  di L dall'orizzonte come segue:

$$d_2 \approx MN - d_1$$

Posto  $LM=h_2$ , si ricava  $h_2$  da:

$$d_2 \approx 3826 \cdot \sqrt{h_2}$$

ottenendo:

$$h_2 = \frac{1}{3826^2} \cdot d_2^2 \approx 0,00000006831 \cdot d_2^2$$

In conclusione, se  $BM > h_2$  si vedrà solo la parte di monte compresa tra i punti B e L. Se, invece,  $BM \leq h_2$  il monte non si vedrà.

Ovviamente, ciò vale se non vi sono ostacoli interposti lungo AB.

Il precedente quesito può facilmente essere risolto in maniera pratica (anche con approssimazione grossolana), in base ai ragionamenti prima esposti in questo paragrafo, utilizzando il grafico in figura 4, che rappresenta un arco di parabola ottenibile dalla (3). Nel grafico, l'asse delle ascisse rappresenta le distanze dal punto di osservazione e quello delle ordinate le altezze dei monti. Tali valori, per comodità di utilizzo, sono indicati con le unità di misura più appropriate (metri per le altezze dei monti e km per le distanze), anche se il grafico è stato ottenuto dalla (3) esprimendo sia  $d$  che  $h$  in metri<sup>27</sup>.

Illustriamo l'uso del grafico, spiegando come trovare se da un monte alto 700 m è possibile vedere un monte alto 2.000 m, posto alla distanza di 250 km.

---

<sup>27</sup> GEIRINGER, 1887.



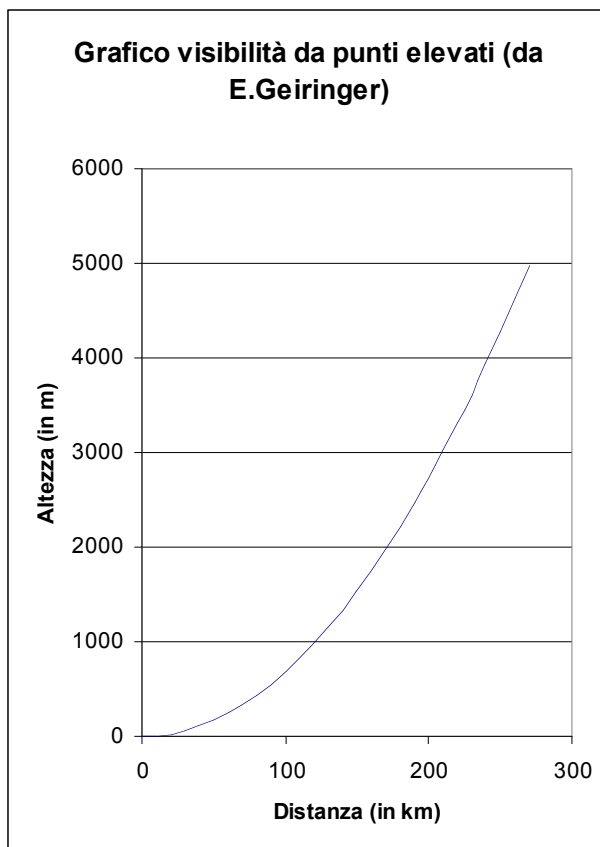


Figura 4. Grafico della visibilità da punti elevati.

Il procedimento è il seguente. Dal punto di ordinata pari a 700 m, si traccia la parallela all'asse delle distanze e si interseca con la curva riportata nel grafico. Dal punto così ottenuto si traccia la perpendicolare e si trova la corrispondente ascissa che nel nostro esempio corrisponde a circa 100 km. La distanza  $d_1$  è quindi circa uguale a 100 km. Da ciò si ricava che  $d_2$  è circa uguale a 150 km (visto che  $250 - 100 = 150$ ). Ora, dal punto di ascissa 150 km si porta la parallela all'asse delle altezze e si interseca con la curva, ottenendo un punto di ordinata circa uguale a 1500 m. Visto che il monte è alto 2000 m, di esso sono visibili solo i 500 m più elevati.

#### 4. ATTIVITÀ DI LABORATORIO SU CARTE TOPOGRAFICHE (I FASE: IN AULA)

Per effettuare questa attività è opportuno che gli alunni dispongano della stessa carta topografica (una per banco o per gruppo), preferibilmente a grande scala (ad

es. Tavolette IGM, in scala 1:25000, oppure Fogli della Carta d'Italia alla scala 1:50000). Si proporranno i seguenti esercizi, assegnando a tutti lo stesso compito:

- Calcolo, sulle carte topografiche, di distanze planimetriche tra due punti (uso della scala numerica e della scala grafica, conversioni di scala, determinazione dell'altitudine, applicazione del Teorema di Pitagora per la valutazione delle distanze reali, ecc.).
- Misura a partire dalle carte topografiche dell'azimut di un punto P rispetto a un punto di riferimento O (uso del goniometro e del righello)<sup>28</sup>.

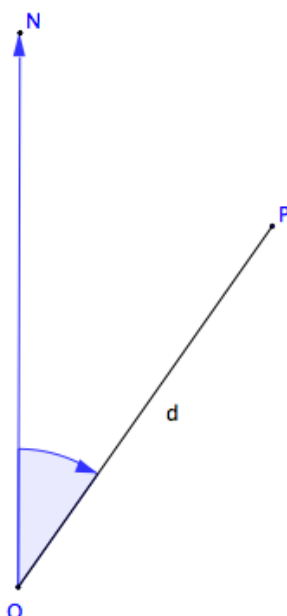


Figura 5. Azimut del punto P.

A questi potranno seguire esercizi più complessi come:

- Tracciato di un profilo altimetrico<sup>29</sup>.
- Eventuali esercizi “inversi”: ad es., dati posizione dell'osservatore, azimut di un punto P e distanza reale OP, trovare sulla carta la localizzazione di P.

<sup>28</sup> Azimut di P rispetto a un osservatore O è l'angolo, misurato in senso orario, avente per vertice O e per lati ON (N = nord geografico) e OP (vedi fig. 5; cfr. GENZO, 2010).

<sup>29</sup> Per ottenere un profilo significativo utilizzando la stessa scala per le distanze orizzontali e verticali è opportuno ricorrere a carte a scala più grande (ad esempio, stralci desunti dagli elementi della Carta Tecnica Regionale in scala 1:5000) relativi a territori montani o collinari.

## 5. L'ORIENTAMENTO E LA BUSSOLA<sup>30</sup>

La determinazione dei punti cardinali sulla circonferenza dell'orizzonte può essere ottenuta grazie all'osservazione degli astri. In occasione del mezzogiorno locale vero, il sole culmina sul meridiano del luogo in cui si trova l'osservatore, indicando all'osservatore stesso, nell'emisfero boreale, il Sud geografico. In quell'istante la lunghezza dell'ombra prodotta da uno gnomone solare (o dall'osservatore stesso) è minima e indica il Nord geografico. Di notte, il Nord è determinabile sull'orizzonte tracciando la verticale dalla Stella Polare (che, peraltro, non coincide esattamente con il Polo Nord celeste), una volta individuata questa.

La bussola, inventata dai Cinesi, ha costituito un notevole progresso tecnologico nel problema dell'orientamento, consentendo generalmente la determinazione dei punti cardinali anche nel caso di non visibilità degli astri.

Per comprendere come funziona una bussola, si può osservare in laboratorio che la polvere di ferro è attratta da un magnete. Il magnete genera un campo magnetico, all'interno del quale la polvere di ferro è influenzata dalla presenza del magnete stesso. Anche il nostro pianeta genera un campo magnetico. Esistono due punti sulla superficie terrestre (*in realtà sono delle superfici seppur circoscritte*), detti *poli magnetici*, collocati “pressappoco” vicino ai poli geografici, anche se la loro localizzazione muta nel corso del tempo. La bussola è essenzialmente costituita da un ago magnetizzato in grado di ruotare su di un piano orizzontale, in modo da indicare la direzione dei poli magnetici. La bussola non indica quindi in modo esatto i poli geografici; inoltre indica i poli magnetici a patto di non trovarsi alle alte latitudini, in prossimità dei poli magnetici<sup>31</sup>, o in aree interessate da fenomeni di anomalia magnetica<sup>32</sup>.

---

<sup>30</sup> Parte facoltativa: può essere svolta anche in momenti scolastici diversi.

<sup>31</sup> Esistono anche bussole in cui l'ago magnetico è libero di ruotare su un piano verticale. Queste sono le uniche bussole che possono essere utilizzate alle alte latitudini, in prossimità dei poli magnetici.

<sup>32</sup> Le anomalie magnetiche sono dovute alla presenza di rocce contenenti minerali ferro-magnetici e determinano variazioni irregolari della declinazione magnetica in alcune zone della superficie terrestre, per altro note e opportunamente indicate sulle carte topografiche.

Una bussola rudimentale può essere preparata in laboratorio con oggetti molto semplici. Basta disporre di una scodella, riempirla d'acqua e posarvi sopra un galleggiante, per esempio un largo tappo di sughero, sopra il quale sia stato infilato un ago magnetizzato. Il galleggiante ruoterà sopra l'acqua indicando con le sue punte la direzione dei poli magnetici.

L'angolo formato dal meridiano e dalla direzione dell'ago della bussola corrisponde alla *declinazione magnetica*. A seconda dello scostamento rispetto al meridiano, tale declinazione può essere orientale o occidentale, e cambia nel corso del tempo. È indicata sulle carte topografiche, così come il suo cambiamento annuo. Essa va dunque ricalcolata in funzione del tempo intercorso a partire dall'anno cui il dato si riferisce. Di tutto ciò bisogna tener conto quando si orienta la carta topografica. Per calcolare approssimativamente la declinazione magnetica al tempo in cui si usa la carta, si può procedere come nell'esempio seguente.

*Esempio.* La carta topografica IGM "Caresana" Foglio n. 131 indica per l'1/01/1973 una declinazione magnetica media di  $-0^{\circ} 51'$  (Ovest), con una variazione annua di circa  $+3'$ . Quale sarà la declinazione magnetica nel 2011? Basta calcolare l'espressione:  $-0^{\circ} 51' + 3' \times (2011-1973)$ , ottenendo come risultato  $+1^{\circ} 3'$ .

In Italia, gli scostamenti massimi dal meridiano si hanno nel Piemonte e nella Liguria occidentali ( $2^{\circ}$  W) oppure in Puglia ( $1^{\circ}$  E). In Friuli Venezia Giulia lo scostamento è quasi nullo.

## 6. ATTIVITÀ DI LABORATORIO: II FASE (SUL CAMPO)

L'uscita nel territorio deve essere accuratamente programmata.

È importante scegliere un punto di osservazione facilmente raggiungibile in tempi brevi<sup>33</sup>. Ottima può essere la scelta di una vedetta sia per l'accessibilità sia per la ragione che in corrispondenza di vedette sono spesso indicate le direzioni di punti

---

<sup>33</sup> Se il punto non è noto, occorre determinare le sue coordinate geografiche. Il metodo classico si basa sull'uso del sestante (un goniometro perfezionato) per determinare la latitudine, del cronometro (cioè un orologio preciso), per determinare la longitudine, e di un altimetro per determinare l'altitudine. Attualmente è molto usato il GPS (Global Position System), che dà molto rapidamente valori delle coordinate estremamente precisi, utilizzando una serie di satelliti artificiali (per una attività didattica sul GPS, cfr. CANDUSSIO, 2009).

geografici notevoli, che possono essere utilizzate per confermare a posteriori la correttezza delle attività svolte in campagna. Tali elementi non devono trovarsi a distanze superiori ai 15 – 25 km, perché altrimenti risulterebbero osservabili solo in condizioni di visibilità ottimali. È inoltre necessario disporre di carte topografiche che rappresentino il territorio visibile entro tale raggio.

Una volta giunti sul luogo di osservazione, si orienterà la carta topografica rispetto al Nord geografico ricorrendo all'utilizzo di punti di riferimento significativi e, quindi, anche con la bussola, misurando con la stessa gli azimut di alcuni punti geografici notevoli (ad es. campanili, torri, ciminiere, vette<sup>34</sup>, punte di promontori, ecc. o altri punti caratterizzanti, anche se appartenenti a centri abitati), e inserendoli in una opportuna tabella (vedi ad es. Tabella 1).

TABELLA 1

<i>Punto notevole</i>	<i>Azimut</i>	<i>Caratteristiche geografiche</i>	<i>Nome</i>
A	23°	campanile	Villarosa
B	34°	vetta collina	Colle Verde
C	60°	punta promontorio	Punta Azzurra

Sulla carta si individueranno, poi, i toponimi dei punti notevoli.

Sarà inoltre opportuno che qualche alunno scatti più fotografie (in parte sovrapposte) del panorama esaminato, rimanendo fisso in un punto e ruotando su se stesso più volte fino a compiere un angolo giro (alcune macchine fotografiche consentono di realizzare foto panoramiche complete con un'apposita funzione).

<sup>34</sup> Per le vette c'è il rischio che l'estremità più elevata visibile da un punto di osservazione non corrisponda effettivamente alla vetta in conseguenza della morfologia del rilievo, e lo stesso dicasi per le punte dei promontori, il che può portare a misure degli azimut imprecise.

## 7. ATTIVITÀ DI LABORATORIO: III FASE (IN AULA)

La terza fase si svolge nuovamente in aula, con l'individuazione sulla carta topografica dei punti notevoli grazie all'utilizzo del goniometro e degli azimut raccolti in campagna. Sarà necessario esaminare attentamente i punti geografici notevoli di dubbia interpretazione: per esempio, punti geografici allineati o quasi, in conseguenza della mancata visibilità di rilievi ostacolata da altri rilievi più vicini, ecc. In relazione a quest'ultimo problema, si applicherà la teoria della similitudine dei triangoli<sup>35</sup> usando i dati disponibili. Conoscendo, ad esempio, le altezze CD e AB e le distanze di A e C da O (osservatore), in base alla proporzionalità o meno dei lati dei triangoli AOB e COD si potrà dedurre se O, B e D sono allineati o no, e quindi comprendere se AB ostacola totalmente o parzialmente la vista di CD.

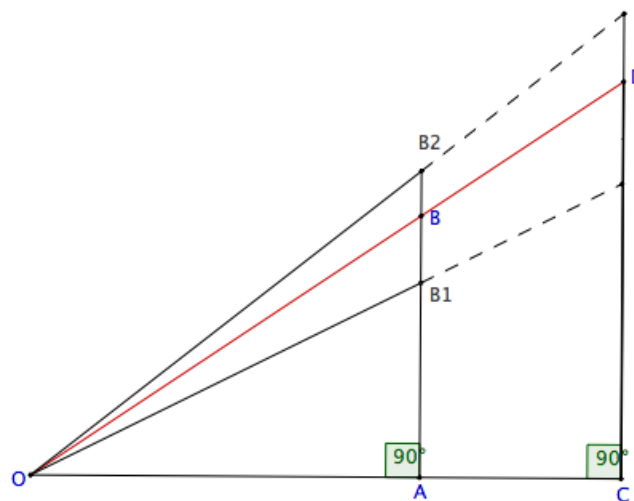


Figura 6. Determinazione dell'altezza degli ostacoli alla visibilità di oggetti elevati.

L'impedimento visivo di CD a causa dell'ostacolo AB è totale se e solo se (v. Fig. 6):

$$AB \geq \frac{OA \cdot CD}{OC}$$

<sup>35</sup> Anche in questo caso, per semplificare, si trascura la curvatura terrestre.

Potrebbe essere utile anche una valutazione degli scostamenti degli azimut misurati sulla carta, rispetto a quelli acquisiti in campagna con la bussola (vedi Tabella 2). Tuttavia, un errore di azimut di 3 ° o 4 ° è abbastanza frequente, ed è accettabile per alunni che si cimentano per la prima volta in questo genere di attività.

TABELLA 2

<i>Punto notevole</i>	<i>Azimut (con bussola)</i>	<i>Azimut (su carta)</i>	<i>Differenza azimut</i>	<i>Caratteristiche geografiche</i>	<i>Nome</i>
A	23°	25°	+ 2°	campanile	Villarosa
B	34°	37°	+ 3°	vetta collina	Colle Verde
C	60°	56°	- 4°	punta promontorio	Punta Azzurra

In tal caso sarà utile una discussione per giungere a una conferma (eventuale) dei punti geografici notevoli individuati.

L'attività potrà concludersi con la produzione di un tabellone con foto panoramiche parzialmente sovrapposte o con disegni rappresentanti il panorama medesimo.

Ogni punto notevole verrà indicato col toponimo corrispondente.

Figura 7. Panorama del Golfo di Trieste dalla Vedetta Italia, Carso (cfr. GENZO 2010).

Ad esempio, in relazione alla Figura 7, che indica un panorama del Golfo di Trieste osservabile dalla Vedetta Italia, sono indicati i seguenti punti notevoli:

- 1 Trieste: Porto Vecchio
- 2 Muggia
- 3 Trieste: Porto Nuovo (Molo V)
- 4 Punta Sottile
- 5 Punta Grossa / Debeli Rtič
- 6 Isola d'Istria / Izola
- 7 Pirano / Piran
- 8 Punta Salvore / Rt. Savudrija.

## 8. ULTERIORI APPROFONDIMENTI

Le precedenti indicazioni operative sono valide a livello didattico. Chi scrive si è tuttavia cimentato nell'individuazione di punti geografici distanti dall'osservatore anche 100 – 150 km, al fine di riconoscere da punti panoramici localizzati sul Carso triestino le principali vette del sistema Sudalpino orientale (vedi Fig. 8). In questo caso i problemi sono notevolmente più complessi.

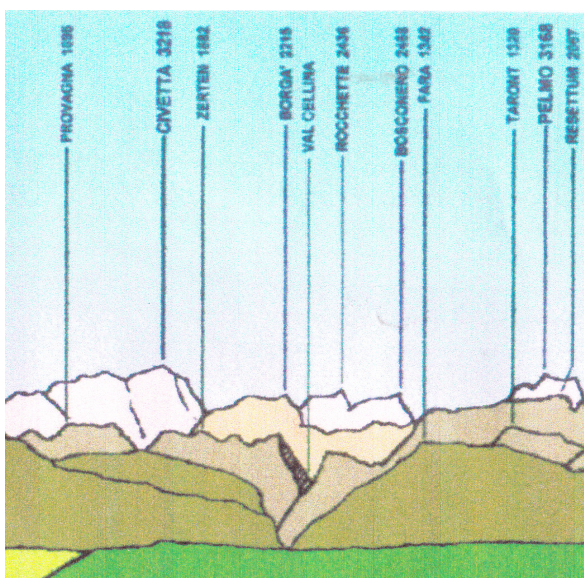


Figura 8. La Val Cellina e le Dolomiti viste dal Carso (GENZO 2006).



A tali distanze un errore di azimut anche di un solo grado può portare a confondere montagne dolomitiche importanti, come il gruppo del Pelmo e quello del Civetta.

Bisogna anche non dimenticare che la fisionomia di un rilievo cambia notevolmente a seconda della direzione da cui esso viene osservato, pertanto è necessaria una notevole conoscenza derivante da altre fonti, per poter individuare correttamente catene e gruppi montuosi molto lontani. Va infine ricordato che in una catena complessa come le Alpi le quinte di rilievi si susseguono numerose, e non è sempre facile distinguerle e discriminarle.

Molto complesso si rivelò, ad esempio, il riconoscimento dei rilievi della Val Cellina, con numerose catene visibili. Sullo sfondo, il gruppo del Borgà e quello di Rocchette-Bosconero visti dal Carso triestino sembravano formare una catena singola: un sopralluogo nella zona su rilievi antistanti la pianura pordenonese rivelò che si trattava invece di due catene separate dalla valle del Piave, col Borgà a oriente e il gruppo Rocchette-Bosconero a occidente rispetto al corso d'acqua.

Anche in altre occasioni, solo il ricorso a sopralluoghi su rilievi più prossimi disposti sulla direttrice di altri gruppi, più lontani e complessi, permise di individuare le singole vette di questi ultimi. In questo modo si operò, ad esempio, nella zona sopra Piancavallo (PN), al fine di riconoscere le singole vette del complesso Gruppo delle Pale di San Martino.

I problemi qui prospettati, oltre alla difficoltà di programmare un'uscita sul territorio in condizioni di visibilità ottimale, rendono praticamente non attuabili esercitazioni scolastiche sulle panoramiche a elevata distanza.

A livello teorico, tuttavia, se si sono sviluppati i paragrafi 2 e 3 del presente lavoro, è possibile dare una risposta a domande del tipo: “Dal Monte Lanaro (Carso triestino) posso vedere i monti Lessini? E i Colli Euganei? E qualche vetta più alta dell'Appennino? Quanto dovrebbe essere elevato il Monte Rosa affinché io riesca a vederlo dal Monte Taiano (Slavnik, SLO), che è alto 1.028 metri?...” Esse possono indubbiamente stimolare l'attenzione e la curiosità degli allievi più propensi ad approfondire questi argomenti.

## RINGRAZIAMENTI

Si ringrazia il Comitato editoriale del CIRD e, in particolare, la dott.ssa Anna Maria Ferluga, il dott. Michele Stoppa e la prof.ssa Luciana Zuccheri, per la rilettura critica del lavoro e i numerosi consigli forniti per la sua stesura definitiva.

## BIBLIOGRAFIA

CANDUSSIO G.

2009, *Dove siamo? Ci siamo persi?... No!... Abbiamo il GPS!* in: Zuccheri L., Gallopin P., Rocco M., Zudini V. (a cura di ), «La matematica dei ragazzi: scambi di esperienze tra coetanei». Edizione 2008, Trieste, EUT Edizioni Università di Trieste, pp. 52-64.

GEIRINGER E.

1887, *Sulla determinazione dei limiti estremi per la visibilità da punti elevati*, Trieste, Stabilimento Artistico Tipografico "G. Caprin".

GENZO C.

2010, *Laboratori: Per non perdere la bussola*, «Scuola e Didattica». Anno LV, n. 10: 7-9, Brescia, La Scuola.  
2006, *Le Alpi viste dal Carso*, Trieste, Lint Editoriale.

STRAHLER A.N.

1984, *Geografia fisica*, Padova, Piccin.

## PER APPROFONDIRE

ANTONIAZZI A., FIORENTINI F.

1975, *Cosmorama*. Bologna, Ed. Poseidonia.

CAMPBELL J.

1989, *Introduzione alla Cartografia*, Bologna, Zanichelli.

CORBELLINI G.

1985, *Guida all'orientamento*, Bologna, Zanichelli.

FEDERICI P. R., AXIANAS L.

1984, *Nuovi lineamenti di Geografia generale*, Firenze, Editore Bulgarini.

GENZO C.

2008, *Panorami dalla Val Rosandra*, in: AA.VV. «La Val Rosandra e l'ambiente circostante», Trieste, Lint Editoriale.

## *Per gli alunni l'aritmetica è più facile della geometria? Come ho superato alcune difficoltà*

MARINA ROCCO  
Nucleo di Ricerca Didattica  
del Dipartimento di Matematica e Informatica  
Università di Trieste  
*marina.rocco1@tin.it*

### SUNTO

*Vengono presentati alcuni esempi di situazioni (problemi, attività,...) di tipo geometrico in cui sono state notate difficoltà largamente diffuse tra alunni di 11-14 anni. Per ogni esempio si illustrano le strategie didattiche che hanno prodotto dei miglioramenti. Nel corso dell'esperienza, durata più di una ventina d'anni, è stato osservato un numero significativo di alunni (circa 3000).*

### PAROLE CHIAVE

DIDATTICA DELLA MATEMATICA / MATHEMATICS EDUCATION; DIFFICOLTÀ DI APPRENDIMENTO / LEARNING DIFFICULTIES; GEOMETRIA / GEOMETRY; SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO GRADO / MIDDLE SCHOOL

### 1. PREMESSA

Posso vantare un'esperienza di insegnamento lunga e variegata: sono stata docente di ruolo dal 1978 al 2004 nella scuola secondaria di primo grado; il servizio preuolo si è svolto dal 1972 prevalentemente nella secondaria di secondo grado; ho formato docenti di scuola primaria e secondaria di primo grado (corsi di formazione iniziale, ad es. SSISS, corso di laurea in Scienze della Formazione Primaria; corsi di formazione in servizio).

Nel corso della mia attività di insegnamento ho constatato che:

- Durante le lezioni di geometria, i ragazzi chiedono con frequenza rilevante "Quando si fa matematica?" (intendendo: *aritmetica*)

- Si riscontra un maggior successo nelle verifiche di aritmetica che in quelle di geometria.

Penso che molti altri insegnanti abbiano potuto fare le stesse osservazioni e forse, come me, si sono chiesti:

- Perché gli alunni preferiscono l'aritmetica alla geometria?
- Perché è più facile produrre un risultato corretto in aritmetica?

Se si insegna alla scuola secondaria, si cerca di trovare una risposta a tali quesiti (causa, correlazione,...) indagando in qualche modo su quanto avvenuto in merito durante la scolarizzazione pregressa degli studenti.

La prima fonte di riferimento (che però può solo dare un'idea di ciò che *avrebbe potuto essere*) sono i testi normativi<sup>36</sup>: in essi la geometria non è trascurata e, come per le altre discipline, si suggerisce ampiamente il ricorso a esperienze concrete e ad attività laboratoriali. Negli ultimi vent'anni l'elenco dei contenuti di geometria per la scuola primaria si è forse un po' ridotto, ma non dimentichiamo che le innovazioni nell'insegnamento della matematica nella scuola di base sono state spesso indipendenti dalla normativa e legate piuttosto al confronto di esperienze, sotto il controllo delle Università o all'interno di associazioni di categoria.

Per ciò che è realmente avvenuto nella storia scolastica dell'allievo, le fonti di riferimento consistono nei test d'ingresso al nuovo ordine di scuola, nelle interviste più o meno formali agli alunni e ai docenti delle scuole di provenienza. Il quadro che si delineava dalle indagini da me svolte molto spesso mi ha fatto pensare che nella scuola primaria si insegna geometria il più tardi possibile e nelle dosi minime richieste, spesso limitandosi a questioni di calcolo di misure.

Se ci poniamo dal punto di vista dell'alunno, dobbiamo comunque ammettere che la geometria è emotivamente destabilizzante!

Infatti, le competenze richieste nell'esecuzione di un compito di geometria sono complesse. Molti sono i fattori in gioco: possono esserci, oggettivamente, difficoltà

---

<sup>36</sup> Cfr. [MPI, 2007], ma si vedano anche almeno i due precedenti analoghi documenti relativi ai programmi di insegnamento per la scuola primaria e secondaria di primo grado.

a rappresentare graficamente la situazione, o difficoltà a capire la richiesta, non solo a causa della formulazione del testo.

Generalmente, l'allievo:

- ha scarse possibilità di autovalutazione (non riesce a mantenere il controllo sul procedimento risolutivo perché, salvo situazioni molto semplici, non può ricorrere ad automatismi);
- vive in condizioni di incertezza (la “prova” per verificare la correttezza dell'esecuzione riguarda solo gli aspetti numerici);
- sente a rischio l'autostima.

Se uno può o deve decidere da solo, di fronte a un ostacolo ha due possibilità: rinunciare, o affrontarlo (nelle situazioni problematiche reali, l'aggiramento è una scelta quasi mai possibile). Ma, per i nostri allievi, decidiamo noi insegnanti: si può scegliere di evitare loro i “traumi delle sconfitte”, riducendo e semplificando l'insegnamento della geometria. Sarebbe una scelta più saggia quella di rendere la geometria più familiare (in senso latino: *inserviente, domestica*), cominciando a insegnarla prima possibile, sfruttando tutte le occasioni, usando strategie accattivanti. Questa seconda scelta richiede l'individuazione delle situazioni “difficili”, il riconoscimento delle loro origini, la valutazione delle possibili conseguenze sugli apprendimenti futuri, l'applicazione di metodologie di insegnamento efficaci, l'ideazione di attività adeguate alla prevenzione o al recupero,... È una scelta impegnativa, sia perché in ogni fase del lavoro l'insegnante non ha tregua, sia perché, una volta imboccata questa strada, ci si sente moralmente in dovere di continuare a percorrerla.

## 2. ANALISI DI ALCUNE ESPERIENZE

Le difficoltà che gli alunni incontrano in geometria diventano evidenti con i problemi tipici delle classi *secondo e terzo* della scuola secondaria di primo grado, anche se ci sono state anche altre circostanze in cui i miei alunni hanno fornito prestazioni molto al di sotto delle mie aspettative.

Qui di seguito presento alcuni esempi delle situazioni che mi sono parse più significative, verificatesi nelle classi seconde e terze: per ciascuno di essi indico quelle che mi sono sembrate le possibili cause di insuccesso e riporto la traccia della strategia didattica di cui mi sono servita per il recupero o la prevenzione, con relativo commento.

### ESEMPIO 1

Il primo esempio riguarda un problema di geometria piana: tolte le situazioni in cui basta applicare un'unica formula, le difficoltà che i ragazzi della fascia più debole incontrano sono tali, che spesso rinunciano del tutto all'esecuzione oppure procedono con tentativi disorganizzati di utilizzo dei dati, senza una strategia risolutiva. Consideriamo il testo che segue, tipico esercizio di routine o da compito in classe:

Trovare il perimetro di un rettangolo, la cui base misura 6 cm, equivalente a un trapezio isoscele col perimetro di 40 cm, altezza 4 cm e lato obliquo 5 cm.

Le difficoltà che il problema comporta sono innanzi tutto di comprensione del testo, e tale comprensione è legata a numerose conoscenze (definizioni di termini specifici) e subordinata all'individuazione delle richieste esplicite e implicite. Questo è un testo molto denso di informazioni, perciò (analogamente a quanto avevo già fatto nella classe prima per i problemi di tipo aritmetico), come attività di recupero facevo svolgere alla classe le attività sotto esposte.

#### Attività 1.1

Analizzare il testo, individuando ciò che ha un significato matematico e usando evidenziatori colorati per classificare quanto individuato. I ragazzi mostravano un risultato simile al seguente:

Trovare il **perimetro** di un **rettangolo**, la cui **base misura** 6 cm, **equivalente** a un **trapezio isoscele** col **perimetro di** 40 cm, **altezza di** 4 cm e **lato obliquo di** 5 cm.

Usavamo il rosso per l'obiettivo finale (**perimetro**), il verde per gli elementi dati (tra cui **perimetro**). Guidavo i ragazzi a comprendere che la stessa parola assume ruoli

dipendenti dalla figura a cui si riferisce e che a una parola (in questo esempio **misura**) si possono sostituire preposizioni, da evidenziare con lo stesso colore.

I ragazzi osservavano che anche parole trascurabili hanno un significato matematico e possono indicare la richiesta del problema o le relazioni tra quanto già evidenziato...

#### Attività 1.2

Modificare il testo, sostituendo alcune parole in modo da renderne più esplicito il significato.

I ragazzi ottenevano, ad esempio:

Trovare (=calcolare) il **perimetro (=somma delle lunghezze dei lati)** di un **rettangolo**, la cui **base misura 6 cm**, **equivalente (=con area uguale)** a un **trapezio isoscele** col **perimetro(=somma delle lunghezze dei lati) di 40 cm**, **altezza di 4 cm** e **lato obliquo di 5 cm**.

#### Attività 1.3

Sull'ultimo testo o su quello originale, isolare le diverse richieste, individuando eventuali obiettivi intermedi, come segue:

Trovare il **perimetro di un rettangolo**, la cui base misura 6 cm, equivalente (domanda implicita: **area delle due figure**) a un trapezio isoscele col perimetro di 40 cm, altezza 4 cm e lato obliquo 5 cm (domanda implicita: **somma delle basi**).

#### Attività 1.4

Riscrivere il testo, frazionandolo in sottoproblemi con unica richiesta:

- Un trapezio isoscele ha i lati obliqui di 5 cm e il perimetro di 40 cm: calcola la somma delle basi.
- L'altezza del trapezio misura 4 cm: calcola l'area.
- Un rettangolo ha la stessa area del trapezio e la base di 6 cm: calcola l'altezza.
- Calcola il perimetro del rettangolo.

Al termine dell'Attività 1.4, si ottengono 4 problemi che, per essere risolti, richiedono una sola formula ciascuno: il successo è ora dipendente solo dalla comprensione e memorizzazione di tali formule, e dalle abilità di calcolo. Facevo inoltre raccogliere progressivamente a ogni alunno le sue diverse formulazioni del

problema sullo stesso foglio, opportunamente titolate. Questo accorgimento consentiva rapidi confronti tra le diverse stesure, evitando la scarsa fruibilità delle informazioni causata da uno svolgimento troppo zelante dell'Attività 1.2.

Durante l'Attività 1.1, eliminavo la confusione di colori fornendo agli alunni un foglio col testo riprodotto più volte, su cui evidenziare separatamente le figure, i dati riferiti alla prima di esse, ecc. In presenza di testi molto densi di informazioni, l'Attività 1.2 veniva sostituita dalla stesura di un glossario; spesso si stendeva anche l'elenco delle formule che i ragazzi ritenevano di dover usare.

Con le attività su esposte cercavo di fornire ai ragazzi una metodologia di lavoro che sintetizzavo così: "Se non si sanno le risposte, bisogna almeno sapere le domande!"

Il problema dell'ESEMPIO 1 presenta un'altra possibile causa di insuccesso: non è necessaria la misura delle singole basi del trapezio, ma solo la loro somma! Trovare questa richiede solo una addizione e una sottrazione, mentre trovare la misura delle singole basi richiede l'applicazione del teorema di Pitagora su opportuni triangoli rettangoli che bisogna saper individuare.

Dando direttamente ai ragazzi il testo finale ottenibile nell'Attività 1.4, i risultati della prova sarebbero senz'altro migliori. Perché allora non darlo sempre e direttamente così? Le motivazioni sono le seguenti:

- chi lo affronta dimostra solo il suo livello di conoscenze e abilità;
- le attività da 1 a 4, invece, sviluppano competenze;
- saper ottenere un testo simile a quello dell'Attività 4 è un traguardo che si deve rendere raggiungibile al maggior numero possibile di ragazzi.

## ESEMPIO 2

Il testo che segue è tipico delle prove scritte di matematica agli esami di licenza della scuola secondaria di primo grado e degli esercizi che in vista di tale prova si assegnano "per allenamento". In questa formulazione sono ridotti al minimo i rischi di scarsa comprensione del testo; se vi fossero comunque difficoltà, si può procedere come nell'ESEMPIO 1.



Un trapezio isoscele ha base maggiore di 18 cm, base minore di 12 cm e altezza di 4 cm. Il trapezio viene fatto ruotare intorno al suo asse di simmetria: trovare la superficie totale del solido che si ottiene.

In tale problema, il solido che si ottiene è un tronco di cono: certamente ci sarà in classe chi non ricorda o non conosce le formule adatte e non è in grado di ricavarle, servendosi di similitudini. Con altri testi, in cui il trapezio venisse fatto ruotare intorno a una base (dando origine a due coni e a un cilindro) per evitare figure tronche, potrebbero tuttavia presentarsi:

- difficoltà di rappresentazione delle figure solide ottenute;
- difficoltà nel riconoscere il ruolo che gli elementi del trapezio assumono nel solido;
- difficoltà relative alla geometria piana, nel riconoscere la necessità di applicare il teorema di Pitagora o di ricorrere alla similitudine.

Le difficoltà di rappresentazione sono state superate da numerosi miei allievi grazie all'uso di software di geometria dinamica. Per le altre, ho cominciato a vedere dei miglioramenti quando, ipotizzando che fosse utile guidare gli allievi a una corretta interpretazione della figura, ho pensato ad altre situazioni in cui, in precedenza, avevo rilevato difficoltà analoghe e ho notato che queste si erano presentate con la stessa frequenza. Ho provato, perciò, in seguito, a risolvere per tempo tali situazioni e ciò ha portato un effettivo beneficio. Le situazioni su cui ho riflettuto di più sono discusse nei prossimi esempi: in sostanza mi è sembrata una buona idea cominciare per tempo a educare a “vedere in geometria”.

### ESEMPIO 3

L'origine di questo esempio sta nell'aver osservato che frequentemente i miei alunni riproducevano approssimativamente le figure presentate alla lavagna o sul libro di testo. Unica laureata in matematica tra gli otto docenti della mia scuola (secondaria di primo grado), curavo i test d'ingresso alla classe prima e, per 6 anni consecutivi, dal 1991 al 1997, vi ho inserito la richiesta di ricopiare le figure riportate di seguito (Figure

1a e 1b). La consegna era fornita a voce. Si chiedeva di riprodurre le figure, da carta quadrettata a carta quadrettata: la quadrettatura dei fogli da cui copiare (consegnati a ciascun ragazzo) era di 0,4 cm, mentre il foglio su cui copiare le figure aveva una quadrettatura di 0,5 cm. Nel replicare le figure, si specificava la necessità di rispettare gli incroci della quadrettatura, senza l'obbligo di mantenere le distanze tra le figure, mentre doveva esser mantenuto il loro ordine nel foglio.

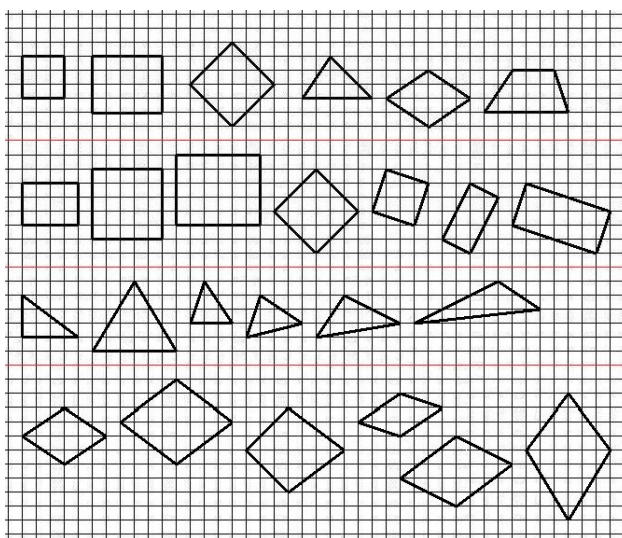


Figura 1a.

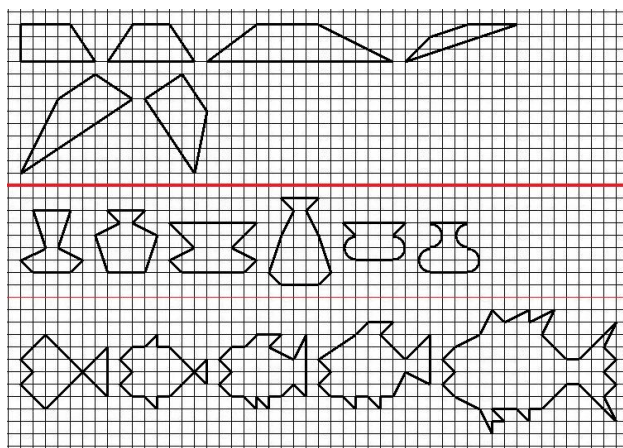


Figura 1b.

Considerando l'età dei ragazzi e la apparente semplicità del compito, gli esiti sono stati molto inferiori alle aspettative: in oltre il 25% dei casi, le riproduzioni contenevano errori. Ad esempio, nella prima riga della Figura 1a, il quadrato al

terzo posto e il rombo al quinto posto venivano scambiati, oppure entrambi riprodotti allo stesso modo (due quadrati o due rombi); nella stessa riga, il triangolo e il trapezio non di rado venivano riprodotti isosceli; nella quarta riga, spesso i quadrilateri venivano copiati come fossero rombi, alcuni dei quali congruenti alla seconda figura della stessa riga.

Nella Figura 1b, sono risultate particolarmente difficili da riprodurre le figure aventi un lato che attraversa vari quadretti, senza appoggiarsi alle linee della griglia; la difficoltà è stata particolarmente riscontrata quando vi era molta differenza tra il numero di quadretti attraversati in verticale rispetto a quelli in orizzontale, indipendentemente dalla forma da riprodurre. Si osservino il quarto “vaso” e l'ultimo “pesce” nella Figura 1b: i segmenti evidenziati nella Figura 1c (e i loro simmetrici) venivano molto frequentemente riprodotti allineati.

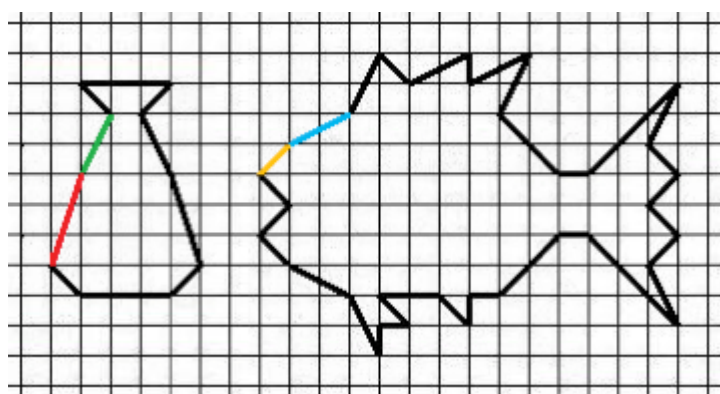


Figura 1c.

Come giustificazione di questi errori e della loro notevole frequenza, si possono ipotizzare le seguenti cause:

1. mancanza di una strategia;
2. scarsa attenzione;
3. scarsa capacità di controllo.

In definitiva, frequentemente l'esecutore si accontentava di un risultato somigliante al modello da riprodurre, del quale conservava solo alcune caratteristiche o aumentava inconsapevolmente le proprietà. Il tutto può sembrare

irrilevante, ma si tenga conto del fatto che l'approssimatività nel disegnare una figura può compromettere, soprattutto nei soggetti più deboli, sia l'apprendimento, sia la risoluzione di problemi di tipo geometrico, senza contare che la prima possibile conseguenza sarà la difficoltà a operare correttamente nel piano cartesiano. Per evitare ciò, svolgevo le attività di recupero di seguito descritte.

### Attività 3.1

Dato un insieme di figure, simili a quelle della Figura 2, disegnate su carta quadrettata, si chiede agli allievi di descriverle, specificando le eventuali relazioni tra i lati (che possono essere tra loro congruenti, paralleli, perpendicolari,...) e quelle tra gli angoli (che possono essere tra loro congruenti, supplementari,...).

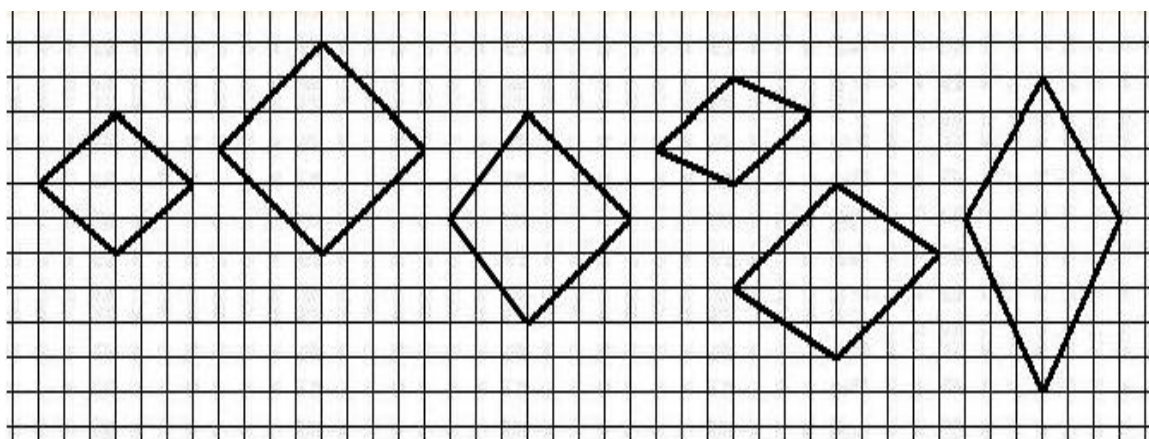


Figura 2.

Lo scopo dell'attività era di migliorare l'autocontrollo, insegnando agli alunni come controllare la correttezza dei propri lavori verificando che nelle riproduzioni comparissero tutte e sole le caratteristiche presenti nei modelli.

### Attività 3.2

Dati dei segmenti disegnati su carta quadrettata come in Figura 3a e in Figura 3b, si chiede agli allievi di considerarli, uno alla volta. Fissato un estremo del primo segmento, dal quale iniziare, si chiede all'allievo di descrivere il percorso per raggiungere l'altro estremo dello stesso segmento, muovendosi lungo i lati della griglia.

Le risposte corrette saranno, ad esempio:

- 7 a destra e 4 in alto;
- 5 in giù e 9 a destra.

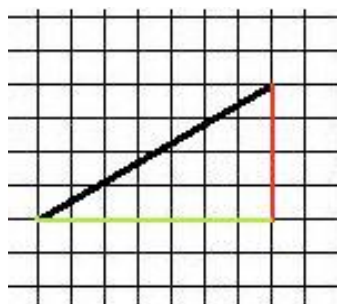


Figura 3a.

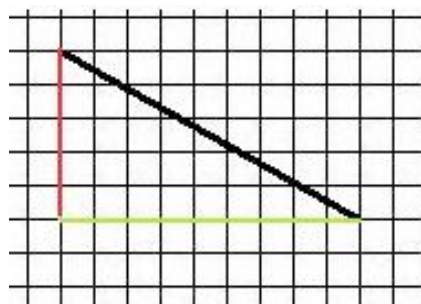


Figura 3b.

Lo scopo dell'attività era di suggerire una strategia che sarebbe tornata utile per disegnare rette nel piano cartesiano, come ad esempio quelle di equazioni:

$$y = \frac{4}{7}x + 1$$

$$y = -\frac{5}{9}x + 1$$

Le attività di descrizione di percorsi hanno avuto fortuna negli anni in cui diversi progetti di informatica prevedevano l'uso di LOGO, soprattutto alla scuola primaria. Descrizioni analoghe vengono tuttora fatte, sempre alla scuola primaria, nell'ambito dell'educazione motoria o nel primo approccio alla geometria, ma sono riferite a percorsi realmente compiuti dai bambini: esiti sistematicamente corretti in queste situazioni, non garantiscono analogo successo quando si passa dallo spazio fisico alla rappresentazione su carta quadrettata.

A proposito delle rette nel piano cartesiano, infine, si confrontino i coefficienti angolari delle due equazioni portate a esempio, con le precedenti descrizioni dei percorsi: se si spiega il significato di tali coefficienti utilizzando l'idea del percorso per andare da un punto dato della retta a un altro punto della stessa retta, si dà agli allievi un modo facile per disegnare (senza calcoli!) "molti" punti della retta.

Sembrerebbe che l'esecuzione delle cosiddette "cornicette", allo scopo di migliorare l'attenzione, possa prevenire l'insorgere della difficoltà di cui si tratta in questo esempio: a conferma di ciò, una classe quinta che aveva in precedenza eseguito molte "cornicette" ha affrontato senza errori questo lavoro, tranne una bambina con forte astigmatismo. L'idea potrebbe trovare ulteriore conferma nel fatto che, negli anni in cui ho sistematicamente rilevato tali difficoltà, questa attività nella scuola primaria non era "di moda". Le esecuzioni scorrette prima descritte erano spesso collegabili (anche se non con certezza) a errori sugli angoli. Ho in seguito potuto lavorare sul tema degli angoli con i tempi e i ritmi permessi alla scuola primaria, ma impensabili alla scuola media, trovando appoggio all'ipotesi delle difficoltà sugli angoli<sup>37</sup>.

#### ESEMPIO 4

Assegnavo sistematicamente il seguente compito per casa alle mie classi terze, nello studio dei poliedri:

Costruire la struttura di un cubo, usando cannuce da bibita per rappresentare gli spigoli.

Le cannuce erano state già ampiamente utilizzate in seconda, per lo studio di poligoni con attività tutte basate sul fatto che la struttura di un quadrilatero è deformabile (mentre quella di un triangolo è rigida), se le cannuce che ne rappresentano i lati sono collegate infilandovi del filo elastico<sup>38</sup>. In terza, i poliedri regolari venivano studiati come indicato in (Rocco 1989); poi iniziava in classe il lavoro con le cannuce, con la costruzione di tetraedri e ottaedri regolari, mentre il cubo e l'icosaedro venivano dati da costruire a casa. Ogni anno, metà della classe dichiarava di non aver eseguito il compito, mentre gli altri esibivano il loro lavoro rammaricandosi che *il cubo non stava in piedi*: i ragazzi, evidentemente, non facevano ricorso alle esperienze precedenti.

---

<sup>37</sup> Cfr. ONOFRIO, ROCCO 2009.

<sup>38</sup> Cfr. ROCCO 1996, ROCCO 2002, ONOFRIO, ROCCO 2009.

Da qui partiva la discussione, rammentando le esperienze con le cannuce dell'anno prima ed esaminando la possibilità di rendere indeformabili la struttura del cubo e di altri poliedri. L'errore diventava, così, spunto di riflessione su quanto già appreso e occasione di approfondimento.

Mi sembra, però, che la difficoltà rilevata in questo esempio sia di tipo diverso rispetto alle precedenti, e che non sia da collegare a mancati o incerti apprendimenti, quanto piuttosto alla capacità di farvi ricorso in contesti diversi.

#### ESEMPIO 5

Anche quest'ultimo esempio si riferisce allo studio dei poliedri e consiste in un compito che veniva assegnato in terza:

Disegnare lo sviluppo di una piramide a base romboidale, assegnate le misure delle diagonali di base e dell'apotema laterale.

I ragazzi eseguivano autonomamente il compito e venivano poi invitati a ritagliare il loro sviluppo del solido, per costruire la piramide... che, regolarmente, non riusciva! Infatti, praticamente sempre, il loro lavoro prevedeva triangoli isosceli come facce laterali della piramide (cfr. Fig. 4).

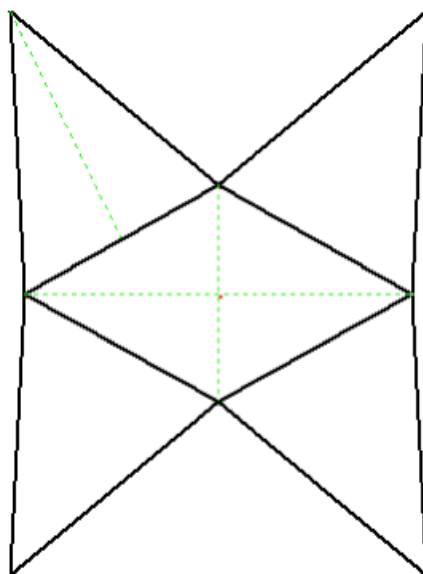


Figura 4.

La causa di questo errore sta nell'aver trascurato il legame tra gli apotemi (laterale e di base), che risulta invece più evidente in una rappresentazione assonometrica o prospettica del solido in questione: la difficoltà, dunque, si potrebbe rimuovere semplicemente esaminando una di tali rappresentazioni. Ritengo, però, che l'apprendimento da parte dei miei alunni, in questo contesto, sia stato più significativo, proprio perché derivato dalla necessità di correggere un risultato che li aveva inaspettatamente delusi.

### 3. RIFLESSIONI CONCLUSIVE

Tutti gli esempi prima riportati riferiscono difficoltà rilevate nel corso della mia carriera, con frequenza tale da attirare la mia attenzione. Tutte le attività prima descritte sono state sperimentate, producendo misurabili miglioramenti, con alunni che vanno dalla prima alla terza classe della scuola secondaria di primo grado. Nel complesso, le affermazioni contenute nel presente scritto sono derivate dall'osservazione di circa 3.000 allievi di scuola secondaria di primo grado, come illustrato in Tabella 1.

Tabella 1.

<i>Classe</i>	<i>N° allievi</i>
I	1.500
II	500
III	1.000

Riguardo agli allievi considerati, visto che:

- il loro numero è piuttosto elevato;
- essi sono stati osservati in un lungo arco temporale (maggiore di 20 anni);



- i loro luoghi di residenza, benché variamente distribuiti, coprivano l'intera Provincia di Trieste;
- la loro estrazione socio-culturale aveva una distribuzione varia e simile a quella dell'intera popolazione provinciale;
- gli alunni delle seconde e delle terze avevano avuto in precedenza, nella scuola secondaria di primo grado, almeno 30 insegnanti di matematica diversi, e quelli delle prime provenivano da un numero ben maggiore di insegnanti diversi di scuola primaria,

ritengo che si possa congetturare, con buona probabilità di successo, che le difficoltà qui evidenziate a livello di scuola secondaria di primo grado siano diffuse in modo significativo in tutta la popolazione della Provincia di Trieste.

La rilevanza statistica delle mie osservazioni a livello di scuola secondaria di primo grado dovrebbe mettere in stato d'allarme gli insegnanti di scuola primaria e di scuola dell'infanzia.

Con ciò intendo dire che, se da un lato i nodi vengono al pettine soprattutto negli ultimi due anni della scuola secondaria di primo grado, quando il programma di geometria è più corposo e complesso, dall'altro è ipotizzabile che sia possibile una sorta di prevenzione, rendendo più ricche e precoci le esperienze di tipo geometrico. Su questa idea sto lavorando da alcuni anni, avendo la possibilità di collaborare con docenti di scuola dell'infanzia e di scuola primaria.

Vorrei infine concludere con la seguente osservazione. Il punto sul quale poggia tutto il lavoro qui descritto e quello che continuo a fare, si può sintetizzare come segue: rilevando difficoltà nei miei allievi, all'ovvia domanda che facevo a me stessa: "Ho spiegato bene?", ho sempre aggiunto la seguente: "Ma io, per capire, di cosa ho avuto bisogno?". Ero e rimango convinta del fatto che chi è in grado di rispondere alla seconda domanda, riuscirà a trovare il modo per "spiegare bene".

## BIBLIOGRAFIA

Ministero della Pubblica Istruzione

2007, *Indicazioni per il curricolo per la scuola dell'infanzia e per il primo ciclo d'istruzione*, Roma.

ONOFRIO E., ROCCO M.

2009, *Alla scoperta dei quadrilateri. Un percorso di geometria attraverso l'esperienza manipolativa*, in ZUCCHERI L., GALLOPIN P., ROCCO M., ZUDINI V. (a cura di), «La matematica dei ragazzi, scambi di esperienze tra coetanei. Edizione 2008», Trieste, EUT, pp. 30-42.

ROCCO M.

2009, *Non si finisce mai*, in ZUCCHERI L., GALLOPIN P., ROCCO M., ZUDINI V. (a cura di), «La matematica dei ragazzi, scambi di esperienze tra coetanei. Edizione 2008», Trieste, EUT, pp. 122-128.

2002, *Figure piane e CABRI: alcune proprietà di poligoni viste al calcolatore*, in ZUCCHERI L., LEDER D., SCHERIANI C. (a cura di), «La matematica dei ragazzi, scambi di esperienze tra coetanei. Antologia delle edizioni 1996 - 1998», Trieste, EUT, pp. 113-130.

1996, *Gli strumenti modificano le capacità argomentative?*, in GRUGNETTI L., IADEROSA R., REGGIANI M. (a cura di), «Argomentare e dimostrare nella scuola media», Atti del XV° Convegno Nazionale dei Nuclei di Ricerca in Didattica della Matematica, Pavia, SE.A.G.

1989, *Un itinerario per geometria solida nella scuola media*, «L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate», vol. 12 n.2, pp. 291-296.

# *Il Modello 3UV: uno strumento teorico a disposizione degli insegnanti di matematica*

SONIA URSINI

Departamento de Matemática Educativa  
CINVESTAV – IPN, Messico  
soniaul2002@yahoo.com.mx

## SUNTO

*Dopo un'introduzione, nella quale si giustifica la necessità di uno strumento teorico che permetta di analizzare le concezioni degli allievi riguardo al complesso concetto di variabile algebrica e che serva da guida per progettare strategie più efficaci per favorirne l'apprendimento, si descrive brevemente uno strumento di questo tipo, chiamato Modello 3UV. Si dà poi qualche esempio atto a illustrare la sua utilità per far comprendere meglio agli insegnanti le risposte degli alunni a quesiti che coinvolgono il concetto di variabile e per progettare strategie per superare eventuali difficoltà.*

## PAROLE CHIAVE

INSEGNAMENTO DELL'ALGEBRA / TEACHING OF ALGEBRA; VARIABILI ALGEBRICHE / ALGEBRAIC VARIABLES; INCOGNITE / SPECIFIC UNKNOWNNS; NUMERI GENERICI / GENERAL NUMBERS; RELAZIONI FUNZIONALI / FUNCTIONAL RELATIONS; MODELLO / MODEL; STRUMENTO TEORICO / THEORETICAL TOOL.

## 1. INTRODUZIONE

Per gli insegnanti di matematica di scuola secondaria non è una novità sentirsi dire che la maggior parte degli alunni delle scuole secondarie di primo e secondo grado, e anche qualche studente universitario, trova difficoltà con l'algebra. La loro esperienza quotidiana li fa annuire convinti dinanzi a tali affermazioni. Sanno molto bene che, nonostante il loro impegno come docenti, troppi studenti si bloccano o sbagliano quando vengono loro posti problemi apparentemente semplici che coinvolgono valori sconosciuti da trovare, quando si chiede loro di scoprire e simbolizzare una regola generale, di determinare intervalli o di interpretare una relazione funzionale. Se non si

danno delle indicazioni precise su cosa devono fare, ma si lascia decidere a loro, incominciano le difficoltà che mettono in evidenza la superficialità di ciò che hanno imparato nei corsi di matematica e, in particolare, di algebra.

Fin dagli anni '70, quando si incominciò in varie parti del mondo a fare ricerche sistematiche riguardanti l'apprendimento della matematica da parte degli studenti, si incominciò a indagare sulle difficoltà che trovano con l'algebra e si cercò di individuarne le possibili cause. I risultati portarono alla formulazione di numerose proposte d'insegnamento, ma le difficoltà, come ben si sa, persistono ancora. Questo non è dovuto necessariamente alla adeguatezza o meno di tali proposte, visto che nel processo di apprendimento convergono tanti fattori. Tuttavia, i risultati finora ottenuti ci spingono a continuare a indagare più a fondo sulle possibili cause, cercando di individuare se ci sono, per esempio, concetti di base dell'algebra che rimangono per loro un po' avvolti nella nebbia e possono essere l'origine di certe difficoltà degli studenti.

Un primo sguardo su ciò che caratterizza l'algebra e l'inizio del suo insegnamento formale nella scuola mette in evidenza la prima e ovvia differenza fondamentale con la matematica appresa fino a quel momento, cioè l'uso delle lettere al posto dei numeri e in associazione con i numeri. Per la maggioranza degli studenti, usare le lettere che si utilizzano in algebra per rappresentare le variabili (quantità sconosciute, indeterminate, generiche) e capirne il significato comporta notevoli difficoltà. Dire questo non è una novità, infatti già dagli inizi del secolo scorso si segnalava che gli studenti trovano difficoltà con l'uso delle variabili. Lo facevano notare, per esempio, Thorndike e colleghi e più avanti Van Engen e Menger, come anche Kuchemann, Matz, Wagner, Usiskin, Philip, Warren, solo per citarne alcuni, che trattano di questo argomento nei loro lavori.<sup>39</sup> Tutti concordano sul fatto che la comprensione dell'algebra passa per la comprensione del concetto di variabile

---

<sup>39</sup> THORNDIKE ET AL., 1923; VAN ENGEN, 1953; MENGER, 1956; KUCHEMANN, 1980; MATZ, 1982; WAGNER, 1983; USISKIN, 1988; PHILIP, 1992; WARREN, 1999.

algebrica, ma si fa anche notare che è impossibile darne una definizione precisa, per le sue molteplici sfaccettature, e che ciò fa sì che gli studenti trovino difficoltà ad appropriarsi dell'essenza di questo concetto. Questo si manifesta soprattutto nella difficoltà a passare con flessibilità tra i diversi usi della variabile, come segnalano ad esempio Matz, Usiskin, Trigueros e Ursini, Malara e Navarra<sup>40</sup>.

Quando si parla di usi diversi della variabile, ci si riferisce al fatto che in algebra si usano le lettere per rappresentare concetti tra loro ben distinti, come le incognite, i numeri generici e le relazioni funzionali, ognuno con proprie caratteristiche particolari, che implicano azioni ben distinte. In tutti i corsi di algebra, dagli elementari ai più complessi, troviamo questi tre usi della variabile. Nei corsi elementari della scuola secondaria le variabili si riferiscono ai numeri e sono generalmente rappresentate da lettere, ma poi, nei corsi universitari, le variabili possono essere anche funzioni, matrici, vettori, che, sebbene racchiudano anche altri concetti matematici più complessi, rappresentano in ugual modo incognite o generalizzazioni o relazioni funzionali. Si tratta quindi di un concetto presente nella gran parte dei corsi di matematica, dagli elementari ai più avanzati, ma proprio la sua versatilità lo rende un oggetto di studio difficile, anche se fondamentale. A scuola ci si aspetta che gli studenti imparino a lavorare con le variabili, con ciascuno dei loro usi e che sviluppino da soli, con la pratica, la capacità di passare con flessibilità da un uso all'altro, a seconda delle esigenze del problema posto. Sebbene parecchi studi abbiano apportato informazioni molto utili sugli errori commessi dagli studenti in relazione a ogni singolo uso della variabile e si è posto così in evidenza che ognuno di questi comporta il superamento di ostacoli epistemologici specifici, si sono lasciate un po' da parte le ulteriori difficoltà che sorgono nel passare dall'uno all'altro dei distinti usi della variabile, e quindi tra le azioni ben diverse che lo studente deve svolgere in corrispondenza a ognuno di essi. L'importanza di tener conto di ciò sta nel fatto che quasi sempre i distinti usi

---

<sup>40</sup> MATZ, 1982; USISKIN, 1988; TRIGUEROS E URSINI, 1999; MALARA E NAVARRA, 2003.

della variabile compaiono all'interno di uno stesso problema, come ben illustrato ad esempio da Usiskin<sup>41</sup>.

Tenuto conto degli errori, delle difficoltà e soprattutto delle confusioni che fanno gli studenti quando lavorano con le variabili, salta all'occhio l'assenza d'uno strumento teorico che permetta di analizzare le concezioni della variabile che hanno gli studenti, e che serva da guida per progettare strategie più efficaci per favorire l'apprendimento di questo complesso concetto. In questo articolo descriverò brevemente uno strumento di questo tipo, chiamato Modello 3UV, da me sviluppato in collaborazione con Maria Trigueros. Per poter sviluppare il Modello 3UV, un passo importante, dopo una breve analisi storica dello sviluppo del concetto di variabile<sup>42</sup>, è stato quello di analizzare cosa implica, dal punto di vista dell'uso delle variabili, risolvere i problemi algebrici che spesso appaiono nei testi scolastici. I risultati ottenuti ci hanno permesso di identificare gli aspetti essenziali che caratterizzano i distinti usi della variabile e sono proprio questi aspetti che costituiscono il Modello 3UV<sup>43</sup>. L'applicazione di tale strumento ci ha permesso di individuare il grado di padronanza del concetto di variabile da parte di allievi e docenti di vari livelli scolari. Lo strumento, inoltre, è stato utilizzato per analizzare le modalità con le quali si introducono e si usano le variabili nei testi scolastici di matematica, per realizzare strumenti di diagnosi (questionari, interviste), per progettare e sviluppare attività per gli studenti (per ulteriori dettagli vedi Ursini e Trigueros<sup>44</sup>). Illustrerò di seguito alcune delle fasi che hanno portato alla realizzazione del modello.

## 2. L'USO DELLE VARIABILI NEI TESTI SCOLASTICI

Consideriamo i seguenti tre esempi di esercizi e problemi algebrici tratti da testi scolastici. Anche se si tratta di quesiti molto semplici, la loro soluzione implica una

---

<sup>41</sup> USISKIN, 1988.

<sup>42</sup> URSINI, 1994.

<sup>43</sup> URSINI ET AL., 2005.

<sup>44</sup> URSINI E TRIGUEROS, 2011.

serie di passi che gli studenti con una certa esperienza eseguono quasi senza prenderne coscienza, ma per gli altri possono risultare meno ovvi e quindi condurre a errori. Analizzandoli a fondo, si osserverà che ognuno di questi tre esempi coinvolge un diverso uso della variabile.

#### ESEMPIO 1

*Una scatola a forma di parallelepipedo è larga 4,5 cm, alta 3 cm e il suo volume è di 81 cm<sup>3</sup>.*

*Quanto è lunga?*

Per risolvere questo problema si deve riconoscere, innanzitutto, che c'è qualcosa di sconosciuto, un'incognita, e identificarla (in questo caso si tratta della lunghezza della scatola). Anche se ciò può sembrare evidente, non è così per tutti gli studenti. Infatti, abbiamo constatato, sia nella scuola secondaria di primo grado che in quella di secondo grado, che non sempre gli alunni riescono a individuare l'incognita di un problema.

In secondo luogo, è necessario rappresentare l'incognita usando una lettera (per esempio,  $x$ ) o un altro simbolo. Naturalmente questo problema si può risolvere anche evitando l'algebra, cosa che gli studenti fanno fin troppo volentieri, perdendo così gli enormi vantaggi offerti dall'imparare a ragionare algebricamente. C'è poi bisogno di mettere in relazione l'incognita con i dati del problema e, ricordando (o chiedendo al docente, visto che qui non si sta facendo un test sulle conoscenze di geometria) come si calcola il volume di un parallelepipedo, ottenere l'equazione<sup>45</sup>:

$$4,5 \cdot 3 \cdot x = 81$$

Si devono poi eseguire le operazioni necessarie a determinare il valore specifico della incognita, ovvero le seguenti:

$$13,5 \cdot x = 81$$

---

<sup>45</sup> Naturalmente, ciò va fatto dopo aver constatato che tutte le misure sono espresse da unità di misura coerenti. Alla fine si potrà perciò esprimere il risultato con l'unità di misura corretta.

$$x = \frac{81}{13,5}$$

$$x = 6$$

Per concludere, occorre sostituire nell'equazione il valore trovato, per verificarne la correttezza:

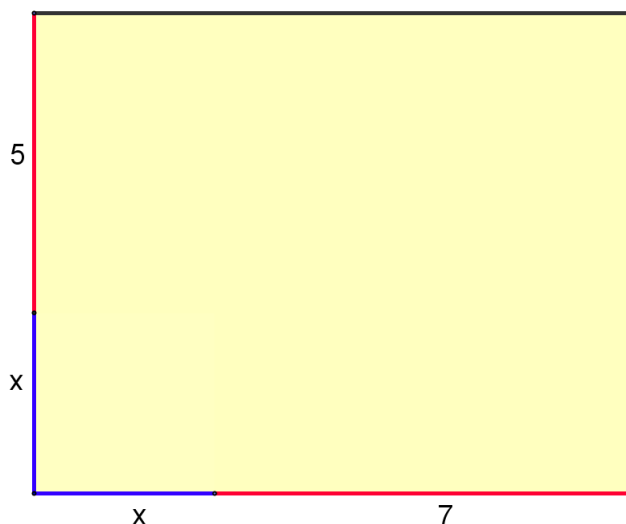
$$4,5 \cdot 3 \cdot 6 = 81$$

Come si può osservare da questa analisi, anche se in questo problema è coinvolta solo un'incognita, per poter rispondere lo studente deve passare attraverso molte fasi, in ognuna delle quali sono richieste competenze diverse. È importante che il docente le abbia presenti, sia per comprendere dove e perché gli studenti commettono degli errori e intervenire puntualmente per chiarire i loro misconcetti, sia per stabilire il livello di preparazione degli studenti.

#### ESEMPIO 2

Il seguente problema richiede di scrivere un'espressione algebrica (aperta) in corrispondenza a una figura geometrica.

Scrivi l'espressione che rappresenta l'area della seguente figura:





Per rispondere al quesito è necessario essere capaci di interpretare la lettera  $x$  come rappresentante di un numero generico. Si deve poi usare  $x$ , unitamente ai numeri 5 e 7, per scrivere delle espressioni che rappresentino la base e l'altezza del rettangolo:

$$x+7$$

$$x+5$$

Si usano poi le espressioni prodotte per ottenerne un'altra, per rappresentare l'area della figura:

$$(x+7) \cdot (x+5)$$

Come si può vedere, in questo problema la variabile si usa solo come numero generico. I risultati di numerose ricerche segnalano che operare con espressioni aperte è difficile per molti studenti.

### ESEMPIO 3

Come ultimo esempio, analizziamo che cosa implica la risoluzione di un problema molto semplice che coinvolge una relazione funzionale.

*Per ogni chilogrammo peso il piatto di una bilancia si sposta di 4 cm.*

*Scrivi la relazione che c'è tra il peso della merce e lo spostamento del piatto della bilancia.*

*Se il piatto della bilancia si sposta di 10,5 cm, quanto pesa la merce<sup>46</sup>?*

Per rispondere è necessario riconoscere che in questo problema ci sono due quantità variabili, l'una in corrispondenza con l'altra (lo spostamento e il peso della merce).

Si deve poi tradurre in simboli queste due variabili, rappresentando così dei numeri generici, per esempio:

$x$  (spostamento)

$y$  (peso della merce)

---

<sup>46</sup> Si ricorda che una bilancia di questo tipo misura una forza e, in questo caso, il peso, essendo sostanzialmente un dinamometro.

Si usano poi  $x$  e  $y$  per stabilire una relazione considerando i dati del problema:

$$x = 4y$$

Per rispondere al secondo quesito del problema si deve sostituire a  $x$  (che rappresenta lo spostamento) il valore dato. Ciò cambia automaticamente il carattere dell'altra variabile, che passa da rappresentare un numero generico a rappresentare un'incognita, cioè un valore specifico che si può calcolare:

$$10,5 = 4y$$

Per concludere, si calcola il valore dell'incognita:

$$y = \frac{10,5}{4} = 2,625$$

In questo esempio le variabili appaiono in una relazione funzionale. Esse rappresentano dei numeri generici, però con certe restrizioni: i loro valori sono codipendenti e quando si sostituisce un valore numerico a una di esse, il carattere dell'altra muta e questa diventa un'incognita.

### 3. IL MODELLO 3UV E GLI ASPETTI CHE CARATTERIZZANO I DISTINTI USI DELLE VARIABILI

Analizzando vari problemi di diverso grado di difficoltà con il metodo appena illustrato è stato possibile identificare una serie di aspetti che consideriamo basilari ed essenziali, che intervengono quando si opera con le variabili.

Innanzitutto, possiamo affermare che gli usi della variabile sono tre: incognita, numero generico, variabili in relazione funzionale<sup>47</sup>. Ogni altro uso può essere ricondotto facilmente a questi tre (vedi per esempio Ursini e Triguero, 2004 per il

---

<sup>47</sup> URSINI, 1994.

caso dei parametri). Questi tre usi, assieme agli aspetti specifici che corrispondono a ognuno di essi, costituiscono quello che abbiamo chiamato il *Modello 3UV (3 Usi della Variabile)*, di seguito descritto.

## IL MODELLO 3UV

Lavorare con l'*incognita* implica:

- I1** Riconoscere e identificare in una situazione problematica ciò che è sconosciuto e che può essere trovato considerando le condizioni del problema.
- I2** Interpretare la variabile simbolica che appare in un'equazione come rappresentazione di valori specifici.
- I3** Sostituire alla variabile i valori che rendono corretta una espressione.
- I4** Determinare il valore sconosciuto che appare in una equazione o problema realizzando le operazioni algebriche e/o aritmetiche necessarie.
- I5** Esprimere con simboli i valori sconosciuti identificati in una data situazione e usare tali simboli per scrivere le equazioni.

Lavorare con il *numero generico* implica:

- G1** Riconoscere leggi, regole e metodi in successioni e famiglie di problemi.
- G2** Interpretare la variabile simbolica come la rappresentazione di un ente generale, indeterminato, che può assumere qualsiasi valore in un contesto dato.
- G3** Dedurre regole e metodi generali a partire da successioni e famiglie di problemi.
- G4** Manipolare la variabile simbolica (ad es. per ridurre o sviluppare espressioni).
- G5** Tradurre in simboli enunciati, regole o metodi generali.

Lavorare con le variabili in una *relazione funzionale* implica:

- F1** Riconoscere la corrispondenza tra le variabili in relazione, indipendentemente dalla rappresentazione (tabella, grafico, problemi verbali, espressioni analitiche).
- F2** Determinare i valori della variabile dipendente, dati i valori di quella indipendente.
- F3** Determinare i valori della variabile indipendente, dati i valori di quella dipendente.
- F4** Riconoscere la variazione congiunta delle variabili in relazione funzionale indipendentemente dalla rappresentazione (tabella, grafico, problemi verbali, espressioni analitiche).
- F5** Determinare l'intervallo di variazione di una delle variabili, dato l'intervallo dell'altra.
- F6** Tradurre in simboli una relazione funzionale basandosi sull'analisi dei dati di un problema.

Tutti questi aspetti legati all'uso delle variabili non sono qui esposti secondo il loro grado di difficoltà, né appaiono necessariamente sempre tutti in uno stesso problema. Oltre a ciò, è da segnalare che ognuno di essi, a diversi livelli di complessità, può essere presente in problemi di vario grado di difficoltà.<sup>48</sup>

#### 4. UN ESEMPIO DI APPLICAZIONE DEL MODELLO 3UV

Il Modello 3UV è uno strumento teorico che serve per analizzare situazioni che coinvolgono le variabili. È stato usato per:

- creare problemi ed esercizi;
- pianificare e strutturare il lavoro da svolgere in classe;
- analizzare attività proposte da altri e che appaiono, ad esempio, nei testi scolastici;
- creare strumenti di diagnosi (esami, questionari, interviste) e quindi poter valutare come gli studenti interpretano e usano le variabili e identificare con una certa precisione dove trovano difficoltà o hanno idee confuse<sup>49</sup>;

Ad esempio, rispondere al seguente quesito:

*“Quanti e quali valori può avere  $x$  nell'espressione  $4 + x^2 = x(x+1)$ ?”*

implica in primo luogo interpretare la variabile  $x$  come un numero generico (G2 nel Modello 3UV) e manipolarla (G4), di fatto o mentalmente, per poi rendersi conto che si tratta in realtà di una incognita (I2) che ha un valore specifico (I4). Una risposta erronea a questo problema permette di concludere che lo studente ha molto probabilmente delle difficoltà di manipolazione e di interpretazione delle variabili.

D'altra parte, da una risposta corretta si può dedurre che lo studente è capace di interpretare e manipolare correttamente le variabili a questo livello di complessità.

Le risposte al seguente quesito:

*“Se  $x + y = 10$  e  $xy = 7$ , trova i valori di  $x$  e  $y$ ”*

non ci indicano solo se lo studente sa risolvere un sistema di equazioni, ma ci permettono di vedere se è capace di identificare le incognite del problema (I1),

<sup>48</sup> TRIGUEROS E URSINI, 2003.

<sup>49</sup> URSINI E TRIGUEROS, 2011.

interpretare correttamente i simboli che le rappresentano (I2) e allo stesso tempo rendersi conto che le due variabili sono in corrispondenza (F1). Il problema posto richiede anche della manipolazione (G4), il che implica interpretare le variabili come numeri generici (G2), nonostante si sappia che sono delle incognite (I2) di cui vogliamo trovare i valori. Si deve poi sostituire a  $y$ , in una delle espressioni, i valori trovati (I3), che possono contenere anche numeri generici per poter calcolare i valori numerici richiesti (I4). Anche se i problemi possono essere risolti in modo diverso da come descritto, un'analisi di questo tipo ci permette di individuare in che punto lo studente ha delle difficoltà e, nel contempo, quali sono le sue competenze.

## 5. CONCLUSIONI

Il Modello 3UV è uno strumento teorico che è stato messo a punto in vari anni di lavoro e di prove. È stato ampiamente usato e ha dimostrato la sua utilità nei vari ambiti di applicazione, ciononostante è perfezionabile. Presentarlo, seppur brevemente, in questo articolo ha lo scopo di farlo conoscere ai docenti di matematica dei vari livelli scolari, ritenendo che possa essere di aiuto per meglio comprendere le risposte degli allievi a quesiti e problemi che coinvolgono le variabili. Inoltre, potrà essere usato per progettare strategie atte ad aiutare gli studenti a superare le difficoltà individuate proprio grazie a esso. Gli esempi proposti nel testo potranno servire da guida, per iniziare ad applicare il Modello 3UV. Chi lo desidera, può approfondire e trovare spunti di applicazione, in particolare, in Ursini et al. 2005.

## BIBLIOGRAFIA

KUCHEMANN D.

1980, *The understanding of Generalised Arithmetic (Algebra) by Secondary School Children*, Unpublished PhD Thesis, Institute of Education University of London.

MALARA N., NAVARRA G.

2003, ArAl Project. *Arithmetic pathways towards favouring prealgebraic thinking*, Bologna, Pitagora Editrice.

MATZ M.

1982, *Towards a process model for high school algebra errors*, in SLEEMAN D., BROWN J. J. (ED.), «Intelligent tutoring system», New York Academic Press, pp.25-50.

MENGER K.

1956, *What are  $x$  and  $y$ ?*, «The Mathematical Gazette», vol. 40, pp. 246-255.

PHILIPP R. A.

1992, *The many uses of algebraic variables*, «Mathematics Teacher», vol. 85, pp. 557-561.

THORNDIKE E. L., COBB M. V., ORLEANS J. S., SYMOND P. M., WALD E., WOODYARD E.

1923, *The Psychology of algebra*, The Macmillan Company, Institute of Educational Research teachers College, Columbia University.

TRIGUEROS M., URSINI S.

1999, *Does the understanding of variable evolve through schooling?*, in ZASLAVSKY O. (ED.), «Proceedings of the XXIII PME International Conference», vol. 4, pp. 273-280.

2003, *First year undergraduates difficulties in working with the concept of variable*, «CBMS Research in Collegiate Mathematics Education», vol. 12, pp. 1-29.

USISKIN Z.

1998, *Conceptions of school algebra and uses of variables*, in COXFORD A. F., SHULTE A. P. (ED.), «The Ideas of Algebra K-12», pp. 8-19.

URSINI S.

1994, *Pupils' Approaches to Different Charactersations of Variable in Logo*, Unpublished PhD Thesis, Institute of Education University of London.

URSINI S., ESCAREÑO F., MONTES D., TRIGUEROS M.

2005, *Enseñanza del Álgebra Elemental. Una propuesta alternativa*, México D. F., Editorial Trillas.

URSINI S., TRIGUEROS M.

2004, *How do high school students interpret parameters in algebra?*, in HØINES M. J., FUGLESTAD A. B. (ED.), «Proceedings of the XXVIII PME International Conference», vol. 4, pp. 361-368.

2011, *The role of variable in elementary algebra: An approach through the 3UV Model*, in «Progress in Education», Progress in Education Series, vol. 19, pp. 1-38.

VAN ENGEN Z.

1953, *The formation of concepts, the learning of mathematics*, in FEHR H. F. (ED.), «The learning of mathematics: its theory and practice», XXI Yearbook, NCTM, pp. 69-98.

WAGNER S.

1983, *What are these things called variables?*, «Mathematics Teacher», October, pp. 474-479.

WARREN E.

1999, *The concept of variable: gauging students' understanding*, in ZASLAVSKY O. (ED.), «Proceedings of the XXIII PME International Conference», vol. 4, pp. 313-320.

## *Seconda parte*

## Il Progetto "Laboratorio permanente P.I.D.D.A.M."

MICHELE STOPPA

Dipartimento di Scienze della Formazione e dei Processi Culturali

Università di Trieste

*michele.stoppa@dsgs.units.it*

### 1. INTRODUZIONE

Il Laboratorio permanente per la Promozione e l'Innovazione Didattica delle Discipline geografiche, ambientali e territoriali (acronimo: P.I.D.D.A.M.) nasce nel 2003 nell'ambito del Dipartimento di Scienze Geografiche e Storiche (ora Dipartimento di Scienze della Formazione e dei Processi Culturali) al fine di valorizzare il variegato patrimonio di interventi di supporto scientifico-formativo tradizionalmente offerti agli insegnamenti universitari di area geografico-ambientale, ivi compresi quelli di didattica disciplinare, attivati dalla Facoltà di Scienze della Formazione, dall'Area linguistico-letteraria della Scuola di Specializzazione per l'Insegnamento nella Scuola Secondaria e dal Dottorato di Ricerca in Geostoria e Geoeconomia delle regioni di confine. Dal 2005 esso opera sotto l'egida del CIRD - Centro Interdipartimentale per la Ricerca Didattica dell'Università degli Studi di Trieste.

### 2. LE FINALITÀ PERSEGUITE

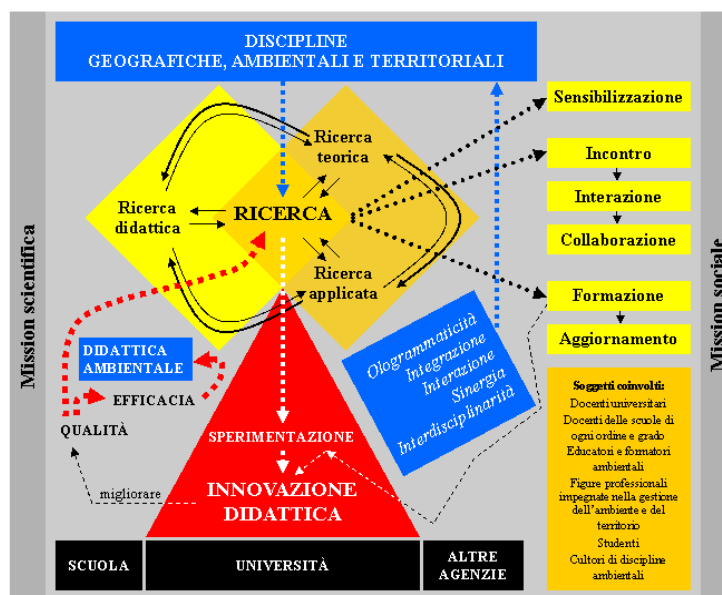
Il Laboratorio permanente persegue un'ambiziosa *mission scientifica* che si intreccia armoniosamente a una peculiare *mission sociale*. Dal punto di vista scientifico promuove la *ricerca didattica* disciplinare e interdisciplinare, sia sul versante *teorico* sia sul piano della successiva *sperimentazione* dell'*innovazione*, negli ambiti di indagine evidentemente riferibili alle discipline geografiche, ambientali e territoriali, in una prospettiva attenta a sottolineare l'originaria vocazione



integrale, ologrammatica e sinergica che contraddistingue sul piano epistemologico siffatte aree disciplinari.

Questa finalità viene perseguita favorendo forme di stretta interazione con la *ricerca scientifica teorica* e - quando necessario - anche con la *ricerca applicata*, al fine di conferire alla *ricerca didattica* adeguato spessore culturale, superando impostazioni autoreferenziali tali da renderla fin troppo spesso asfittica, al punto da determinarne l'impovertimento, l'emarginazione culturale e il confinamento su di un piano meramente funzionale a obiettivi di natura addestrativa.

La promozione dell'innovazione scientifica, metodologica e didattica intende, pertanto, favorire un progressivo miglioramento della qualità e dell'efficacia della *didattica ambientale* nella Scuola, nell'Università così come nell'ambito di altre agenzie formative eventualmente interessate, attivando una circolarità virtuosa tesa all'ottimizzazione della qualità della ricerca.



La mission del Laboratorio permanente P.I.D.D.A.M.

Il perseguimento della *mission scientifica* è indubbiamente favorito da quello concomitante di una *mission* di natura più squisitamente *sociale*, volta a creare occasioni inedite di incontro, interazione multipla, dialogo e collaborazione tra i

docenti universitari e i docenti delle scuole di ogni ordine e grado, gli educatori e i formatori ambientali, le figure professionali operanti nell'ambito della gestione dell'ambiente e del territorio, gli studenti e i laureati inseriti in percorsi di formazione iniziale o professionalizzante e i cultori di discipline ambientali.

Nell'ambito di tali feconde iniziative il Laboratorio permanente è impegnato sul fronte della diffusione capillare della cultura geografico-ambientale, nonché della sensibilizzazione orientata alla promozione di atteggiamenti e comportamenti coerenti con i paradigmi della *sostenibilità* e dello *sviluppo umano integrale*, anche attraverso l'attivazione di molteplici opportunità di formazione mirata e di aggiornamento scientifico e professionale ricorrente.

Per raggiungere tali traguardi il Laboratorio permanente opera sia sul versante della *ricerca* sia su quello della *formazione*, optando per un'impostazione strategica che valorizzi il principio di coniugare sinergicamente la *ricerca disciplinare* e la *ricerca didattica*, orientandole alla *sperimentazione dell'innovazione* (scientifica e metodologica), in modo da rendere immediatamente concretizzabili i risultati acquisiti dalla ricerca universitaria nei diversi contesti formativi di volta in volta implicati.

### 3. LE ATTIVITÀ DI RICERCA

Le attività di ricerca si sono sviluppate prevalentemente nei settori della didattica della cartografia, della didattica laboratoriale, della didattica applicata a situazioni "speciali" e della didattica territoriale (a. a. 2004-05); dell'educazione alla sostenibilità (a. a. 2005-06); delle interazioni tra europeismo, geografia e didattica (a. a. 2006-07); dei rapporti tra ricerca didattica e conseguenti processi di innovazione organizzativa e didattica dei sistemi formativi, con particolare attenzione agli aspetti attinenti l'ottimizzazione dei percorsi di formazione iniziale dei docenti delle scuole secondarie; dell'innovazione della didattica universitaria, anche dal punto di vista della formazione didattica iniziale dei docenti universitari (a. a. 2007-08). Sono pure proseguite le ricerche riguardanti le forme di

articolazione dell'educazione alla sostenibilità nel contesto delle Scuole secondarie di secondo grado nonché lo stato dell'arte nei processi di sperimentazione della riforma nell'ambito del primo ciclo dell'istruzione.

Le attività di ricerca si sono ulteriormente snodate, affrontando questioni riferibili agli ambiti della didattica dell'educazione ambientale nelle Scuole di ogni ordine e grado, con particolare riferimento alle connessioni con le cogenti tematiche inerenti la cittadinanza attiva responsabile, l'educazione alla sicurezza e la didattica laboratoriale (a. a. 2008-09) nonché della didattica delle geoscienze, con particolare riguardo alle connessioni sinergiche interdisciplinari e alla progettazione di curricula interdisciplinari sinergici verticali (a. a. 2009-10).



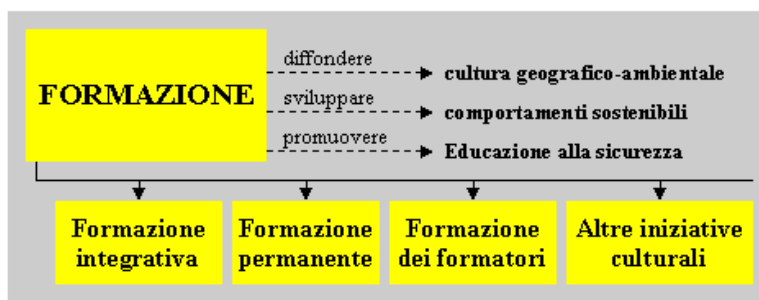
I lavori della sessione scientifica dedicata alla didattica delle geoscienze nell'ambito dell'85° Congresso della Società Geologica Italiana (Pisa, 8.9.2010).

Meritano certamente una menzione le attività di ricerca promosse dal Gruppo di Studio "Geografia per Stranieri", dedicato all'analisi delle problematiche inerenti l'insegnamento delle discipline geografiche ad alunni non italofoni. In proposito, nel corso dell'a. s. 2004-05 si è svolta un'accurata indagine ricognitiva nelle Scuole dell'infanzia e nelle Scuole del primo ciclo delle province di Trieste e di Gorizia che ha riscosso un certo interesse nelle scuole coinvolte.

Si rammenta, infine, che il Laboratorio permanente ha offerto supporto scientifico all'organizzazione del 51° Convegno Nazionale dell'Associazione Italiana Insegnanti di Geografia - 12° Corso nazionale di aggiornamento e sperimentazione didattica sul tema "Dalla dissoluzione dei confini alle Euroregioni. Le sfide dell'innovazione didattica permanente" che si è svolto a Trieste nel 2008 (con il riconoscimento del MIUR) e promuove la pubblicazione della Collana di studi "Geo-innovare".

#### 4. LE ATTIVITÀ DI FORMAZIONE

Sul versante didattico il Laboratorio opera, promuovendo una molteplicità di iniziative inquadrabili in tre fronti di impegno ritenuti strategici: la *formazione integrativa*, la *formazione permanente* e la *formazione dei formatori*.



Le diverse tipologie di formazione offerte dal Laboratorio permanente P.I.D.D.A.M.

Tra le diverse proposte, svolte anche in collaborazione con la Sezione Friuli-Venezia Giulia e con il Polo Nazionale per la Ricerca Didattica - Nucleo operativo sperimentale di Trieste dell'Associazione Italiana Insegnanti di Geografia, si segnala il Progetto strategico "Giovani Docenti".

La finalità precipua è di accompagnare con iniziative ricorrenti di formazione ed eventi culturali mirati i docenti che hanno recentemente concluso il percorso formativo iniziale nell'ambito del Corso di Laurea in Scienze della Formazione primaria e, in passato, anche in seno alla Scuola di Specializzazione per l'Insegnamento nella Scuola Secondaria, nel complesso itinerario di inserimento nel sistema nazionale di istruzione, sostenendoli nelle prime tappe della professione.

I corsi di formazione hanno consentito ai partecipanti di scoprire, attraverso un ampio ricorso ad attività in campagna, i principali beni paesaggistico-ambientali del Friuli-Venezia Giulia e del Veneto orientale, spesso localizzati nell'ambito di aree protette.



Attività di formazione nell'ambito del Progetto strategico "Giovani Docenti".

Ci si limita a segnalare in questa sede le iniziative che hanno ottenuto il riconoscimento ministeriale:

- "Conosciamo il nostro ambiente per difenderlo e difenderci da esso" (2004) (riconosciuto dal MIUR);
- "Le Lagole di Calalzo. Tra acque minerali e fenomeni pseudocarsici" (2004) (riconosciuto dal MIUR);
- "L'acqua modella il paesaggio. Rischi e opportunità" (2005) (riconosciuto dal MIUR);
- "Esploriamo il nostro ambiente. Le morfologie polje-similari nel Friuli-Venezia Giulia" (2007) (riconosciuto dal MPI);

- "La Geografia dei sistemi complessi di transizione. Assetti paesaggistici, tutela, fruizione e riqualificazione orientata alla valorizzazione sostenibile" (2008) (riconosciuto dal MPI);
- "Beni ambientali. Assetti paesaggistici, tutela e fruizione culturale sostenibile" (2009) (riconosciuto dal MIUR).

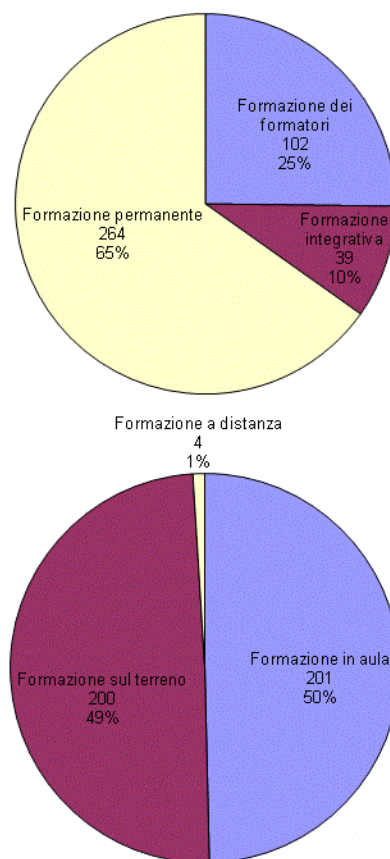
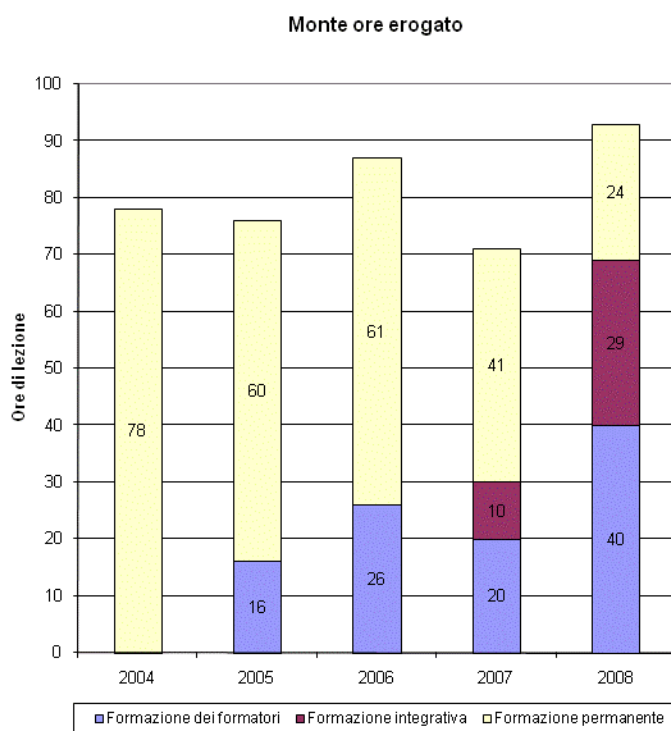
L'O.F.I - *Osservatorio sulla Formazione Integrativa* concentra l'attenzione sulla *didattica universitaria*, svolgendo attività di ricerca didattica, di monitoraggio e di sperimentazione dell'innovazione didattica, con particolare attenzione agli aspetti attinenti le delicate questioni connesse al raccordo tra Scuole secondarie di secondo grado e Università nella prospettiva di un approccio più attento alla continuità verticale. Promuove altresì iniziative di formazione mirata in ordine al recupero dei debiti formativi, allo sviluppo degli apprendimenti e alla valorizzazione delle eccellenze, anche a fini orientativi. In proposito, all'O.F.I. si appoggia il Progetto strategico "Formazione integrativa" che coordina in termini di organicità e consequenzialità le iniziative didattiche inerenti la formazione integrativa avanzata offerte a supporto degli insegnamenti che rientrano nella sperimentazione didattica assistita.

Il Progetto strategico "Formazione dei formatori" persegue, infine, l'obiettivo di razionalizzare, sia dal punto di vista scientifico-didattico sia logistico-organizzativo, l'attivazione di eventi di alta formazione - rigorosamente a numero chiuso - volti a favorire l'aggiornamento avanzato mirato e la riqualificazione professionale specialistica in prevalenza a favore del personale interno impegnato nelle attività di ricerca e di formazione promosse dal Laboratorio permanente. Nei limiti e nelle forme ritenute più opportune promuove iniziative di collaborazione sinergica sul piano della formazione dei formatori con Enti e Associazioni che perseguono finalità convergenti, offrendo loro il necessario supporto scientifico-didattico.

Per acquisire un quadro dettagliato complessivo delle attività realizzate e per l'eventuale partecipazione alle attività, è possibile visionare il sito web ufficiale (<http://www.scfor.units.it/piddam>).



Visita al Parco delle risorgive di Codroipo (UD) nell’ambito del Progetto strategico “Giovani Docenti”.



Il monte-ore complessivo erogato nell’ambito dei progetti strategici dedicati alla formazione nel corso del primo quinquennio di attivazione del Laboratorio permanente P.I.D.D.AM. Si noti la progressiva graduale differenziazione dell’offerta formativa, pur nel rispetto di un opportuno equilibrio tra attività laboratoriali sinergiche svolte in aula e, rispettivamente, in campagna.

## Notizie:

### *Presentazione ufficiale della rivista QuaderniCIRD*

Mercoledì 13 aprile 2011, nell’Aula Magna della Scuola Superiore di Lingue Moderne per Interpreti e Traduttori dell’Università di Trieste, ha avuto luogo la presentazione ufficiale della rivista *QuaderniCIRD*, edita dalle Edizioni Università di Trieste EUT.

Dopo un breve saluto della prof.ssa Lorenza Rega (Delegata del Rettore per studenti e formazione), la prof.ssa Luciana Zuccheri, Coordinatrice del CIRD e Direttore responsabile della pubblicazione, e il dott. Mauro Rossi, Direttore dell’EUT, hanno presentato la rivista evidenziandone finalità e caratteristiche. Era presente in rappresentanza della Fondazione CRTrieste, che supporta le attività del CIRD, la dott.ssa Serena Pignataro.

Nell’occasione si è svolta la tavola rotonda dal titolo: “*Risorse in rete per la scuola: efficacia, diffusione, affidabilità*”, che ha visto la partecipazione di rappresentanti delle istituzioni, dell’Università di Trieste e di alcuni istituti scolastici triestini. Vi hanno preso parte, portando il proprio contributo al dibattito, la dott.ssa Alessandra Missana (Direttore dell’ANSAS, Agenzia Nazionale per lo sviluppo dell’Autonomia Scolastica, Ministero dell’Istruzione, dell’Università e della Ricerca), la prof.ssa Manuela Montagnari (Delegata del Rettore per la divulgazione scientifica), il prof. Dino Castiglioni (in rappresentanza del Direttore Generale dell’Ufficio Scolastico Regionale), la prof.ssa Nadia Gasparinetti (in rappresentanza del Dirigente scolastico dell’Istituto Comprensivo “Divisione Julia”), la prof.ssa Clementina Frescura (Dirigente Scolastico degli istituti ITIS “A. Volta” e IPSIA “L. Galvani”), la prof.ssa Lucia Negrisin (Dirigente Scolastico del Liceo Scientifico “G. Galilei”) e il dott. Enrico Conte (Direttore Area Educazione, Università e Ricerca del Comune di Trieste). Dalla discussione è emersa l’importanza di mantenere i collegamenti tra università, scuola e territorio, per garantire lo scambio di buone pratiche



nell'insegnamento e la diffusione di materiali di comprovata validità didattica e scientifica a uso degli insegnanti, ma anche prodotti dagli stessi in collaborazione con i docenti universitari che partecipano alle attività del CIRD. Da queste considerazioni è seguito anche un forte apprezzamento per il lavoro svolto in questo campo dal CIRD e per l'avvio della nuova pubblicazione.

Un folto pubblico di insegnanti e addetti ai lavori ha preso parte all'evento.

ANNA MARIA FERLUGA  
Centro Interdipartimentale per la Ricerca Didattica  
dell'Università di Trieste



I lavori della tavola rotonda.

## Notizie:

### *L'Istituto Tecnico Industriale "A. Volta" di Trieste primo nel concorso nazionale del Piano nazionale Lauree Scientifiche*

Lo scorso il 19 luglio si è riunita presso il MIUR la giuria del Concorso Nazionale bandito dal Piano per le Lauree Scientifiche composta dal coordinatore nazionale del sottoprogetto Chimica, da un rappresentante del MIUR, da un rappresentante della Società Chimica Italiana e da un rappresentante di Federchimica. Il concorso era indetto in occasione del "2011 - Anno Internazionale della Chimica" e prevedeva la valutazione di elaborati teorico/sperimentali eseguiti da scuole secondarie impegnate nelle attività del Progetto.

Le motivazioni della giuria per i primi tre classificati sono state le seguenti:

- 1° classificato (ex aequo): ITIS "A. Volta" - Trieste

Per la qualità della presentazione che ha saputo esporre in modo semplice e al contempo rigoroso i fondamenti scientifici del ruolo dell'idrogeno come vettore di energia, e per la realizzazione nel progetto didattico di una esauriente sperimentazione laboratoriale.

- 1° classificato (ex aequo): IS "A. Sobrero" - Casale Monferrato (AL)

Per la grande chiarezza espositiva di un progetto didattico di notevole interesse, riguardante lo sfruttamento dell'energia solare, che ha visto una significativa interazione con il mondo dell'industria e la realizzazione di una esauriente sperimentazione laboratoriale.

- 3° classificato: Liceo Scientifico "A.B. Sabin" - Bologna

Per la elevata qualità della modalità comunicativa realizzata nel presentare l'attività svolta all'interno di un progetto didattico riguardante tematiche fondanti della chimica sul tema del colore.

La proclamazione ufficiale dei vincitori avverrà in occasione del Congresso Nazionale della Società Chimica Italiana (Lecce, 11-16 settembre 2011). La premiazione avverrà invece nella giornata conclusiva delle celebrazioni dell'anno internazionale della Chimica che si svolgerà a Roma nell'autunno del 2011.

Le doverose congratulazioni sono rivolte alla prof.ssa Patrizia Dall'Antonia dell'ITIS "A. Volta" di Trieste e ai suoi studenti, che hanno ben meritato il riconoscimento ottenuto a livello nazionale.

ROBERTO RIZZO  
Coordinatore del Progetto locale Lauree Scientifiche - Chimica  
Dipartimento di Scienze della Vita  
Università di Trieste

## *Norme redazionali*

## *Norme generali per i collaboratori della rivista «QuaderniCIRD»*

La rivista «QuaderniCIRD» si propone come utile strumento di divulgazione di proposte ed esperienze didattiche innovative per la scuola di ogni ordine e grado. Accetta articoli che saranno pubblicati dopo l'approvazione del Comitato editoriale e il parere favorevole di due Revisori, specialisti del settore. I testi rifiutati non vengono rispediti.

La rivista ha una periodicità prevista di 2 numeri all'anno. Saranno anche pubblicati numeri di tipo monografico, o contenenti atti di convegni e manifestazioni organizzati dal CIRD.

È articolata in 2 parti.

La prima parte contiene articoli su: seminari tenuti presso il CIRD, articoli di ricerca e di sperimentazione didattica di qualunque disciplina e ogni livello scolastico. Ogni articolo, di norma, deve essere composto da 10-15 cartelle, comprensive di immagini e bibliografia, pari a 20.000-30.000 caratteri spazi inclusi. Il testo deve essere preceduto da un foglio a parte contenente un breve sommario (massimo 10 righe pari a 600-800 caratteri) e da 4 a 8 parole chiave (in italiano e in inglese) per la ricerca su web. Si raccomanda di suddividere il testo in paragrafi muniti di titolini.

La seconda parte contiene contributi sull'attività del CIRD e recensioni di libri e riviste di didattica. In questa sezione saranno ospitati: descrizioni di progetti approvati dal CIRD (ognuna, di norma, composta da 4-5 cartelle, 8000-10000 caratteri spazi inclusi) contenenti, in forma discorsiva, le informazioni essenziali sul lavoro svolto o in via di svolgimento; resoconti di eventi passati (massimo 1 cartella, cioè 2000 caratteri); il calendario delle manifestazioni del CIRD previste. Le recensioni di libri e riviste di didattica saranno al massimo composte da 1 cartella (2000 caratteri).

Per inviare un contributo:

- spedirne due copie cartacee a CIRD (Centro Interdipartimentale per la Ricerca Didattica), Via Valerio, 12/1 - 34127 Trieste;
- spedirne il file in formato Word® allegandolo a una e-mail di presentazione del lavoro alla Segreteria CIRD ([cird@units.it](mailto:cird@units.it)).

Dalla copia cartacea e dal file devono risultare chiaramente nome e affiliazione dell'autore/degli autori, l'indirizzo e-mail cui inviare le bozze, un recapito telefonico di riferimento.

Le pagine devono essere numerate. Gli articoli devono essere corredati da una bibliografia generale e da note a piè di pagina che indichino le singole fonti di riferimento.

Le Norme per la formattazione dei file sono consultabili e scaricabili dalla pagina web della rivista e dal sito Internet del CIRD (<http://www.cird.units.it>).