

Riflessioni sulle attività del progetto

“La matematica dei ragazzi: scambi di esperienze tra coetanei”¹

SONIA URSINI

Departamento de Matematica Educativa
CINVESTAV – IPN, Messico
soniaul2002@yahoo.com.mx

SUNTO

Le attività laboratoriali svolte durante la manifestazione “La matematica dei ragazzi” possono essere raggruppate, in generale, in due grandi blocchi: la finalità principale del primo di essi è la motivazione verso lo studio della matematica, quella del secondo è la didattica. Il contributo invita a riflettere su ciascuna di queste due tendenze. Si afferma che per motivare i ragazzi sarebbe auspicabile aiutarli ad assumere un atteggiamento critico verso la matematica, offrendo, ad esempio, degli elementi che li stimolino a riflettere sullo sviluppo storico delle idee matematiche. A proposito della didattica, si fornisce un esempio nel quale si mostra l'importanza di associare spiegazioni teoriche e attività pratiche per migliorare la comprensione e l'apprendimento dei concetti matematici. Infine, si evidenziano le opportunità che la manifestazione “La matematica dei ragazzi” offre non solo per avvicinare i ragazzi alla matematica, ma anche per svolgere ricerche interessanti, con i partecipanti come soggetto di studio.

PAROLE CHIAVE

DIDATTICA DELLA MATEMATICA / MATHEMATICS EDUCATION; CONCEZIONI DELLA MATEMATICA / BELIEFS REGARDING MATHEMATICS; ASPETTI MOTIVAZIONALI / MOTIVATIONAL ASPECTS; ASPETTI SOCIALI DELLA MATEMATICA / SOCIAL ASPECTS OF MATHEMATICS.

1. INTRODUZIONE

Durante le giornate dedicate alla manifestazione “La matematica dei ragazzi”, nei laboratori è stato presentato un vero caleidoscopio di temi, molto diversi, interessanti e trattati con approcci distinti. Tutto ciò ha messo in luce alcuni dei punti che i docenti partecipanti ritengono importanti per l'apprendimento della matematica.

¹ Il contributo riporta il testo della relazione presentata dall'autrice nell'ambito della giornata di formazione per insegnanti: “La matematica dei ragazzi: riflessioni metodologiche e didattica disciplinare” (Trieste, 26 aprile 2012) che ha fatto seguito alla IX edizione della manifestazione “La matematica dei ragazzi”.

Nonostante la diversità degli argomenti trattati, mi sembra che si possano raggruppare i laboratori in due blocchi principali (anche se in ogni laboratorio si possono ritrovare alcuni elementi di ciascuno di tali blocchi):

- laboratori che hanno avuto come finalità principale l'idea di motivare i ragazzi, proponendo loro aspetti della matematica che aiutino a vederla come qualcosa di interessante, divertente e utile;
- laboratori in cui ci si è preoccupati soprattutto dell'aspetto didattico, con il proposito di agevolare l'apprendimento di temi considerati difficili e che inducono frequentemente gli studenti a commettere errori.

La presenza di queste due tendenze mi porta a pensare che nella realtà della scuola italiana – che, se comparata con quella di altre regioni del mondo, può considerarsi abbastanza buona (classi non troppo numerose, insegnanti con una buona preparazione universitaria, aule con supporti tecnologici, flessibilità nello svolgere il curriculum, ragazzi che in buona parte hanno una vita, tutto sommato, agiata) – si ritiene che persistano delle difficoltà nell'apprendimento della matematica. Inoltre, si deduce che gli insegnanti ritengono che, se si riuscisse a motivare di più gli alunni e si usassero approcci didattici diversi da quelli usuali, i risultati potrebbero essere migliori.

Su ognuna di queste due tendenze sarebbe necessario discutere e riflettere: in questo contributo si intende offrire qualche spunto per farlo e suggerire aspetti su cui sarebbe interessante indagare.

2. MOTIVARE

Quando ci si preoccupa di motivare i ragazzi allo studio della matematica e di creare condizioni per incoraggiarli, ci si avvicina al campo della psicologia. Ciò che si sta cercando di fare è influire sugli atteggiamenti che hanno gli alunni verso la matematica, per stimolare la formazione di atteggiamenti positivi. Per riuscirci, di solito

si cerca di far vedere la matematica sotto una nuova luce, mettendone in risalto gli aspetti che possono risultare interessanti, divertenti e utili. Come ho potuto osservare anche durante la manifestazione "La matematica dei ragazzi", si cerca di farlo narrando fatti storici e aneddoti, presentando problemi accattivanti, rendendo accessibili temi matematici complessi, sviluppando giochi matematici, e così via.

Negli ultimi anni è stata enfatizzata, sia in ambito accademico, sia in quello ufficiale di organismi internazionali, come ad esempio l'OCSE², l'importanza delle emozioni, in particolare degli atteggiamenti, che gli alunni sviluppano nei confronti delle discipline di studio, e questi aspetti vengono correlati con l'apprendimento³. Alcuni ministeri dell'Istruzione⁴ hanno preso atto di tali indicazioni e hanno incluso in modo esplicito nei programmi di insegnamento e nei relativi lineamenti pedagogici la raccomandazione di aiutare i ragazzi a sviluppare atteggiamenti positivi verso lo studio, in particolare verso lo studio della matematica.

Ciò è stato fatto nonostante dalla ricerca nel campo della didattica della matematica non sia ancora risultato un nesso chiaro e preciso tra atteggiamenti e apprendimento. I risultati degli studi effettuati in tale campo non sono infatti concordi. C'è chi ritiene di avere riscontrato che a un atteggiamento positivo corrisponda un maggiore apprendimento⁵ e chi, al contrario, non ha riscontrato questo tipo di relazione⁶: ci sono ragazzi ai quali la matematica non piace, non hanno una buona disposizione verso questa disciplina, ma malgrado ciò ottengono buoni risultati, e ci sono ragazzi che affermano che a loro la matematica piace, quindi manifestano un atteggiamento positivo verso tale disciplina, ma non riescono a ottenere i risultati desiderati.

² *Organizzazione per la cooperazione e lo sviluppo economico* (OCSE), o *Organisation for Economic Co-operation and Development* (OECD), o *Organisation de coopération et de développement économiques* (OCDE).

³ Cfr. OCDE 2006.

⁴ Si veda, ad esempio, SEP 2011.

⁵ MINATO 1983; MINATO, YANASE 1984.

⁶ MA, KISHOR 1997; RAMIREZ, 2005.

In molti studi e ricerche esiste, però, accordo sulla constatazione che a gran parte dei ragazzi la matematica non piace, appare difficile, misteriosa, noiosa, provoca timore e angoscia, e sul fatto che modificare un atteggiamento non è per nulla facile⁷.

La tendenza dominante in questo campo di studio, fino a pochi anni fa, era quella di considerare gli atteggiamenti come costrutti personali, individuali, e, per studiarli, si partiva essenzialmente da una prospettiva psicologica cognitiva, che cercava di spiegare gli atteggiamenti analizzando le relazioni che l'individuo stabilisce con l'oggetto d'interesse e le reazioni ed emozioni che provocano tali relazioni. Per conoscere gli atteggiamenti si utilizzavano (e tuttora si usano) soprattutto test ai quali l'intervistato doveva rispondere per scritto⁸.

Gli atteggiamenti non sono, però, solo costrutti individuali e personali, ma anche socio-culturali, e per capirli e poter influire su di essi bisogna studiare, analizzare e comprendere la cultura nella quale sono inseriti gli individui. Un approccio socio-culturale può fornirci elementi (come, ad esempio, l'importanza o meno che si attribuisce alla matematica in una data cultura, gruppo o classe sociale) che ci permettano di capire meglio perché, nonostante a un certo ragazzo non piaccia la matematica, egli ottenga buoni risultati, mentre per un altro ciò non accada. Solo in anni recenti si è cominciato a studiare gli atteggiamenti da una prospettiva sociologica⁹ e socio-culturale, prendendo in considerazione la cultura della classe¹⁰, della scuola, dell'ambiente sociale nel quale lo studente vive¹¹.

Sebbene nel campo di ricerca della didattica della matematica si studino le emozioni e gli atteggiamenti verso la disciplina, i risultati di tali ricerche non sono stati sufficienti per influire positivamente sull'insegnamento della matematica, come segnalato già più di vent'anni fa da McLeod e, più recentemente, da Leder¹².

⁷ AUZMENDI 1992; BISHOP 1999; URSINI, SÁNCHEZ 2008; URSINI 2009.

⁸ Si veda ad esempio GÓMEZ-CHACÓN 2000; URSINI, SÁNCHEZ 2008.

⁹ EVANS, MORGAN, TSATSARONI 2006; GATES 2006.

¹⁰ GÓMEZ-CHACÓN, OP'T EYNDE, DE CORTE 2008.

¹¹ HANNULA 2006.

¹² MCLEOD 1992; LEDER 2006.

Si deve inoltre riconoscere che gli esperti che studiano gli atteggiamenti non sono giunti ancora a un accordo sulla definizione di *atteggiamento*. Molti accettano che l'atteggiamento abbia a che fare con la disposizione, l'emozione e le convinzioni in relazione a un dato oggetto, e si tende a classificare un atteggiamento come positivo, negativo o neutro.

Anche se può risultare più utile avere un *atteggiamento positivo* verso un tema di studio come la matematica, giacché è più gradevole fare ciò che piace, credo che riguardo a tale disciplina sarebbe più importante e necessario cercare di aiutare i ragazzi a sviluppare un *atteggiamento critico*, fornendo delle conoscenze che permettano loro di trovare le basi su cui fondare i giudizi e formarsi un'opinione personale.

Secondo me, è importante motivare gli allievi, ma con l'obiettivo di sviluppare in loro il senso critico verso la matematica, e non solo cercando di fargliela vedere come divertente o utile. Sarebbe necessario offrire elementi che portino a riflettere sulla matematica che gli allievi devono imparare, ma anche sul suo sviluppo, sui fatti storici che hanno favorito il sorgere di certe idee matematiche, sull'uso che si è fatto e si fa della matematica (con conseguenze positive, ma, purtroppo, anche negative per la società e le persone).

Dovremmo mostrare agli allievi che la matematica non è una costruzione neutra, né asociale, né storica, ma un prodotto socio-storico-culturale soggetto a interessi e necessità propri di una determinata epoca. Dovremmo presentare elementi sufficienti a comprendere che non esiste una sola matematica possibile, che quella che conosciamo e che si insegna e si usa attualmente quasi dappertutto è quella che è sopravvissuta, mentre altre possibilità sono state eliminate, e non sempre perché fossero inefficienti, anzi, in molti casi, per motivi esterni alla matematica stessa (politici, filosofici, di potere). Si potrebbero citare molti esempi al riguardo, ma qui mi limiterò a fornirne due.

Ci insegnano che lo zero che conosciamo e usiamo ebbe origine in India, dove esso appare per la prima volta rappresentato simbolicamente con un punto o un cer-

chietto chiamato *sunya*, che significa “vuoto”. Gli studiosi di storia della matematica affermano che nelle opere del primo grande matematico indiano, Aryabhata (V-VI secolo), tuttavia non appare lo zero come numero, anche se, utilizzando la notazione posizionale dei numeri, egli ricorreva frequentemente a simboli corrispondenti al nostro zero¹³. La necessità di usare un simbolo per rappresentare lo zero si associa, infatti, all’uso dell’abaco e alla trascrizione di ciò che vi si rappresentava. Sebbene inizialmente le pedine fossero tutte uguali e il loro valore dipendesse dalle righe dell’abaco occupate (le righe rappresentavano le potenze di dieci), più avanti si cominciò a usare solo pedine numerate da 1 a 9. Per trascrivere le quantità rappresentate dall’abaco, sorse la necessità di indicare simbolicamente anche la posizione “vuota”, e a un dato momento si cominciò a usare un punto o un cerchietto¹⁴. Un po’ più tardi, nel VII secolo, nell’opera del matematico e astronomo indiano Brahmagupta, appare un simbolo per rappresentare lo zero, che viene utilizzato anche come numero, e non solo all’interno della scrittura posizionale dei numeri.

Infine, lo zero, che non era noto né ai Greci né agli antichi Romani, fu fatto conoscere mondo occidentale verso il X secolo, attraverso gli Arabi, che, a loro volta, lo avevano appreso dagli Indiani. Si tratta, comunque, sempre di uno zero strettamente legato ai calcoli e probabilmente anche al commercio.

Malgrado questa storia sull’origine dello zero sia vera, essa risulta incompleta. Solo marginalmente, infatti, si ricorda che, ad esempio, secoli prima della nascita dello zero *indù*, il concetto di zero si era sviluppato in Mesoamerica¹⁵, tra gli Olmechi (1200-400 a. C.), e si usava nelle civiltà mesoamericane molto prima dell’arrivo degli Europei, che vi introdussero lo zero *indù* nel secolo XVI. Come quello *indù*, anche lo zero *olmecho* rappresentava il vuoto, si indicava con un simbolo e si utilizzava già da

¹³ PICUTTI 1977.

¹⁴ Anche per la scrittura posizionale dei numeri in base 60 utilizzata dai popoli della Mesopotamia era sorta la medesima necessità e, nei primi secoli a. C., furono poste delle convenzioni e inventati dei simboli per lo stesso scopo (cfr. KLEIN 1991).

¹⁵ Con questo termine si indica l’area geografica dell’America Centrale compresa tra lo stato messicano di Sinaloa a nord e il Nicaragua a sud.

tempo come numero. Si trattava, inoltre, di un concetto filosofico, intimamente legato alla misura del tempo e al calendario. Si usava per rappresentare date storiche, periodi importanti, cicli astronomici ed era alla base del loro calendario, di 365 giorni, molto più preciso di quello che era diffuso all'epoca in Europa. Appare anche nel sistema di notazione posizionale, che non era decimale né in base venti, ma in stretta relazione con la misura del tempo.

In Mesomerica lo zero non nasce tanto per necessità di tipo commerciale, quanto per rappresentare un processo, qualcosa che è in via di sviluppo e non è ancora terminato. Per gli Olmechi, ad esempio, il primo giorno di un ciclo del calendario era il *giorno zero* perché stava trascorrendo, non era ancora finito (un'idea simile al modo in cui noi contiamo le ore). Si tratta di un concetto molto più astratto di quello indù, legato alla misura del tempo, dei cicli astronomici e fortemente connesso con l'organizzazione sociale degli Olmechi, per i quali risultava fondamentale rappresentare l'inizio o la fine di un periodo. Essi usavano tale concetto per indicare che cominciava un periodo nuovo, che quello precedente era finito e si ricominciava dal nulla - da zero - come se prima non ci fosse stato alcunché¹⁶. Ritroviamo quest'idea in matematica poco più di un secolo fa, espressa da uno degli assiomi di Peano, nello specifico quello che stabilisce che *lo zero non è successore di alcun numero naturale*.

Tuttavia lo zero olmeco non compare generalmente nei trattati di storia della matematica e, nelle rare occasioni in cui se ne fa menzione, lo si tratta come un fatto curioso, quasi di folklore. Anche se non è mia opinione che si debba insegnare la matematica olmeca o maya, credo che da questo tipo di fatti si possa comunque prendere lo spunto per far sapere ai ragazzi che di "matematiche" ce ne potrebbe essere una gran varietà, e ciò potrebbe aiutarli a farsi un'idea più completa della disciplina e a collocarla anche socialmente.

¹⁶ Cfr. URSINI 1980.

Un altro approccio interessante potrebbe essere quello di proporre agli allievi una riflessione sul perché certe idee matematiche siano sorte in un dato momento storico, chiedendosi quali siano i fattori che ne hanno determinato lo sviluppo quasi contemporaneamente in posti diversi.

Naturalmente non esiste una regola valida in tutti i casi, ma può essere utile far vedere ai ragazzi perché, ad esempio, la geometria iperbolica, che è un “sottoprodotto” dei tentativi fatti per più di venti secoli per rendere “inespugnabili” i fondamenti della geometria euclidea, abbia visto la luce solo agli inizi del XIX secolo, nonostante Saccheri, una sessantina d’anni prima, l’avesse avuta in pratica davanti agli occhi. Sarebbe interessante indagare sul perché Saccheri stesso non l’abbia sviluppata, quali siano state le circostanze che glielo hanno impedito e, nonostante le chiare evidenze e la mancanza di contraddizioni, lo hanno portato a dire che l’*ipotesi dell’angolo acuto*¹⁷ “non aveva senso”.

Quali furono le circostanze che portarono, solo mezzo secolo dopo, Lobachevsky, Bolyai e Gauss¹⁸ a sviluppare la geometria iperbolica (quasi contemporaneamente), partendo da considerazioni iniziali del tutto simili a quelle di Saccheri? Sarebbe interessante per i ragazzi cercare di capire il perché, formulare delle ipotesi, indagare e chiedersi anche perché Gauss, il grande matematico riconosciuto e apprezzato, non abbia voluto pubblicare mai niente al riguardo, malgrado desiderasse far sapere, tramite lettere che scriveva a matematici dell’epoca e ad amici, che anche lui aveva sviluppato la geometria che nasce dall’ipotesi dell’angolo acuto¹⁹.

Leggere con l’insegnante alcune pagine dell’opera di Lobachevsky *Nuovi principi della Geometria con una teoria completa delle parallele*, dove la geometria si presenta in una maniera totalmente diversa da quella euclidea, potrebbe essere un ulteriore strumento per motivare l’interesse dei ragazzi. Accedere a queste conoscenze e ri-

¹⁷ Giovanni Girolamo Saccheri (1667-1733), nel tentativo di dimostrare il *postulato* di Euclide sulle rette parallele (ritenendo quindi che fosse un teorema dipendente dagli altri postulati), voleva provare che due angoli di un certo quadrilatero erano retti e cercava di scartare le altre possibilità; egli riuscì correttamente a spiegare che gli angoli non potevano essere ottusi, ma non trovò un ragionamento matematico corretto per escludere che fossero acuti.

¹⁸ Carl Friedrich Gauss (1777-1855), Nikolai Ivanovich Lobachevsky (1792-1856), János Bolyai (1802-1860).

¹⁹ Cfr. URSINI 2001a.

flettere, anche se in misura minima, su tali aspetti potrebbe aiutarli a formarsi una visione della matematica come disciplina viva, interessante e socialmente collocata, nonché, forse, a sviluppare, anche se non in tutti, un certo interesse a saperne di più. Approcci di questo tipo potrebbero portare i ragazzi ad acquisire a poco a poco gli elementi necessari a formarsi uno spirito critico nei confronti della matematica, a esprimere qualche giudizio di valore su di essa e, di conseguenza, a sviluppare un atteggiamento (positivo o negativo che sia) che non si basi solo sul "mi piace perché è divertente" o "non mi piace perché è noiosa o difficile".

C'è, infine, un altro aspetto psicologico nell'apprendimento della matematica, associato alla motivazione, che è, a mio parere, molto importante e a cui bisogna prestare particolare attenzione. Si tratta dell'*autostima* che i ragazzi sviluppano nei confronti della matematica. In generale, l'autostima è fondamentale nelle scelte di vita delle persone; nello specifico, la relazione che si stabilisce con la matematica, attraverso la mediazione dell'insegnante nella scuola primaria e nei cicli seguenti, dei genitori, dei mezzi di comunicazione di massa, degli organi accademici e di governo, può influire fortemente proprio sull'autostima che si va sviluppando.

Anche se la gran maggioranza dei ragazzi ha difficoltà nell'apprendimento della matematica, in molti Paesi essa è considerata una delle discipline scolastiche più importanti. Questo modo di pensare si è rafforzato ancora di più negli ultimi dieci anni in seguito alle valutazioni internazionali come il progetto PISA, promulgate dall'OCSE. Si suole associare la matematica all'intelligenza, e si usa la matematica per misurare la capacità di prendere decisioni rapide e di adattarsi con flessibilità a situazioni nuove e insolite, tutte caratteristiche considerate fondamentali per sopravvivere in un mondo globalizzato. Di conseguenza, negli ultimi anni più che in passato, è abbastanza comune che anche i genitori si preoccupino che i figli ottengano risultati accettabili in matematica, in misura molto maggiore che in altre discipline. Se i figli sono bravi in storia, in geografia, in attività artistiche o lette-

rarie va bene, ma si considera molto più importante che non vadano “troppo male” in matematica.

Il fatto di non riuscire a ottenere buoni voti, specialmente quando si tende ad associare la matematica con l'intelligenza, può ferire l'autostima, e ciò può rendere un essere umano meno sicuro di se stesso e più vulnerabile. È molto comune che i ragazzi diventino ansiosi, nervosi quando devono affrontare un esame di matematica, e ciò è comprensibile se, seguendo questa logica, sentono che, con il risultato che otterranno, mostreranno a tutti se sono intelligenti o no. Quando sbagliano ripetutamente e si sentono dire dagli insegnanti, o dai genitori, che sono “duri di testa” e che non ce la fanno, si sviluppa in loro una bassa autostima riguardo alla matematica.

Affinché i docenti possano intervenire per evitare che ciò accada, è molto importante sapere ascoltare i ragazzi e cercare di capire quello che stanno manifestando con i loro commenti. Ad esempio, è diverso se uno studente, di fronte a un errore, si giustifica dicendo “mi è andata male perché non ho studiato”, o “perché ero ammalato”, o “non me l'hanno spiegato bene”, o “ancora non l'avevo visto in classe”, piuttosto che “questo non è per me”, o “io non ce la faccio in matematica”, o “ci vuole intelligenza per questo”. Come si può notare, nel primo tipo di risposte si attribuisce il proprio insuccesso a fattori esterni, mentre nel secondo tipo a deficienze proprie e ciò denota una bassa autostima, che si deve correggere e non permettere che si sviluppi.

È importante sottolineare che una bassa autostima nei confronti della matematica è molto più frequente nelle ragazze che nei ragazzi, specialmente nell'adolescenza. È abbastanza comune, in molti Paesi, che le ragazze dopo i tredici o quattordici anni ritengano che per loro la matematica è più difficile da comprendere perché sono donne e quindi meno portate, forse perché meno intelligenti dei ragazzi²⁰. Queste

²⁰ URSINI, SÁNCHEZ 2008.

idee sono ancora molto diffuse in varie parti del mondo a proposito dell'apprendimento della matematica, delle scienze o dell'uso della tecnologia²¹.

Al contrario, molti ragazzi adolescenti, quando non ottengono buoni risultati in matematica, attribuiscono ciò al fatto di non studiare, di avere altri interessi e solo raramente a un deficit d'intelligenza. È però da notare che i ragazzi non ottengono, mediamente, risultati migliori delle ragazze.

Si potrebbe parlare a lungo di matematica e differenze di genere, e credo che sarebbe molto utile svolgere delle ricerche in merito anche nel contesto di “La matematica dei ragazzi”: si potrebbero scoprire cose molto interessanti e forse insospettate.

Desidero ora collegare il tema dell'autostima a quanto ho potuto osservare durante le attività svolte nelle giornate di “La matematica dei ragazzi”. Mi sembra che il modo in cui si sono svolti i laboratori possa essere un modo eccellente di stimolare lo sviluppo nei partecipanti di un'alta autostima.

Ad esempio, richiedere ai ragazzi di assumersi la responsabilità di scegliere un argomento di matematica e di prepararsi per presentarlo non solo a coetanei, come a volte si fa in classe, ma anche a studenti di livello scolastico superiore o inferiore è, a mio parere, un modo efficace di favorire un'alta autostima, anche se forse per alcuni può essere un motivo di stress.

Non saprei dire quale sia l'effetto di tale esperienza sui visitatori che ascoltano le presentazioni, se imparino qualcosa di nuovo, se ammirino i relatori, se provino il desiderio di imitarli, oppure se, sentendosi incapaci di fare altrettanto, avvertano un disagio: sarebbe molto interessante raccogliere dei dati in merito.

Credo comunque che potrebbe essere utile escogitare una strategia che permetta anche ai visitatori di fare questo tipo di esperienza, rendendoli responsabili di almeno una fase del lavoro, ad esempio scambiando i ruoli tra relatori e visitatori e facendo diventare tutti, in qualche momento, protagonisti “visibili”.

²¹ FORGASZ 2002.

3. DIDATTICA

Per quanto riguarda i laboratori di “La matematica dei ragazzi” in cui ci si è preoccupati maggiormente dell’aspetto didattico, mi è sembrato interessante che vi si siano toccati temi che, come messo in evidenza da numerose ricerche in questo campo, comportano spesso difficoltà per i ragazzi.

Ad esempio, si sa che, in generale, è difficile per gli studenti accettare che si può arrivare a uno stesso risultato seguendo percorsi diversi. In vari laboratori si è cercato di mostrare che ciò è possibile e che, nonostante non si segua lo stesso cammino, si può arrivare al medesimo risultato corretto. Credo che capire e accettare ciò sia importante, non solo per imparare diverse modalità di avvicinarsi a un problema, ma anche per apprendere, attraverso le attività matematiche, a rispettare il modo di ragionare degli altri (molte volte diverso dal proprio), per imparare a essere più creativi e sviluppare una certa autonomia di pensiero.

Mi è sembrato molto interessante anche constatare, ancora una volta, quanto sia importante associare le spiegazioni teoriche ad attività pratiche: i ragazzi di tutte le età hanno bisogno di applicare ciò che viene loro spiegato e di ricevere una spiegazione comprensibile e coerente di quanto ottengono quando mettono in pratica la teoria. La combinazione di pratica e teoria è fondamentale per un buon apprendimento della matematica curricolare e può aiutare gli allievi a dare significato ai concetti matematici.

A questo riguardo vorrei raccontare brevemente un’esperienza fatta anni fa in Messico, nel corso di una ricerca svolta con bambini di prima media, sulla comprensione dell’uso algebrico delle lettere. Come si sa dai risultati di ricerche sull’apprendimento e sull’insegnamento dell’algebra, molti studenti, sia delle scuole medie inferiori, sia di quelle superiori, hanno difficoltà con le lettere che si usano in algebra per rappresentare enti variabili (incognite, numeri generici, relazioni tra quantità variabili), non riescono a capirne bene il significato, né l’utilizzo²². Ciò è

²² Cfr. ad esempio: KÜCHEMAN 1980; USISKIN 1984; TRIGUEROS, URSINI 2003; URSINI, TRIGUEROS 2006.

molto grave, dato che una delle caratteristiche dell'algebra è proprio quella di poter affrontare i problemi a un livello generale con l'uso delle variabili simboliche. Si è visto anche che, a tutti i livelli scolastici, gli studenti preferiscono usare l'aritmetica non appena un problema lo permette, ed evitare così l'uso dell'algebra e quindi delle variabili.

Nella ricerca alla quale voglio riferirmi, il mio proposito era quello di indagare sulla possibilità di aiutare gli allievi della prima media, che ancora non avevano iniziato lo studio dell'algebra, a sviluppare una zona di sviluppo prossimale²³ per dare un significato all'uso algebrico delle lettere.

Per fare ciò decisi di usare la tecnologia disponibile all'epoca (negli anni '90 del Novecento) e di lavorare con il computer usando il linguaggio *Logo*, che permette non solo di interagire in modo diretto, ottenendo subito il risultato, ma anche di scrivere programmi specifici (ovvero con dati fissati, costanti) e generali (ovvero con dati generici, da assegnare in ingresso). Per scrivere un programma generale è necessario porre attenzione al metodo e non solo al risultato, e usare delle lettere (simboli o parole) per rappresentare i numeri generici coinvolti.

Per introdurre gli alunni alla generalizzazione e, quindi, alla scrittura di un programma generale, chiesi loro di scrivere dei programmi che, dato un numero qualunque, producessero come risultato il suo doppio. Chiesi anche agli allievi di analizzare la struttura del programma prodotto. Inizialmente, la tendenza generale fu quella di mettere in evidenza le operazioni aritmetiche e il risultato ottenuto: nessuno fu in grado di analizzare la struttura del programma che aveva scritto.

In seguito, mediante una discussione di gruppo con l'intervento dell'insegnante, si identificarono due possibili strutture generali, l'una che implicava l'addizione del numero dato con se stesso e l'altra la moltiplicazione per 2 del numero dato. Nel corso della discussione collettiva, gli allievi cominciarono a utilizzare spontaneamente le espressioni "un numero" o "un numero qualsiasi" per riferirsi ai diversi

²³ Cfr. VYGOTSKY 1989.

numeri che avevano usato come dati nei loro programmi, mostrando così che il fatto di cercare di identificare la struttura li aveva portati a concepire l'oggetto implicato nella struttura stessa come un oggetto generico, un numero generico.

Il riferirsi verbalmente degli allievi a un numero generico diede inoltre l'opportunità di introdurre un simbolo per rappresentarlo: essi lo accettarono senza difficoltà, poiché il simbolo era un modo conciso di rappresentare le espressioni “un numero” o “un numero qualsiasi” che loro stessi stavano già usando. Dopo aver fatto questa esperienza, la maggioranza degli allievi fu in grado di scrivere programmi generali e di operare con numeri generici²⁴.

Naturalmente c'erano anche allievi che avevano bisogno di compiere più esperienze per imparare a usare un simbolo. Ad esempio, avendo chiesto, in seguito, di scrivere un programma generale che dividesse qualsiasi numero per 10 e poi sottraesse 100, una bambina, dopo aver identificato la struttura generale del programma, lasciò uno spazio vuoto invece di introdurre un simbolo per rappresentare il numero generico. Interrogata su ciò, l'allieva mi spiegò che, prima di eseguire il programma, si doveva mettere un numero, un numero qualsiasi, nello spazio vuoto, mostrando così che non aveva difficoltà tanto con il concetto di procedura generale, quanto con l'uso di un simbolo per rappresentare un numero generico.

Una volta che l'insegnante le ebbe spiegato che la sintassi di *Logo* non accettava spazi vuoti al posto di un numero e che invece dello spazio vuoto doveva utilizzare un simbolo (che poteva essere una lettera, ad esempio X, o qualsiasi altro simbolo o parola), l'allieva, senza più alcuna difficoltà, cominciò a usare la rappresentazione simbolica del numero generale, a operare con essa e a scrivere programmi generali. Alla richiesta di spiegare il significato dei simboli che utilizzava, la bambina rispose che rappresentavano un numero qualsiasi, dei valori qualsiasi. Le lettere così usate

²⁴ URSINI 2001b.

ora avevano per lei un significato e aveva senso utilizzarle, essendo state introdotte in seguito a una necessità che lei stessa aveva provato²⁵.

L'esempio mostra come sia molto più fruttuoso introdurre concetti matematici nuovi in seguito a un'esigenza prodotta da una data attività dell'allievo stesso, piuttosto che proporli in modo esplicito, direttamente, chiedendo poi ai ragazzi di fare esercizi per imparare a usarli, sperando che riescano a dare loro un senso.

4. COMMENTO FINALE

Concludo le mie riflessioni sulle attività svolte durante le giornate della manifestazione "La matematica dei ragazzi", in primo luogo congratulandomi con gli organizzatori, insegnanti e allievi partecipanti. Dal mio punto di vista, si dovrebbe incoraggiare lo sviluppo di questo tipo di iniziative riguardo alla matematica, il suo insegnamento e apprendimento, poiché esse non solo favoriscono l'avvicinarsi dei ragazzi alla disciplina, ma anche promuovono la diffusione e divulgazione della matematica a un pubblico più vasto.

Sarebbe infatti auspicabile che un maggior numero di persone acquisisse una più ampia cultura matematica e comprendesse il ruolo importante della matematica nel mondo contemporaneo. Si sa, infatti, che gran parte delle persone prova un certo timore verso la matematica, la sente arida e difficile e non se ne sente attratta, malgrado la rispetti e forse anche la idealizzi, pur non conoscendo molto né della sua storia né dell'uso che ne è stato fatto e se ne fa.

Infine, mi sembra che lo spazio che si crea durante le giornate della manifestazione potrebbe essere occasione per mettere alla prova nuovi approcci didattici e per svolgere brevi ricerche che potrebbero poi costituire il germe di ricerche più impegnative e più a lungo termine. Ad esempio, approfittando della presenza di un gran numero di ragazzi di età e di livello scolastico diversi, si potrebbero fare ulteriori studi sulla motivazione degli allievi riguardo alla matematica, sui loro atteggiamenti ver-

²⁵ URSINI 1994.

so la disciplina e la sua didattica²⁶, e si potrebbe anche indagare, riguardo a questi aspetti, sulle differenze di genere.

²⁶ Per studi sulla motivazione e l'interesse degli allievi per la matematica, in relazione alla partecipazione a "La matematica dei ragazzi", cfr. ZUCCHERI, ZUDINI 2012 e i lavori ivi citati.

BIBLIOGRAFIA

AUZMENDI E.

1992, *Las actitudes hacia las matemáticas/estadística en las enseñanzas medias y universitaria. Características y medición*, Bilbao, Mensajero.

BISHOP A. J.

1999, *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*, Barcelona, Paidós.

EVANS J., MORGAN C., TSATSARONI A.

2006, *Discursive positioning and emotion in school mathematics practices*, «Educational Studies in Mathematics: Affect in Mathematics Education. Exploring Theoretical Frameworks», 63(2) [Special Issue], pp. 209-226.

FORGASZ H. J.

2002, *Computers for learning mathematics: Equity factors*, in BARTON B., IRWIN K. C., PFANNKUCH M., THOMAS M. O. J. (a cura di), «Mathematics education in the South Pacific», Proceedings of the 25th Annual Conference of the Mathematics Education research Group of Australasia, Auckland, MERGA, pp. 260-267.

GATES P.

2006, *Going beyond belief systems. Exploring a model for the social influence on Mathematics teacher beliefs*, «Educational Studies in Mathematics», 63(3), pp. 347-369.

GÓMEZ-CHACÓN I. M.

2000, *Matemática Emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*, Madrid, Narcea.

GÓMEZ-CHACÓN I. M., OP'T EYNDE P., DE CORTE E.

2006, *Creencias de los estudiantes de matemáticas. La influencia del contexto de clase*, «Enseñanza de las ciencias», 24(3), pp. 309-324.

HANNULA M.

2006, *Affect in mathematical thinking and learning*, in MAASZ J., SCHLOEGLMANN W. (a cura di), «New Mathematics Education Research and Practice», Rotterdam, Sense, pp. 209-232.

KLEIN M.

1991 (Trad. it. dell'ed. ingl. 1972), *Storia del pensiero matematico. Volume primo. Dall'Antichità al Settecento*, Torino, Einaudi.

KÜCHEMANN D.

1980, *The understanding of Generalised Arithmetic (Algebra) by Secondary School Children*, Unpublished PhD Thesis, Institute of Education University of London.

LEDER G. C.

2006, *Affect and Mathematics learning*, in Maasz J., Schloeglmann W. (a cura di), «New Mathematics Education Research and Practice», Rotterdam, Sense, pp. 203-208.

MA X., KISHOR N.

1997, *Assessing the relationship between attitude toward mathematics and achievement in mathematics: A meta-analysis*, «Journal for Research in Mathematics Education», 28(1), pp. 26-47.

MCLEOD D. B.

1992, *Research on affect in mathematics education: a reconceptualization*, in Grows D. (a cura di), «Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning», Indianapolis, McMillan, pp. 575-596.

MINATO S.

1983, *Some mathematical attitudinal data on eighth grade students in Japan measured by a semantic differential*, «Educational Studies in Mathematics», 14(1), pp. 19-38.

MINATO S., YANASE S.

1984, *On the relationship between students' attitudes towards school mathematics and their levels of intelligence*, «Educational Studies in Mathematics», 15(3), pp. 313-320.

OCDE

2006, *PISA 2006. Marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura*, <http://www.oecd.org/pisa/39732471.pdf> (sito consultato il 27 febbraio 2013).

PICUTTI E.

1977, *Sul numero e la sua storia*, Milano, Feltrinelli.

RAMÍREZ M. J.

2005, *Attitudes toward mathematics and academic performance among Chilean 8th graders*, «Estudios Pedagógicos», 31(1), pp. 97-112.

SEP

2011, *Programas de estudio 2011. Guía para el maestro. Educación Básica Secundaria. Matemáticas. Primera edición electrónica*, http://basica.sep.gob.mx/dgdc/sitio/pdf/inicio/matlinea/2011/Matematicas_SEC.pdf (sito consultato il 27 febbraio 2013).

TRIGUEROS M., URSINI S.

2003, *First year undergraduates' difficulties in working with the concept of variable*, «CBMS, Research in Collegiate Mathematics Education», 12, pp. 1-29.

URSINI S.

1980, *El Origen del Cero en la Civilización Mesoamericana*, «Revista Matemática. Matemática y Enseñanza», 5(1), pp. 7-20.

1994, *Pupils' Approaches to Different Characterisations of Variable in Logo*, Unpublished PhD Thesis, Institute of Education University of London.

2001a, *La aportación de Gauss a la geometría hiperbólica: su carteo con matemáticos y científicos y de su época*, «Miscelánea Matemática», n. 33, pp. 1-19.

2001b, *General Methods: A way of entering algebra world*, in SUTHERLAND R., ROJANO T., BELL A., LINS R. (a cura di), «Perspectives on School Algebra», Dordrecht, Kluwer, pp. 209-229.

2009, *Aspectos educativos y de género. Modelos de intervención para el mejoramiento de las capacidades de aprendizaje*, «Cuadernos de trabajo», 15, México, Instituto Nacional de las Mujeres.

URSINI S., SÁNCHEZ G.

2008, *Gender, technology and attitude towards mathematics: a comparative longitudinal study with Mexican students*, «ZDM. The International Journal on Mathematics Education», 40(4), pp. 559-577.

URSINI S., TRIGUEROS M.

2008, ¿Mejora la comprensión del concepto de variable cuando los estudiantes cursan matemáticas avanzadas?, «Educación Matemática», 18(3), pp. 5-38.

VYGOTSKY L. S.

1989, *Thought and Language*, Cambridge, MIT Press.

ZUCCHERI L., ZUDINI V.

2012, *Io e la matematica. Un'indagine sul rapporto dei ragazzi con la matematica*, «QuaderniCIRD», n. 5, pp. 72-104.