

20620

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE
FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI

TESI DI DOTTORATO DI RICERCA
IN
FISICA

LA DIFFUSIONE ELASTICA PIONE-PROTONE
NELLA REGIONE DI INTERFERENZA
COULOMBIANO-NUCLEARE

Dottorando:
Dott. Enrico Fragiacomò

Tutore:
Prof. Rinaldo Rui
Università degli studi di Trieste
Rinaldo Rui
Coordinatore:
Prof. Paolo Schiavon
Università degli studi di Trieste

Paolo Schiavon

Introduzione

La presente tesi illustra lo sviluppo dell'esperimento CNI, attualmente in fase di acquisizione dei dati presso il ciclotrone del laboratorio TRIUMF di Vancouver, in Canada. Le tre parti in cui la tesi è divisa corrispondono a tre diverse problematiche legate all'esperimento: le motivazioni teoriche, descritte nella prima parte, le problematiche sperimentali, nella seconda parte, e, infine, l'analisi e la riduzione dei dati nella terza parte.

Le motivazioni teoriche sono legate alle predizioni della teoria chirale perturbativa (χPT) e di altri modelli, utilizzati nella descrizione della diffusione elastica πN . In particolare, lo scopo dell'analisi è l'estrazione della lunghezza di *scattering* a_{0+}^\dagger e del volume di *scattering* a_{1+}^\dagger per il canale ad isospin pari, e del cosiddetto termine $\sigma_{\pi N}$, che fornisce una quantificazione del contenuto di stranezza del protone. Per questo scopo sono necessarie delle misure di sezioni d'urto angolari a piccoli angoli e a basse energie.

L'obiettivo dell'esperimento CNI è di misurare i pioni diffusi a partire da un angolo di 7° e per energie cinetiche del pione incidente a partire da 15 MeV . Per consentire inoltre la discriminazione tra le predizioni delle diverse teorie, è richiesta una precisione del 5% sui parametri finali ricavati.

Queste richieste introducono una problematica nuova nello studio della diffusione πN . Come verrà infatti spiegato nel capitolo 5, a piccoli angoli, il cono dei muoni dal decadimento dei pioni del fascio si sovrappone alla regione angolare dei pioni diffusi. È richiesta, dunque, una tecnica di separazione dei pioni e dei muoni che raggiunga un'efficienza sufficiente per le esigenze di sensibilità richieste all'esperimento. L'esperimento CNI utilizza lo spettrometro magnetico CHAOS, di cui si è

servita in passato la collaborazione omonima per lo studio di altre linee di fisica mesonica. L'inadeguatezza di CHAOS per le misure a piccoli angoli ha condotto ad integrarlo con un nuovo telescopio: i dati da questo telescopio vengono analizzati tramite un metodo di reti neurali, che ha permesso di raggiungere un'efficienza di identificazione dei pioni e dei muoni pari al 97%. Il capitolo 6 e' dedicato ad un'introduzione sul metodo delle reti neurali.

L'esperimento CNI ha cominciato a raccogliere i dati nell'estate di quest'anno; essi sono ancora in fase di analisi. Nel capitolo 8 vengono presentati dei risultati ottenuti da un *test* effettuato lo scorso anno e che riguarda la diffusione elastica di muoni dal carbonio. Questi risultati permettono di concludere che gli obiettivi di sensibilita' sono stati raggiunti.

Nel capitolo 9, viene presentata la procedura per l'estrazione dei parametri con cui viene fatto il confronto con la teoria. In mancanza dei dati dell'esperimento, la procedura e' stata applicata alle pseudo sezioni d'urto ricavate dalla banca dati KH80, descritta nel capitolo 2.

Trieste, 29 settembre 1999

Indice

I	Introduzione alla fisica.	1
1	La diffusione pione-nucleone.	3
1.1	La diffusione elastica pione-nucleone.	3
1.2	Teorie.	5
1.2.1	QCD e lattice.	5
1.2.2	Teorie chirali e χPT	7
1.2.3	Altri modelli.	8
1.3	Esperimenti.	8
1.3.1	L'esperimento CNI.	9
2	Metodi di analisi	11
2.1	Analisi in onde parziali.	11
2.1.1	Ampiezze di <i>scattering</i>	12
2.1.2	Sviluppo in onde parziali.	12
2.1.3	Variabili relativistiche.	14
2.1.4	Canali di isospin.	15
2.2	Relazioni di dispersione.	17
2.2.1	I concetti di base dell'analisi dispersiva.	18
2.2.2	Esempio di utilizzo delle relazioni di dispersione.	19
2.2.3	L'interferenza coulombiano-nucleare.	19
2.3	Il termine σ	20
3	Lo stato dell'arte.	23
3.1	<i>Database</i> esistenti.	23

3.1.1	Situazione precedente alle <i>meson factory</i> .	24
3.1.2	La situazione degli anni '80	24
3.1.3	La situazione degli anni '90	26
3.2	Parametri.	28
3.2.1	Parametri di soglia.	29
3.2.2	Il termine σ .	30
3.2.3	Costante di accoppiamento pione-nucleone.	30
3.3	Correzioni elettromagnetiche.	31
3.3.1	Violazione di isospin.	32
II	L'esperimento.	33
4	L'apparato sperimentale.	35
4.1	Lo spettrometro CHAOS.	35
4.2	Le camere a fili proporzionali WC1 e WC2.	37
4.3	La camera a deriva WC3.	38
4.4	La camera vettoriale a deriva WC4.	40
4.5	I telescopi CFT.	41
4.6	Il telescopio π/μ .	42
4.7	Il sistema di acquisizione.	43
4.8	Il fascio pionico.	43
4.9	Il sistema di trigger.	45
4.10	Il bersaglio.	46
5	La separazione dei pioni e dei muoni.	47
5.1	Il problema dei muoni.	48
5.1.1	Categorie di muoni.	48
5.1.2	Cinematica.	49
5.1.3	Osservabili.	50
5.2	Separazione π/μ .	54
5.2.1	La simulazione del telescopio π/μ .	54
5.2.2	Il prototipo del telescopio.	57

5.2.3	Risultati del <i>test</i> .	62
5.2.4	Il telescopio.	63
5.3	Utilizzo del telescopio.	65
5.3.1	Calibrazione degli ADC.	65
5.3.2	Posizionamento.	66
5.3.3	<i>Prescaling</i> .	68
5.3.4	<i>Short e long gate</i> .	69
5.3.5	<i>Imaging</i> sul telescopio.	72
5.4	Reti neurali.	77
5.4.1	NEURAL 2.00.	78
5.4.2	<i>Training</i> della rete.	79
6	Le reti neurali.	81
6.1	<i>Neural computing</i> .	81
6.2	Regola di Hebb, <i>perceptron</i> e reti neurali <i>feed-forward</i> .	82
6.3	<i>Training e back-propagation</i> .	84
6.4	Reti neurali <i>non-feed-forward</i> e apprendimento non supervisionato.	86
6.5	Caratteristiche generali delle reti neurali.	87
6.5.1	Capacita' di generalizzazione.	88
6.5.2	Bassa sensibilita' al rumore.	89
6.5.3	Robustezza.	90
6.6	Scelta dell'architettura.	91
6.7	Impostazione dei parametri della rete.	91
III	Analisi dei dati.	95
7	Analisi e riduzione.	97
7.1	Il <i>software</i> di analisi.	97
7.2	Ricostruzione delle tracce.	97
7.3	Vertice ed angolo di diffusione.	98
7.4	Identificazione delle particelle.	99

8	Risultati.	107
8.1	Definizione della sezione d'urto.	107
8.2	Sezioni d'urto differenziali μC	108
8.3	Componente adronica.	109
9	Discussione.	111
9.1	Termine σ	111
9.1.1	Calcolo di ReD^\dagger ed estrapolazione a $t \rightarrow 0$	112
9.1.2	Estrapolazione alla soglia $T_\pi \rightarrow 0$	115
9.1.3	Estrapolazione sotto soglia. Termine σ	118
9.2	Sensibilita' del metodo.	119

Elenco delle figure

3.1	Distribuzione dei punti sperimentali, per la diffusione π^+p , per gli esperimenti precedenti alle <i>meson factory</i>	25
3.2	Distribuzione dei punti sperimentali, per la diffusione π^+p , per gli esperimenti successivi alle <i>meson factory</i> e fino ai giorni nostri.	26
3.3	Rapporti tra le pseudo sezioni d'urto angolari per la diffusione elastica π^+p a $T_\pi = 33 MeV$ previste dalle analisi di Koch e Pietarinen e dal gruppo VPI di Arndt. 28	
4.1	Spaccato della visione dall'alto dello spettrometro magnetico CHAOS. Sono visibili le tre camere a fili WC1, WC2 e WC3, le celle della camera vettoriale WC4 e i telescopi CFT.	37
4.2	Dimensioni dello spettrometro CHAOS e del magnete SAGANE.	38
4.3	Spaccato delle camere a fili WC1 e WC2.	39
4.4	Particolari del telescopio Chaos Fast Trigger (CFT). Sono visibili i due strati di scintillatore plastico ΔE_1 e ΔE_2 , il radiatore Čerenkov, le guide di luce e i fototubi. 41	
4.5	Particolari del canale M13 del TRIUMF. Sono visibili i due magneti deflettenti B1 e B2 e i sette magneti focalizzanti Q1-7.	44
5.1	Correlazione tra l'angolo e il momento. Per le curve 1 e 2 si tratta dell'angolo di diffusione del pione e del protone, per la curva 3 dell'angolo del muone decaduto. 50	
5.2	Correlazione tra l'angolo ed il momento per eventi reali. Sovrapposte, a confronto, le curve di figura 5.1.	51
5.3	Perdita di energia in funzione del momento. La risoluzione dell'apparato impedisce di separare le due curve dopo $\sim 125 MeV/c$	52
5.4	Tempo di volo lungo un percorso di 150 cm, in funzione del momento. La risoluzione dell'apparato impedisce di separare le due curve dopo $\sim 100 MeV/c$. . 53	

5.5	<i>Range</i> in materiale plastico, in funzione del momento.	53
5.6	Efficienza di identificazione dei pioni e dei muoni in funzione del momento, per la configurazione simulata <i>C1</i>	56
5.7	Efficienza di identificazione dei pioni e dei muoni in funzione del momento, per la configurazione simulata <i>C2</i>	58
5.8	<i>Setup</i> sperimentale per il <i>test</i> del prototipo del telescopio π/μ . Le distanze non sono in scala.	59
5.9	Distribuzione di TOF tra i contatori S_{-1} ed S_0 lungo un percorso di 465 cm per un fascio positivo di 146.5 MeV/c. Sono mostrati i tagli a 3σ operati con lo scopo di ottenere dei campioni puri di pioni e muoni per il <i>training</i> della rete neurale.	59
5.10	Distribuzione di TOF tra i contatori S_0 ed S_1 lungo un percorso di 150 cm per un fascio positivo di 107.5 MeV/c. Una frazione del 40% dei pioni si sovrappone al picco dei muoni.	61
5.11	Distribuzione di ΔE nello scintillatore S_2 per un fascio positivo di 107.5 MeV/c. Il 4% dei pioni e' sovrapposto al picco dei muoni.	61
5.12	Distribuzione del <i>range</i> nel telescopio π/μ per un fascio positivo di 107.5 MeV/c. Gli elettroni non sono presenti in quanto escono dal telescopio. Si noti la differenza di due strati tra i pioni e i muoni.	62
5.13	Efficienza di identificazione dei pioni e dei muoni in funzione del momento, per gli eventi del <i>test</i> . In basso a destra e' mostrata la barra di errore da sovrapporre ai dati.	63
5.14	Primo strato del telescopio π/μ	64
5.15	Segmentazione verticale degli strati STK2-6 del telescopio π/μ	65
5.16	Parametri per il posizionamento del telescopio π/μ	67
5.17	Circuito di <i>prescaling</i> per limitare il flusso a piccoli angoli.	69
5.18	Problema di temporizzazione tra il segnale del fascio ed il <i>clock</i> per il circuito di <i>prescaling</i>	70
5.19	Variante del circuito di <i>prescaling</i>	70
5.20	Il <i>long gate</i> permette di raccogliere tutto il segnale mentre il <i>short gate</i> solo il segnale del pione. Se non si verifica un decadimento, il segnale con il <i>long gate</i> ed il segnale con il <i>short gate</i> coincidono.	71

5.21	Circuito per il <i>short</i> e <i>long gate</i>	72
5.22	Correlazione tra l'altezza di impulso (in canali ADC) con il <i>short</i> e il <i>long gate</i>	73
5.23	Individuazione del punto di passaggio della particella tramite misure temporali.	74
5.24	Correlazione tra la coordinata x misurata sul telescopio e la coordinata x del prolungamento della traccia ricostruita tramite le camere a fili. Le otto palette di STK1 vengono identificate dal loro centro.	75
5.25	Correlazione tra la coordinata x misurata sul telescopio e la coordinata x del prolungamento della traccia, ricostruita tramite le camere a fili.	76
5.26	Correlazione tra la coordinata z misurata sul telescopio e la coordinata z del prolungamento della traccia ricostruita tramite le camere a fili.	77
5.27	Correlazione tra la coordinata z misurata sul telescopio e la coordinata z del prolungamento della traccia ricostruita tramite le camere a fili.	78
5.28	Residui r_x ed r_z tra i due metodi di determinazione del punto di passaggio della particella sul telescopio.	79
6.1	Rete neurale <i>feed-forward</i> implementata nel programma NEURAL.	83
6.2	Efficienza di identificazione (EI) in funzione del numero di <i>pattern</i> utilizzati per il <i>training</i>	89
6.3	Efficienza di identificazione (EI) per i pioni in funzione della contaminazione percentuale dell'insieme di <i>training</i>	90
6.4	Convergenza della funzione di costo E_c in funzione delle epoche di <i>training</i> per tre diversi valori del parametro NUPDAT.	93
7.1	Tempo di volo tra il contatore TCAP, a monte del canale, e lo spettrometro CHAOS.	100
7.2	Determinazione della proiezione del fascio incidente sul bersaglio.	101
7.3	Distribuzione della coordinata verticale della proiezione del fascio incidente sul bersaglio.	102
7.4	Distribuzione della coordinata r della proiezione del fascio incidente sul bersaglio.	103
7.5	Correlazione tra la distanza SEPR tra le proiezioni sul bersaglio delle tracce entrante ed uscente e l'angolo di diffusione nel piano della reazione.	104

8.1	In basso: sezione d'urto angolare, nel sistema del laboratorio, per la diffusione elastica μC , ad un'energia cinetica del muone incidente di $55 MeV$. La curva rappresenta la predizione del modello. In alto: rapporto tra la sezione d'urto sperimentale e la predizione teorica. Per una spiegazione delle discrepanze ai margini si veda il testo.	109
9.1	Diagramma di Mandelstam. La regione tratteggiata sulla destra e' la regione fisica della diffusione πp . Per il calcolo del termine σ , l'ampiezza ReD^\dagger va continuata al punto non fisico di Cheng-Dashen, $t = 2m_\pi^2, \nu = 0$	113
9.2	L'ampiezza $ReD^\dagger(t)$ e' stata calcolata dagli spostamenti di fase (esatta) e ricostruita dalle pseudo sezioni d'urto (calcolata).	114
9.3	Come in figura 9.2, con l'ampiezza ricavata tramite il metodo di [Jo95].	116
9.4	Dipendenza energetica dell'ampiezza $ReD^\dagger(t = 0)$. I valori di T_π scelti corrispondono alle energie dell'esperimento CNI.	117

Elenco delle tabelle

3.1	Lunghezze di <i>scattering</i>	29
5.1	Spessori delle lastre di alluminio in funzione del momento, per la configurazione simulata <i>C2</i>	57
6.1	Confronto tra i metodi di BP e LVQ (vedi testo).	88
6.2	Confronto tra le funzioni di trasferimento dei nodi.	92
7.1	Efficienze di attivazione delle tre camere a fili piu' interne, per i pioni e per i protoni.	98
9.1	Regioni delle variabili cinematiche.	112

Parte I

Introduzione alla fisica.



Capitolo 1

La diffusione pione-nucleone.

Questo capitolo vuole offrire una panoramica generale sulle problematiche legate alla diffusione elastica pione-nucleone e dimostrare perché sia ancora vivo l'interesse per una reazione già ampiamente studiata in passato.

Il capitolo è diviso in tre paragrafi: nel primo viene presentata una breve storia dello studio della diffusione pione-nucleone. Nel secondo, vengono presentate le teorie a tutt'oggi utilizzate per lo studio della diffusione pione-nucleone e che si avvalgono dei risultati degli esperimenti per fissare i parametri liberi e trovare conferme alle previsioni. Nel terzo paragrafo, infine, si accenna alle problematiche più propriamente connesse con gli esperimenti; in particolare viene presentato l'esperimento CNI.

1.1 La diffusione elastica pione-nucleone.

Trattandosi del più semplice sistema adronico, dopo il sistema $\pi\pi$, di difficile indagine sperimentale, il sistema πN è stato studiato sin dai primi esperimenti pionieristici degli anni '50.

Ancora prima, nel 1935, Yukawa avanzò l'ipotesi che i pioni fossero i responsabili dell'interazione nucleare che tiene legati i nucleoni nei nuclei. Dal raggio del nucleo (1.5 fm), ovvero dal *range* di interazione della forza nucleare, e dal principio di indeterminazione di Heisenberg, fu possibile stimare la massa del pione ($\sim 139 \text{ MeV}$) ancora prima della sua scoperta, avvenuta nel '42 ad opera di Powell.

Nel corso degli anni '50 e '60, gli esperimenti presso acceleratori via via piu'energetici hanno permesso di studiare gli stati risonanti del nucleone, dove si manifesta la sua struttura interna. A lungo, comunque, e' stato possibile trascurare la struttura dei pioni e dei nucleoni e sviluppare teorie effettive utilizzando come gradi di liberta' i campi pionici, nucleonici e, al caso, la risonanza Δ . In questo contesto le variabili che entrano nella teoria sono la costante di decadimento del pione, f_π , le costanti di accoppiamento πN e $\pi N\Delta$, $f_{\pi N}$ e $f_{\pi N\Delta}$, le masse m_π , M_N e M_Δ e la larghezza Γ_Δ [Er88].

Trattandosi di un sistema adronico, il sistema πN obbedisce alle simmetrie e alle leggi di conservazione tipiche dell'interazione forte, come, ad esempio, l'inversione temporale ($t \rightarrow -t$), la parita' ($\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$) e la coniugazione di carica che trasforma le particelle nelle rispettive antiparticelle. Le leggi di invarianza aiutano nella formulazione dei modelli per lo studio della dinamica della reazione.

Dopo l'avvento della Cromodinamica Quantistica (QCD), il tentativo di calcolare le costanti adroniche a partire dai gradi di liberta' di *quark* e gluoni fece rinascere l'interesse verso il pione e il sistema πN . Nel modello standard dell'interazione forte, il pione e' costituito da un *quark* e da un *antiquark*, mentre il nucleone consiste di tre *quark*. In aggiunta a questi *quark* di valenza, c'e' poi un "mare" di coppie virtuali $q\bar{q}$ e gluoni che "vestono" il sistema (si veda il paragrafo 2.3). La costante di accoppiamento α_s dipende dal momento trasferito nell'interazione e il suo valore decresce all'aumentare del momento trasferito.

Ad alte energie e' possibile eseguire calcoli di QCD in regime perturbativo, sviluppando le variabili di interesse, come, ad esempio, le ampiezze di *scattering*, rispetto al momento trasferito. In regime di basse energie (tipicamente sotto 1 GeV) la situazione e' complicata poiche' il regime non e' perturbativo: metodi non perturbativi, come ad esempio la QCD sul lattice, sono stati sviluppati con lo scopo di calcolare le variabili di bassa energia [Ne94]. Cio' ha riacceso l'interesse verso gli adroni piu' leggeri.

Nel 1967 Weimberg [We67] investigo' la natura chirale dell'interazione forte, ponendo le basi per la nascita di nuove teorie (le teorie chirali, appunto) dove i pioni acquistano un ruolo particolare (vedi paragrafo 1.2.2).

In particolare, nel contesto delle teorie chirali, la teoria che ha finora riscontrato il maggior successo, e' la Teoria Chirale Perturbativa (χPT) [Ga85] la cui applicazione e' complementare alla QCD perturbativa, in quanto il suo regime perturbativo sono le basse energie dove invece fallisce la QCD perturbativa.

1.2 Teorie.

In un certo senso, tutte le teorie sono effettive: vengono scelti opportuni campi per descrivere il sistema; l'interazione tra i campi viene determinata richiedendo che la Lagrangiana rispetti le leggi di simmetria. Le costanti che la teoria non fornisce devono essere fissate tramite gli esperimenti. Nella QCD, ad esempio, i campi sono i campi dei *quark* le cui masse sono parametri liberi che vanno fissati. La χPT riparametrizza i gradi di liberta' in modo che la dinamica possa essere studiata in regime perturbativo. Lo scotto da pagare e' l'introduzione di costanti di bassa energia (LEC), che vanno o fissate dagli esperimenti o calcolate da altre teorie (come la QCD sul lattice). In altri modelli fenomenologici (paragrafo 1.2.3) l'introduzione di nuovi gradi di liberta' e quindi di nuovi diagrammi di interazione, aiuta nella riproduzione delle osservabili sperimentali, come, ad esempio, le sezioni d'urto.

1.2.1 QCD e lattice.

Nella Cromodinamica Quantistica (QCD) l'invarianza di *gauge* determina l'interazione tra gluoni e *quark*. Cio' implica che, relativamente all'interazione forte, i diversi *quark* u, d, \dots interagiscono con i gluoni allo stesso modo e, come conseguenza, gli stati legati, come ad esempio i barioni a tre *quark*, hanno identiche proprieta'.

Il fatto che gli stati legati appaiono come multipletti degeneri di isospin, ha portato in passato a ritenere che la simmetria di isospin fosse esatta. La differenza di massa tra il neutrone e il protone o tra il K^+ e il K^0 venivano attribuite all'interazione elettromagnetica. Oggi e' noto invece che le differenze nelle masse sono dovute a differenze nelle masse dei *quark*. Il gruppo di simmetria di isospin $SU(2)$ e' cioe' solo una simmetria approssimata. Il termine di massa nella Hamiltoniana

puo' essere riscritto come

$$m_u \bar{u}u + m_d \bar{d}d = \frac{1}{2}(m_u + m_d)(\bar{u}u + \bar{d}d) + \frac{1}{2}(m_d - m_u)(\bar{d}d - \bar{u}u) \quad (1.1)$$

e l' Hamiltoniana della QCD puo' essere scritta come

$$H_{QCD} = H_0 + H_{sb} \quad (1.2)$$

dove il termine

$$H_{sb} = \frac{1}{2}(m_d - m_u)(\bar{d}d - \bar{u}u) \quad (1.3)$$

e' il termine di rottura della simmetria di isospin. Le piccole differenze di massa sembrano indicare che il termine di rottura possa essere trattato come termine perturbativo.

L'osservazione sperimentale che i mesoni ed i barioni possono essere inquadrati in multipletti contenenti anche particelle strane, porto' Gell-Mann e Ne'eman negli anni '50 ad introdurre un'altra simmetria approssimata e a descrivere la QCD tramite il gruppo di gauge $SU(3)$.

E' interessante osservare [Le94] che la differenza di massa negli ottetti mesonici (ad esempio $m_\eta - m_\pi \simeq 410 \text{ MeV}$) e' comparabile con la differenza di massa negli ottetti barionici (ad esempio $M_\Xi - M_N \simeq 380 \text{ MeV}$). Cio' e' infatti dovuto alla differenza di massa dei *quark* costituenti, differenza che causa la rottura di simmetria.

I rapporti invece tra le masse nell'ottetto dei mesoni pseudoscalari, che contiene i pioni, differiscono dall'unita' piu' fortemente dei rapporti in tutti gli altri multipletti. Ad esempio, mentre nell'ottetto dei barioni lo spostamento dei vari livelli non si discosta dall'unita' di piu' del 20%, la massa della η e' quattro volte piu' grande della massa del pione. Il motivo e' dovuto al fatto che la misura della rottura di isospin negli stati legati di *quark* e' data dal termine di rottura dell'Hamiltoniana, H_{sb} , rispetto al termine simmetrico, H_0 . Nel caso, ad esempio, del nucleone gli elementi di matrice di H_{sb} sono dell'ordine $m_d - m_u$ mentre quelli di H_0 sono determinati dal fattore di scala Λ_{QCD} , cosicche' la rottura di isospin e' determinata dal rapporto $(m_d - m_u)/\Lambda_{QCD}$ piuttosto che dal rapporto $(m_d - m_u)/(m_u + m_d)$. La diversa origine dinamica (si veda il paragrafo 1.2.2) dei mesoni pseudoscalari, fa si', invece, che tutta la massa sia dovuta al termine di perturbazione, $m_{\pi^+} \sim \sqrt{m_u + m_d}$, per

cui il rapporto di masse $(m_{K^0}^2 - m_{K^+}^2)/m_{\pi^+}^2$ e' dato dalla rottura di isospin nelle masse dei *quark*, $(m_d - m_u)/(m_u + m_d)$.

1.2.2 Teorie chirali e χPT

Le considerazioni sulla simmetria di isospin permettono di spiegare il raggruppamento degli adroni nei multipletti, e la violazione della simmetria le differenze di massa all'interno dei multipletti stessi. Cio' che resta inspiegato e' il perche' la massa del pione m_{π} e' piccola se comparata, ad esempio, alla massa del nucleone. Il motivo e' legato ad un'altra simmetria: la simmetria chirale. La Lagrangiana della QCD, nel limite in cui le masse dei *quark* siano nulle, e' infatti simmetrica per la trasformazione

$$q \rightarrow q' = q + i\bar{\theta}\left(\frac{\vec{\lambda}}{2}\right)\gamma_5 q \quad (1.4)$$

che trasforma separatamente le componenti destra e sinistra dei *quark*. Il gruppo di simmetria corrispondente e' il prodotto diretto di due separati gruppi di isospin, $SU(3)_R \times SU(3)_L$.

Poiche' le masse dei *quark* non sono nulle, la simmetria e' rotta. Se pero' la simmetria chirale fosse esplicitamente rotta e approssimativamente valida come la simmetria di isospin, ci si aspetterebbe di vedere multipletti del gruppo $SU(3)_R \times SU(3)_L$ ¹, mentre non vi e' evidenza di partner di parita' opposta, ad esempio, dei mesoni dell'ottetto pseudoscalare.

Nel 1960 Nambu propose che la simmetria chirale fosse spontaneamente rotta e che i pioni (nel caso di $SU(2)_R \times SU(2)_L$) o i pioni e i kaoni (nel caso di $SU(3)_R \times SU(3)_L$) fossero i bosoni di Goldstone risultanti dalla rottura spontanea della simmetria chirale. Il teorema di Goldstone per la verita', dimostra che ad una rottura spontanea corrispondono dei bosoni privi di massa. La massa dei pioni e dei kaoni e' dovuta alla rottura esplicita della simmetria che coesiste con la rottura spontanea. La rottura esplicita e' dovuta ai termini di massa dei *quark*. Si osservi che, nel caso in cui $m_u = m_d \neq 0$, la simmetria $SU(2)_R \times SU(2)_L$ e' rotta, mentre rimane la simmetria $SU(2)$ di isospin, la cui rottura e' dovuta alla differenza di

¹Proprio come i mesoni e i barioni si raggruppano in multipletti nonostante che la simmetria di isospin sia esplicitamente rotta

massa dei *quark*. Si prova che la massa m_π e' proporzionale a $\sqrt{m_u + m_d}$, come gia' anticipato nel paragrafo 1.2.1.

Nella teoria chirale perturbativa (χPT) la Lagrangiana non e' espansa in termini della costante di accoppiamento forte α_s , ma e' divisa nel termine chiralmente simmetrico e nel termine di rottura, dipendente dalle masse dei *quark*; il primo termine e' espanso in funzione del momento, il secondo in funzione delle masse dei *quark* [Do92].

1.2.3 Altri modelli.

Lo *scattering* elastico πN , oltre ad essere interessante di per se stesso per lo studio dell'interazione forte, gioca un ruolo importante in altri processi adronici, come ad esempio la produzione pionica nell'interazione nucleone-nucleone o lo *scattering* dei pioni dai nuclei. All'opposto, lo scambio mesonico sembra lavorare altrettanto bene per il sistema πN . Lavori recenti [Sc94] hanno investigato la questione se le risonanze barioniche osservate sperimentalmente rappresentano degli stati eccitati di tre *quark* o se possono essere comprese in termini della dinamica mesone-barione. In particolare e' stato presentato un modello di scambio mesonico per lo *scattering* πN in cui i termini di Born diretti ed incrociati, i termini con la Δ e i diagrammi con scambio di σ e ρ vengono esplicitamente presi in considerazione. Da osservare che la σ nasce come parametrizzazione dell'interazione a *range* intermedio tra nucleoni; recenti risultati dello studio della reazione di produzione pionica su nuclei hanno messo in evidenza uno stato risonante nella massa invariante dei due pioni [Bo96]. In aggiunta, la risonanza di Roper, N^* , e la D_{13} vengono considerate. Diversi approcci al modello ne fissano in vari modi i dettagli, come gli schemi di accoppiamento, le costanti di accoppiamento e i metodi di risoluzione.

1.3 Esperimenti.

Come gia' accennato, i nuovi approcci alla fisica delle particelle alle energie intermedie, cioe' nel regime non perturbativo della QCD, nuovi approcci che si differenziano dai precedenti o nel senso di nuove teorie, come la χPT , o nel senso di nuovi metodi

computazionali, come la QCD sul lattice, hanno portato a programmare esperimenti in quel regime energetico dal quale l'attenzione era stata spostata agli inizi degli anni '70, per la corsa alla scoperta di particelle sempre piu' massive. La differenza tra le recenti misure e quelle degli inizi degli anni '60 consiste nella sensibilita' richiesta per discriminare tra le previsioni dei diversi modelli.

Nuove strade sono state inoltre intraprese per estrapolare le costanti su cui viene fatto il confronto tra i modelli: verifiche della χPT provengono, ad esempio, dallo studio dello spostamento dei livelli negli atomi pionici.

1.3.1 L'esperimento CNI.

L'esperimento CNI utilizza fasci positivi e negativi di pioni di bassa energia (15 – 75 MeV), che vengono fatti collidere su di un bersaglio di idrogeno liquido, con lo scopo di misurare le sezioni d'urto angolari per la diffusione elastica, a piccoli angoli in avanti. Dalle sezioni d'urto e' possibile estrarre, tramite opportune estrapolazioni (si veda il capitolo 9), le lunghezze di *scattering* a_{0+}^\dagger e a_{1+}^\dagger , senza ricorrere all'analisi in onde parziali (PWA) o alle relazioni di dispersione². Dalle lunghezze di *scattering* si puo' risalire al termine σ (paragrafo 2.3). L'accuratezza nella misura delle sezioni d'urto e' cruciale in quanto l'errore si propaga nelle costanti estrapolate, vanificando la discriminazione tra i modelli. L'obiettivo di CNI e' di ottenere un'accuratezza del 5%.

²Per un' introduzione alla PWA e alle relazioni di dispersione si veda il capitolo 2.

Capitolo 2

Metodi di analisi

Il presente capitolo ha lo scopo di introdurre gli strumenti che vengono utilizzati per ridurre i dati sperimentali in una forma confrontabile con le previsioni teoriche. Dall'analisi in onde parziali (paragrafo 2.1) si ricavano, ad esempio, le lunghezze di *scattering*: queste possono essere direttamente confrontate con i modelli teorici o possono essere utilizzate per estrapolare le sezioni d'urto in regioni dove non ci sono misure sperimentali. Le relazioni di dispersione (paragrafo 2.2) vengono piuttosto utilizzate per estrapolare certe variabili d'interesse in regione non fisiche: il paragrafo 2.3 mostra come la continuazione dell'ampiezza di diffusione in avanti ad isospin pari nel punto non fisico di Cheng-Dashen permetta di ricavare il termine σ .

2.1 Analisi in onde parziali.

Lo scopo dell'analisi in onde parziali (PWA) e' di produrre un insieme di parametri che permettano di descrivere l'interazione πN a tutte le energie. A differenza delle teorie, come la χPT , che calcolano i parametri a partire da un punto di vista piu' fondamentale, la PWA si limita ad una descrizione di tipo fenomenologico. Risulta efficace confrontare i risultati della PWA con le previsioni della teoria. La PWA viene effettuata sulle ampiezze di *scattering*, ricavando le onde parziali componenti.

2.1.1 Ampiezze di *scattering*.

Nel caso della diffusione πN , l'ampiezza di *scattering* puo'essere decomposta in una parte che non inverte lo spin (*non-spin-flip*) e in una parte che inverte lo spin (*spin-flip*)

$$\mathcal{F}(q, \theta) = G(q, \theta) + iH(q, \theta)\vec{\sigma} \cdot \hat{n} \quad (2.1)$$

dove q e' il momento nel centro di massa del pione incidente, θ e' l'angolo di diffusione del pione, $\vec{\sigma}$ sono le matrici di Pauli e \hat{n} il versore ortogonale al piano della reazione. La sezione d'urto differenziale mediata sullo spin del protone e' allora

$$\frac{d\sigma(q, \theta)}{d\Omega} = \frac{1}{2} \sum_{spin} |\mathcal{F}|^2 = |G(q, \theta)|^2 + |H(q, \theta)|^2 \quad (2.2)$$

La media sullo spin del protone, valida nel caso di bersagli non polarizzati, semplifica l'espressione per la sezione d'urto; nel caso di bersagli polarizzati, invece, la sezione d'urto guadagna un termine $\pm 2p^\pm \text{Im}(GH^*)$, con p^\pm il valore assoluto della polarizzazione fuori dal piano della reazione. In questo caso e' possibile definire la quantita' Lorentz invariante

$$A_y \equiv \frac{(\frac{d\sigma}{d\Omega})^+ - (\frac{d\sigma}{d\Omega})^-}{(\frac{d\sigma}{d\Omega})^+ p^- - (\frac{d\sigma}{d\Omega})^- p^+} \quad (2.3)$$

chiamata asimmetria di *scattering* o potere analizzante. Sezione d'urto differenziale e potere analizzante forniscono informazioni sulle ampiezze di *scattering*, ma non sono sufficienti alla determinazione completa delle parti reale ed immaginaria di G ed H . Altre due osservabili, i parametri di rotazione di spin A e R , possono essere misurate in esperimenti dove lo spin del protone e' allineato nel piano di diffusione. Esse sono sensibili al prodotto $\text{Re}(GH^*)$ e vale la relazione

$$A_y^2 + R^2 + A^2 = 1 \quad (2.4)$$

2.1.2 Sviluppo in onde parziali.

L'ampiezza \mathcal{F} puo' essere espansa nei contributi dei canali con momento angolare orbitale l e momento angolare totale $J \pm \frac{1}{2}$

$$\mathcal{F}(q, \theta) = \sum_l \{ [(l+1)f_{l+}(q) + lf_{l-}(q)] P_l(\cos(\theta)) - i\vec{\sigma} \cdot (\hat{q}' \times \hat{q}) [f_{l+}(q) - f_{l-}(q)] P_l'(\cos(\theta)) \} \quad (2.5)$$

dove $f_{l\pm}$ sono le ampiezze di onda parziale, $P_l(\cos(\theta))$ i polinomi di Legendre. Le ampiezze di *scattering non-spin-flip* e *spin-flip* risultano allora

$$G(q, \theta) = \sum_l [(l+1)f_{l+}(q) + lf_{l-}(q)]P_l \cos(\theta) \quad (2.6)$$

$$H(q, \theta) = \sin(\theta) \sum_l [f_{l+}(q) - f_{l-}(q)]P'_l \cos(\theta) \quad (2.7)$$

In generale l'ampiezza H e' piccola per lo *scattering* elastico; inoltre puo' essere trascurata nello studio della diffusione in avanti in virtu' del termine $\sin(\theta)$.

Gli spostamenti di fase, $\delta_{l\pm}$, generalmente complessi, sono legati alle ampiezze parziali:

$$f_{l\pm} = \frac{1}{2i|\vec{q}|} (e^{2i\delta_{l\pm}} - 1) = \frac{1}{2i|\vec{q}|} (\eta_{l\pm} e^{2i\text{Re}\delta_{l\pm}} - 1) \quad (2.8)$$

dove il parametro di inelasticita' e' definito come

$$\eta_{l\pm} = e^{2I\text{m}\delta_{l\pm}} \quad (2.9)$$

e rappresenta la parte dei processi inelastici che portano via flusso al canale elastico. Nello *scattering* πN , l'inelasticita' appare sopra la soglia ($T_\pi \simeq 170 \text{ MeV}$) per la reazione di produzione pionica $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ [Er88, pag. 15]: gli spostamenti di fase sono quindi reali per energie cinetiche del pione incidente sotto i 170 MeV nel sistema del laboratorio.

Dalla matrice S , definita in ciascun canale l^\pm dagli spostamenti di fase

$$S_{l\pm}(q) = e^{2i\delta_{l\pm}(q)}, \quad (2.10)$$

si definisce la matrice K

$$S_{l\pm} = \frac{1 + i|\vec{q}|K_{l\pm}}{1 - i|\vec{q}|K_{l\pm}} \quad (2.11)$$

la quale, in assenza di inelasticita', e' reale ed e' data da

$$K_{l\pm} = \frac{1}{|\vec{q}|} \tan \delta_{l\pm} \quad (2.12)$$

Quando la matrice K e' reale, l'unitarieta' della matrice S , $|S_{l\pm}| = 1$, e' automaticamente garantita.

Alla soglia $|\vec{q}| \rightarrow 0$, la matrice K e' proporzionale a $|\vec{q}|^{2l}$; le costanti di proporzionalita'

$$a_l \equiv \lim_{|\vec{q}| \rightarrow 0} |\vec{q}|^{-2l} K_l \quad (2.13)$$

vengono chiamate lunghezze di *scattering* nel caso dell'onda S ($l = 0$) e volumi di *scattering* nel caso dell'onda P ($l = 1$).

2.1.3 Variabili relativistiche.

Spesso si preferisce realizzare una PWA o un'analisi dispersiva ricorrendo ad una formulazione relativistica. In questa formulazione, le ampiezze e le variabili cinematiche sono degli invarianti relativistici. Come variabili cinematiche si utilizzano le cosiddette variabili di Mandelstam

$$s = (p + q)^2 = (p' + q')^2, \quad (2.14)$$

$$t = (q' - q)^2 = (p' - p)^2, \quad (2.15)$$

$$u = (p - q')^2 = (p' - q)^2. \quad (2.16)$$

dove q, q' e p, p' sono i quadrimomenti del pione entrante ed uscente e del protone entrante ed uscente, rispettivamente. Per la diffusione *on-shell* con $p^2 = p'^2 = M^2$ e $q^2 = q'^2 = m_\pi^2$ queste variabili sono legate dalla relazione

$$s = t = u = 2(m_\pi^2 + M^2). \quad (2.17)$$

Nel centro di massa del sistema pione-protone, dove $\vec{p} = -\vec{q}$, l'energia totale e' $W = \sqrt{s} = E + \omega$ con $E = (\vec{p}^2 + M^2)^{\frac{1}{2}}$ e $\omega = (\vec{q}^2 + m_\pi^2)^{\frac{1}{2}}$. Valgono inoltre le relazioni

$$t = -2\vec{q}^2(1 - \cos\theta), \quad (2.18)$$

$$u = (E - \omega)^2 - 2\vec{q}^2(1 + \cos\theta). \quad (2.19)$$

Un'ulteriore variabile di Mandelstam, usata nelle applicazioni, e'

$$\nu = \frac{s - u}{4M}. \quad (2.20)$$

Le ampiezze relativisticamente invarianti A e B emergono nella definizione della piu' generale matrice di transizione invariante $T(s, u, t)$ [Er88, pag. 430] e sono legati alle ampiezze *non-spin-flip* e *spin-flip*, G e H , dalla relazione [Ho83]

$$\frac{A}{4\pi} = \frac{W + M}{E + M} G + \left[2M\omega + \frac{t(W + M)}{2(E + M)} \right] \frac{H}{q^2 \sin \theta}, \quad (2.21)$$

$$\frac{B}{4\pi} = \frac{G}{E + M} - \left[2M + \frac{t}{2(E + M)} \right] \frac{H}{q^2 \sin \theta}. \quad (2.22)$$

Esse sono assunte essere funzione delle sole variabili s e t .

Le due combinazioni

$$D(s, t) = A(s, t) + \nu B(s, t), \quad (2.23)$$

$$E(s, t) = \frac{\partial}{\partial t} (A(s, t) + \nu B(s, t)), \quad (2.24)$$

vengono spesso utilizzate al posto di A e B (si veda a proposito il paragrafo 2.3 ed il capitolo 9).

2.1.4 Canali di isospin.

Nel paragrafo 2.1.2, le quantita' che sono state introdotte dipendevano dal momento angolare orbitale, rappresentato dall'indice l , e dal momento angolare totale J , rappresentato con \pm , forma contratta per $l \pm \frac{1}{2}$. Un'ulteriore dipendenza, quella dall'isospin, e' dovuta ai diversi stati dei pioni e dei nucleoni. A priori, per il sistema πN ci sono dieci possibili reazioni:

$$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p \quad \pi^- p \rightarrow \pi^- p \quad (2.25)$$

$$\pi^- p \rightarrow \pi^0 n \quad \pi^0 n \rightarrow \pi^- p \quad (2.26)$$

$$\pi^+ n \rightarrow \pi^+ n \quad \pi^- n \rightarrow \pi^- n \quad (2.27)$$

$$\pi^+ n \rightarrow \pi^0 p \quad \pi^0 p \rightarrow \pi^+ n \quad (2.28)$$

$$\pi^0 p \rightarrow \pi^0 p \quad \pi^0 n \rightarrow \pi^0 n \quad (2.29)$$

Delle quattro ampiezze per le reazioni di scambio carica, due ($\pi^+ n \leftrightarrow \pi^0 p$) risultano dipendenti dalle altre in virtu' dell'invarianza per inversione temporale. Un'ulteriore riduzione delle otto ampiezze rimanenti viene dall'assunzione di indipendenza dalla

carica o invarianza di isospin. Come visto nel paragrafo 1.2.2, la simmetria di isospin e' esplicitamente rotta in virtu' della differenza nelle masse dei *quark*, ma il termine di rottura risulta piccolo.

Il pione viene rappresentato come un tripletto di stati ad isospin $I = 1$, con i tre stati di carica (π^\pm, π^0) identificati dalla componente $I_3 = \pm 1, 0$. Il nucleone e' un doppietto ad isospin $I = \frac{1}{2}$, con il protone con $I_3 = \frac{1}{2}$ e il neutrone con $I_3 = -\frac{1}{2}$. La rappresentazione del sistema πN si ottiene con la composizione degli isospin secondo l'usuale regola di composizione dei momenti angolari ¹. Risulta che

$$\begin{aligned} |\pi^+ p\rangle &= \left| \frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right\rangle & |\pi^- n\rangle &= \left| \frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right\rangle \\ |\pi^+ n\rangle &= \sqrt{\frac{1}{3}} \left| \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle & |\pi^0 p\rangle &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \\ |\pi^0 n\rangle &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle & |\pi^- p\rangle &= \sqrt{\frac{1}{3}} \left| \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle \end{aligned} \quad (2.30)$$

che mostrano che l'ampiezza per la diffusione elastica $\pi^+ p$ dipende solo dall'isospin totale $I = \frac{3}{2}$, mentre l'ampiezza per la diffusione elastica $\pi^- p$ e' la composizione delle ampiezze con isospin $I = \frac{1}{2}$ e $I = \frac{3}{2}$. L'indipendenza dalla carica implica che le ampiezze di *scattering* dipendano solo dall'isospin totale. Delle otto ampiezze quindi solo due sono indipendenti. In linea di principio e' quindi sufficiente studiare solo due delle dieci reazioni succitate (ad esempio le diffusioni elastiche dei pioni carichi dal protone $\pi^\pm p$): lo studio di un'altra reazione (come lo scambio carica $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$) viene realizzato per dei *test* dell'invarianza di isospin.

Nella notazione per le ampiezze di *scattering* \mathcal{F} i pedici \pm e 0 si riferiscono ai canali di isospin $\pi^\pm p$ e $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$, rispettivamente, mentre gli apici 1 e 3 si riferiscono all'isospin totale $I = \frac{1}{2}$ e $I = \frac{3}{2}$. Risulta quindi:

$$\mathcal{F}_+ = \mathcal{F}^3 \quad (2.31)$$

$$\mathcal{F}_- = \frac{1}{3}(2\mathcal{F}^1 + \mathcal{F}^3) \quad (2.32)$$

$$\mathcal{F}_0 = \frac{\sqrt{2}}{3}(\mathcal{F}^3 - \mathcal{F}^1) \quad (2.33)$$

da cui si ricava la *relazione triangolare di isospin*

$$\mathcal{F}_+ = \mathcal{F}_- + \sqrt{2}\mathcal{F}_0 \quad (2.34)$$

¹Cio' non stupisce in quanto le tre componenti dell'isospin, $I_{1,2,3}$, sono i generatori delle rotazioni nello spazio (astratto) di isospin, proprio come le tre componenti del momento angolare, $J_{1,2,3}$, sono i generatori delle rotazioni nello spazio cartesiano.

Le combinazioni

$$\mathcal{F}^{\dagger} = \frac{1}{2}(\mathcal{F}_- + \mathcal{F}_+) \quad (2.35)$$

$$\mathcal{F}^- = \frac{1}{2}(\mathcal{F}_- - \mathcal{F}_+) \quad (2.36)$$

sono note come ampiezze di *scattering* ad isospin pari e dispari.

Nella notazione per gli spostamenti di fase e le lunghezze di *scattering* viene spesso utilizzata la notazione spettroscopica con le lettere S, P, D, F,... per $l=0,1,2,3,\dots$ cui vengono aggiunti gli indici (2I,2J). Così S_{11} e S_{31} si riferiscono alle onde s ($l=0$) con isospin totale $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$, rispettivamente; i quattro canali per l'onda p, P_{11} , P_{13} , P_{31} e P_{33} , si riferiscono alle possibili combinazioni di isospin/spin $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$ possibili per $l=1$. Si usa inoltre indicare le lunghezze di *scattering* con a_1 e a_3 , corrispondenti ai canali di onda s con isospin $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$, mentre i volumi di *scattering* (per l'onda p) sono dati nella forma $a_{2I,2J}$. Analogamente alle ampiezze, anche per le lunghezze e i volumi di *scattering* vengono considerate le combinazioni ad isospin pari e dispari

$$a^{\dagger} = \frac{1}{2}(a_{l-} + a_{l+}) \quad (2.37)$$

$$a^{-} = \frac{1}{2}(a_{l-} - a_{l+}) \quad (2.38)$$

con l'indice l^{\pm} per indicare l'onda parziale e il momento angolare totale.

2.2 Relazioni di dispersione.

Lo scopo delle relazioni di dispersione e' di permettere una continuazione delle ampiezze di *scattering* in regioni dove non ci sono delle misure sperimentali, o in regioni non fisiche. In questo senso, un'analisi dispersiva e' complementare ad una PWA tramite la quale e' possibile ricostruire le ampiezze, e quindi le sezioni d'urto, per qualsiasi valore delle variabili cinematiche. La complementarita' dei due approcci risulta ancora piu' chiara se si considerano le problematiche tecniche di entrambi. Gli spostamenti di fase che risultano da una PWA, ad esempio, presentano spesso delle ambiguita' dovute al fatto che non si dispone di misure di tutte le quantita' e a tutte le energie. Così, una strategia possibile e' quella di analizzare i dati sperimentali tramite una PWA e di imporre dei vincoli alle ampiezze parziali o agli spostamenti di fase, derivanti dalle relazioni di dispersione.

2.2.1 I concetti di base dell'analisi dispersiva.

Supponiamo di studiare l'ampiezza di *scattering* in avanti $\mathcal{F}(\theta = 0)$. Essa e' funzione di una sola variabile cinematica opportuna (ad esempio l'energia cinetica nel centro di massa, ω , del pione incidente), $\mathcal{F} = \mathcal{F}(\omega)$. L'assunzione e' che l'ampiezza di *scattering* sia analitica nel semipiano complesso superiore, ad eccezione di certe singolarita'. Per il teorema di Cauchy, si ha che

$$\mathcal{F}(\omega + i\epsilon) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C dz \frac{\mathcal{F}(z)}{z - \omega - i\epsilon} \quad (2.39)$$

dove l'integrazione e' fatta lungo l'asse reale e chiudendo il circuito all'infinito sopra l'asse reale. Se l'integrando all'infinito e' piccolo abbastanza, solo l'integrazione lungo l'asse reale contribuisce all'integrale; nel limite per $\epsilon \rightarrow 0$ si ha²

$$\mathcal{F}(\omega) = \frac{1}{\pi i} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\mathcal{F}(x)}{x - \omega} \quad (2.40)$$

e, prendendo la parte reale,

$$\text{Re}\mathcal{F}(\omega) = \frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\text{Im}\mathcal{F}(x)}{x - \omega} \quad (2.41)$$

La connessione tra la parte reale e la parte immaginaria e' una relazione di dispersione.

Di frequente l'integrale (2.41) diverge in virtu' del fatto che il contributo all'infinito non si annulla. Si ricorre in questo caso ad un procedimento noto come *sottrazione*. Poiche' infatti a qualsiasi funzione analitica nel semipiano superiore puo' essere applicato l'integrale di equazione (2.41), l'idea e' di scegliere un'espressione piu' convergente, ad esempio sostituendo $\mathcal{F}(\omega)$ con $(\omega - \omega_0)^{-1}[\mathcal{F}(\omega) - \mathcal{F}(\omega_0)]$, con ω_0 un'energia arbitraria purché' fissa. L'equazione (2.41) diventa allora

$$\text{Re}\left[\frac{\mathcal{F}(\omega) - \mathcal{F}(\omega_0)}{\omega - \omega_0}\right] = \frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\text{Im}\{[\mathcal{F}(x) - \mathcal{F}(\omega_0)]/(x - \omega_0)\}}{x - \omega} \quad (2.42)$$

Solitamente l'equazione (2.42) viene riscritta nella forma

$$\text{Re}\mathcal{F}(\omega) = \text{Re}\mathcal{F}(\omega_0) + \frac{\omega - \omega_0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\text{Im}\mathcal{F}(x)}{(x - \omega_0)(x - \omega)} \quad (2.43)$$

²La singolarita' aggiunge un termine $\frac{1}{2}\mathcal{F}(\omega)$

Un' ulteriore convergenza puo' essere ottenuta, ripetendo la sottrazione. L'energia di sottrazione ω_0 puo' essere una qualsiasi energia utile ai fini pratici o teorici. Per la diffusione elastica viene spesso presa l'energia della soglia fisica. Il prezzo da pagare per la maggiore convergenza e' che viene introdotta la costante $Re\mathcal{F}(\omega_0)$, che deve essere poi determinata sulla base di altre considerazioni.

2.2.2 Esempio di utilizzo delle relazioni di dispersione.

Il teorema ottico lega la parte immaginaria dell'ampiezza di *scattering* in avanti alla sezione d'urto totale:

$$Im\mathcal{F}(\omega) = \frac{(\omega^2 - m^2)^{\frac{1}{2}}}{4\pi} \sigma(\omega) \quad (2.44)$$

La parte reale dell'ampiezza di *scattering* in avanti puo' invece essere ottenuta da una PWA o dall'interferenza coulombiana nella diffusione elastica di particelle cariche vicino alla direzione in avanti.

2.2.3 L'interferenza coulombiano-nucleare.

Le equazioni presentate nel paragrafo 2.1.1 si riferivano all'interazione adronica, che e' quella che si vuole studiare. In realta' le ampiezze *spin-flip* e *non-spin-flip* che compaiono nell' equazione (identica alla 2.2) per la sezione d'urto differenziale totale³ vanno decomposte nelle componenti adronica e coulombiana, per cui l'espressione per la sezione d'urto diventa

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(\pi^\pm p)}{d\Omega} &= |G_\pm + G_c|^2 + |H_\pm + H_c|^2 \\ &= |G_\pm|^2 + |G_c|^2 \pm 2(Re(G_\pm)Re(G_c) + Im(G_\pm)Im(G_c)) + \\ &\quad |H_\pm|^2 + |H_c|^2 \pm 2(Re(H_\pm)Re(H_c) + Im(H_\pm)Im(H_c)) \end{aligned} \quad (2.45)$$

dove l'indice \pm , come visto nel paragrafo 2.1.4, si riferisce al canale di isospin.

Nell'equazione 2.45 compaiono dei termini di interferenza coulombiano-nucleare⁴

³Con totale si intende comprensiva dei contributi dall'interazione adronica, coulombiana e di interferenza

⁴In letteratura viene talvolta usato il termine nucleare per alludere alla componente forte dell'interazione, mentre il termine adronico indica la risultante delle interazioni forte e coulombiana. Qua si preferisce usare nucleare ed adronico come sinonimi e parlare piuttosto di componente totale.

(CNI) che rendono complicata l'estrazione delle componenti adroniche necessarie per la prosecuzione dell'analisi. In letteratura il problema viene menzionato come *correzioni elettromagnetiche*. Il paragrafo 3.3 presenta i recenti sviluppi a riguardo delle correzioni elettromagnetiche, mentre il paragrafo paragrafo 9.1.1 mostra come la trattazione risulta semplificata nella regione di interferenza coulombiano-nucleare.

2.3 Il termine σ .

Il termine σ per il sistema πN e' definito come

$$\sigma_{\pi N} = -i \langle N | [Q_5, Q_5] | N \rangle^+ \quad (2.46)$$

con

$$Q_5 = \int A^0(x, t) d\vec{x} \quad (2.47)$$

dove A^0 e' la corrente assiale vettoriale, conservata sotto la simmetria chirale. Se le masse dei quark fossero nulle, si avrebbe $\partial_\mu A^\mu = 0$ e quindi $\dot{Q}_5 = 0$. Il termine σ e' cioe' previsto essere nullo nel limite chirale. Dalla definizione 2.47 e' possibile ricavare la formula

$$\sigma = \frac{\hat{m}}{2M} \langle p | \bar{u}u + \bar{d}d | p \rangle \quad (2.48)$$

spesso usata in letteratura per definire il termine σ . Nella formula, $\hat{m} = \frac{1}{2}(m_u + m_d)$ ed M e' la massa del protone.

Il termine σ puo' essere riscritto come

$$\sigma = \frac{\hat{m}}{2M} \frac{\langle p | \bar{u}u + \bar{d}d - 2\bar{s}s | p \rangle}{1 - y} \quad (2.49)$$

dove il parametro y , il contenuto di stranezza del protone, e' definito come

$$y = \frac{2\langle p | \bar{s}s | p \rangle}{\langle p | \bar{u}u + \bar{d}d | p \rangle} \quad (2.50)$$

Il numeratore in 2.50 e' proporzionale al termine di rottura dell'ottetto nell'Hamiltoniana, per cui

$$\sigma \simeq \frac{\hat{m}}{m_s - \hat{m}} \frac{m_\eta + m_\Sigma - 2m_N}{1 - y} \simeq \frac{26 \text{ MeV}}{1 - y} \quad (2.51)$$

Dalla regola di Zweig si ha che $\langle p|\bar{s}s|p\rangle \simeq 0$ per cui $y \simeq 0$ e, in questo limite, $\sigma = 26 \text{ MeV}$.

D'altra parte la χPT permette di legare σ all'ampiezza di scattering πN ad isospin pari, D^\dagger , nel punto non fisico di Cheng-Dashen, $\nu = \frac{s-u}{4M} = 0$, $t = 2m_\pi^2$. Si ricordi che la combinazione pari significa $D^\dagger = \frac{1}{2}(D^{\frac{1}{2}} + D^{\frac{3}{2}})$.

Piu' propriamente, nel punto di Cheng-Dashen vale che

$$\Sigma = F_\pi^2 \bar{D}^\dagger(\nu = 0, t = 2m_\pi^2) \quad (2.52)$$

dove la barra indica che il termine di Born e' stato sottratto e si ha che

$$\Sigma = \sigma(0, 2m_\pi^2) + \Delta_R, \quad (2.53)$$

dove Δ_R e' dell'ordine $m_\pi^4 \log m_\pi^2$ e vale $\Delta_R = 0.35 \text{ MeV}$ in χPT ad un *loop*. Poiche' e' $\sigma = \sigma(\nu = 0, t = 0)$, definito

$$\Delta_\sigma = \sigma(0, 2m_\pi^2) - \sigma(0, 0), \quad (2.54)$$

si ha che

$$\sigma = \Sigma - \Delta_R - \Delta_\sigma. \quad (2.55)$$

Δ_σ e' stato calcolato tramite relazioni di dispersione [Sa94, pag.212]:

$$\Delta_\sigma = 15.2 \pm 0.4 \text{ MeV}. \quad (2.56)$$

Altri approcci (PWA, modello a *bag* e modello di scambio mesonico) hanno prodotto risultati per Δ_σ compatibili con i risultati dell'analisi dispersiva. L'ampiezza D^\dagger deve essere continuata nel punto di Cheng-Dashen partendo dalla regione fisica dove si hanno delle misure. Il paragrafo 9.1.1 e' devoluto alla descrizione di questa procedura.

Capitolo 3

Lo stato dell'arte.

Il presente capitolo fornisce una panoramica sulla situazione sperimentale e sulle analisi atte ad estrarre i parametri di bassa energia, come, ad esempio, le lunghezze di *scattering*. Il paragrafo 3.1, in particolare, presenta un *excursus* sull'evoluzione del *database* mondiale ad oggi disponibile ed utilizzato nelle piu' recenti analisi. Il paragrafo 3.2 espone la situazione presente per ciascuno dei parametri su cui vengono fatti i confronti con le teorie.

3.1 *Database* esistenti.

Per quanto riguarda la raccolta di dati sulla πN e le analisi compiute su quei dati, si possono individuare tre diversi periodi:

- prima della costruzione delle *meson factory*;
- primi esperimenti alle *meson factory*;
- fino ad oggi.

Il primo periodo (paragrafo 3.1.1) si conclude con l'analisi KH80 di Koch e Pietarinen che costituisce il riferimento sperimentale per il secondo periodo (paragrafo 3.1.2), caratterizzato dallo sviluppo di teorie, come la χPT , che forniscono predizioni per la diffusione πN . Le analisi dei dati degli esperimenti degli anni '90 sono in disaccordo con la KH80 e portano dunque a rigettare i dati di bassa energia raccolti prima delle *meson factory* (paragrafo 3.1.3).

3.1.1 Situazione precedente alle *meson factory*.

Numerosi *set* di dati sono stati raccolti negli anni '60 e numerose analisi sono state effettuate su quei dati. I dati fino al 1969 sono stati raccolti da Giacomelli [Gi69].

Solo alla fine degli anni '60 si verificano i primi tentativi di analisi sistematiche su tutti i *set* di dati raccolti fino ad allora, con il problema di studiare la compatibilita' tra i *set*. L'analisi in onde parziali CERN-EXP del 1967 porta alla predizione di nove nuovi stati eccitati del nucleone che stimolo' la realizzazione di diversi nuovi esperimenti. Nel giro di cinque anni il *database* e' quasi raddoppiato e cio' conduce Almeded e Lovelace [Al72] ad aggiornare l'analisi CERN-EXP.

E' solo pero' con gli esperimenti di Bussey [Bu73] e di Bertin [Be76] che viene esplorata la regione di energia cinetica sotto i 100 MeV.

La figura 3.1 mostra, per la π^+p , la distribuzione dei punti sperimentali, sotto i 100 MeV, per i quali sono state fatte delle misure di sezioni d'urto differenziale negli esperimenti precedenti alla costruzione delle *meson factory*. In aggiunta ai punti di Bussey e Bertin, in figura 3.1 vengono mostrati anche gli 11 angoli a 47.90 MeV pubblicati da Auld nel '79.

La sistematica analisi KH80 di Koch e Pietarinen [Ko80], che e' stata per anni l'unico riferimento, aggiornata da Koch nella KA85, termina la stagione degli esperimenti precedenti alle *meson factory*. Koch e Pietarinen utilizzano il *database* pubblicato nel '77 dal gruppo di Karlsruhe, che include i punti di bassa energia di Bussey e Bertin, ma non include i punti di Auld.

L'analisi CMU-LBL80 (per il cui confronto con la KH80 si rimanda a [Ko86]) include anche i primi risultati delle *meson factory* (come le citate misure di Auld), ma non risulta migliore della KH80.

L'aggiornamento della KH80 nella KA85, non aggiunge altri punti al *database*, ma piuttosto consiste nell'applicazione alla precedente analisi di nuovi vincoli, derivanti dalle relazioni di dispersione.

3.1.2 La situazione degli anni '80

Gli esperimenti condotti alle *meson factory*, LANL (ex LAMPF), TRIUMF e PSI (ex SIN) negli anni '80 e '90 hanno riaperto l'interesse verso lo studio della diffusione

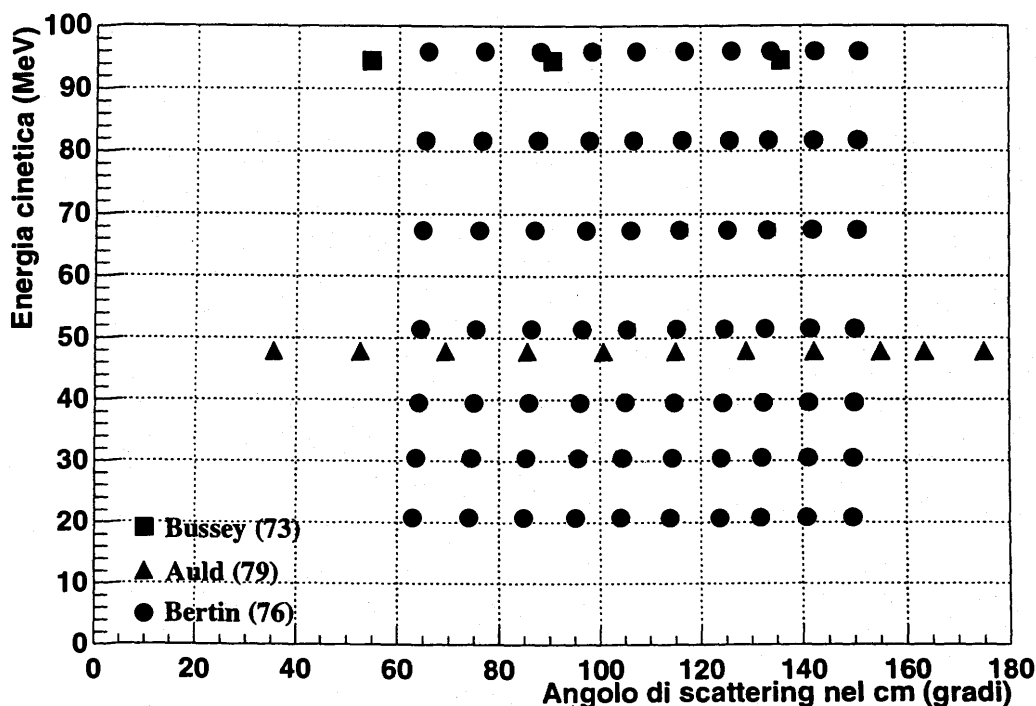


Figura 3.1: Distribuzione dei punti sperimentali, per la diffusione $\pi^+ p$, per gli esperimenti precedenti alle *meson factory*.

elastica πp . L'accuratezza di questi esperimenti ha permesso per la prima volta di investigare il problema della violazione delle simmetrie chirali e di isospin.

Il fatto che a basse energie la cromodinamica quantistica è altamente non perturbativa porta, da una parte, a tentare di eseguire i calcoli per mezzo di metodi non perturbativi, come ad esempio i calcoli sul lattice, pesanti da un punto di vista computazionale, dall'altra a sviluppare delle teorie effettive dell'interazione forte per la descrizione dei fenomeni adronici di bassa energia. Tra i vari tentativi, la teoria chirale perturbativa (χ PT) si è dimostrata lo strumento di maggior successo. Poiché la validità di quest'ultima è tanto maggiore quanto bassa è l'energia, le predizioni della teoria hanno riaperto l'interesse per la regione di bassa energia (< 100 MeV).

Mentre i risultati ottenuti al LAMPF da Frank [Fr83] non costituiscono elemento di discussione, i dati del TRIUMF, pubblicati dall' '86 al '90 da Brack [Br86, Br88, Br90], in netto disaccordo con la KH80, minano il successo di questa e stimolano

la realizzazione di nuove analisi sistematiche. Da citare anche i controversi dati di Ritchie [Ri83], rigettati dalle analisi piu' recenti.

3.1.3 La situazione degli anni '90

La figura 3.2 mostra la situazione sperimentale sotto i 100 MeV, relativa ai dati raccolti, presso le *meson factory*, LAMPF, TRIUMF e PSI, dopo il 1980, e fino al piu' recente esperimento di Joram [Jo95].

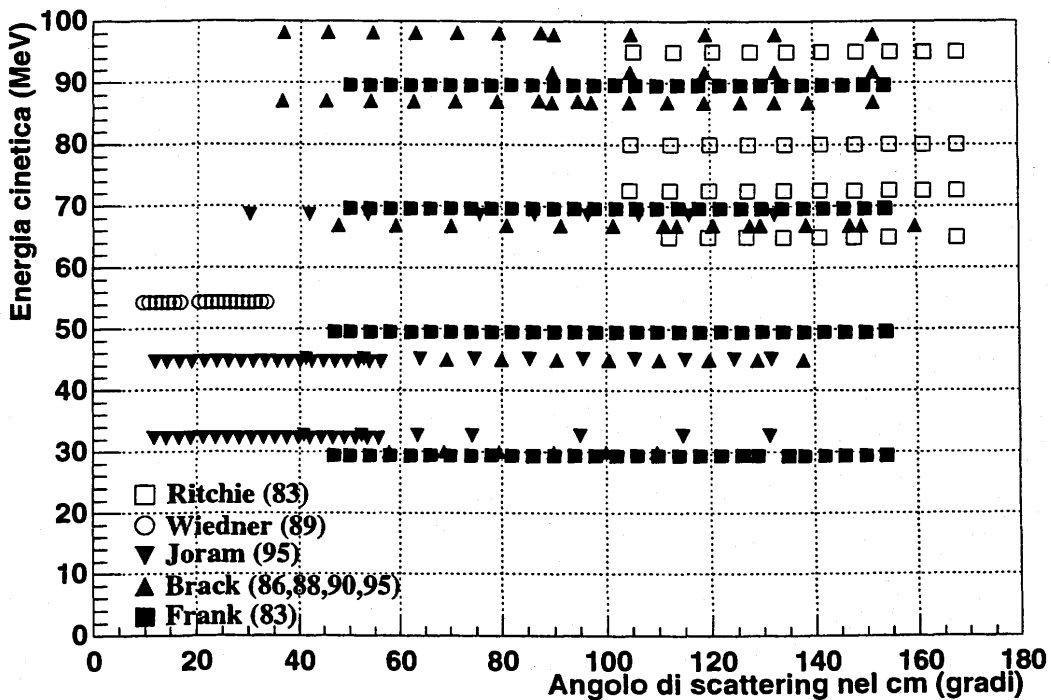


Figura 3.2: Distribuzione dei punti sperimentali, per la diffusione π^+p , per gli esperimenti successivi alle *meson factory* e fino ai giorni nostri.

Si osservi che i nuovi esperimenti non scendono sotto i 29.4 MeV di Frank, e a tutt'oggi la piu' bassa energia e' la 20.80 MeV di Bertin, i cui dati sono stati pubblicati nel '76. La difficulta' di trattare i pioni di bassa energia, legata principalmente al fondo dovuto ai muoni dal decadimento dei pioni, risulta percio' evidente; nonostante cio', l'esigenza di portarsi il piu' vicino alla soglia fisica, $T_\pi \rightarrow 0$, continua

a stimolare la realizzazione di nuovi esperimenti e la ricerca di nuove tecniche che risolvano il problema dei muoni e permettano di fare misure a basse energie. I risultati finali dell'esperimento CNI sono attesi con interesse poiché è stata proposta una misura a 15 MeV.

Si osservi inoltre, sempre da figura 3.2, come solo gli esperimenti di Wiedner e Joram al PSI ottengano dei punti ad angoli di *scattering* nel centro di massa inferiori a 30°: tutti gli altri restano dunque fuori dalla regione di interferenza coulombiano-nucleare e risulta problematica l'estrapolazione alla soglia $t \rightarrow 0$ (si veda il capitolo 9). L'esperimento CNI è stato ideato per misure di sezioni d'urto differenziali a partire da 8° nel centro di massa (7° nel sistema del laboratorio).

L'esperimento di Wiedner al PSI [Wi89], ottimizzato al calcolo del termine σ , conferma per esso la predizione della KH80, lasciando incompresa la discrepanza con le predizioni della χPT . Gli altri esperimenti condotti negli ultimi anni hanno però portato tutti al rigetto della KH80. In particolare gli accurati dati raccolti da Brack al TRIUMF [Br95] e da Joram al PSI [Jo95] hanno indotto a rivedere le analisi in onde parziali dei dati dalle meson factory.

L'analisi SM95 del gruppo VPI di Arndt [Ar95], che sintetizza ed aggiorna le analisi SM90 [Ar90] e FA93 [Ar93] del medesimo gruppo, hanno costituito negli ultimi anni il riferimento più sicuro, anche grazie al servizio *online* SAID [SA94], offerto dal gruppo VPI.

La figura 3.3 mostra, per l'energia cinetica di 33 MeV e per angoli di *scattering* nel centro di massa tra 5° e 50°, i rapporti tra le previsioni delle analisi del gruppo di Karlsruhe e del gruppo VPI.

Si osservi che entrambi gli aggiornamenti KA84 e SP99 non si discostano dalle prime analisi di ciascun gruppo, le KH80 e SM95, rispettivamente; mentre la SM95 si discosta fino del 13% dalla KA84 e il rapporto tra la più recente analisi del gruppo VPI, la SP99, e il riferimento del gruppo di Karlsruhe-Helsinki, la KH80, arriva fino a differenze del 25%. È interessante osservare che le differenze maggiori tra le quattro analisi si hanno per angoli nella regione CNI e che i successivi aggiornamenti portano a sezioni d'urto sempre più basse.

Solo recentemente certe scelte del gruppo VPI sono state criticate da Fettes e

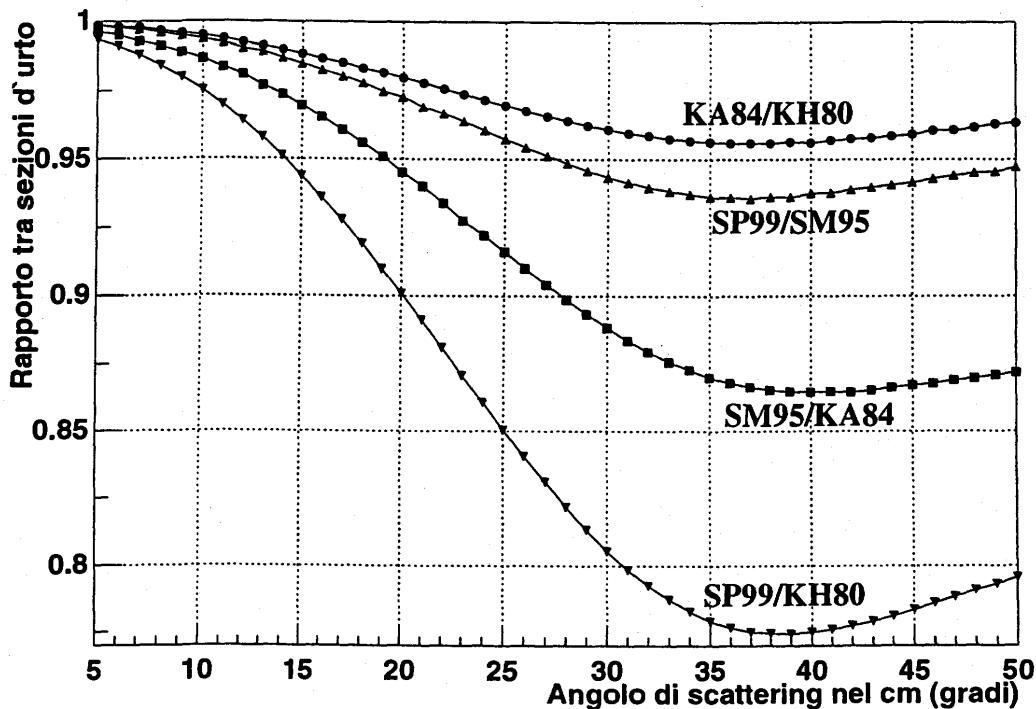


Figura 3.3: Rapporti tra le pseudo sezioni d'urto angolari per la diffusione elastica π^+p a $T_\pi = 33 \text{ MeV}$ previste dalle analisi di Koch e Pietarinen e dal gruppo VPI di Arndt.

Matsinos [Fe97], il cui lavoro rappresenta, tra l'altro, una discussione critica di tutti i dati di bassa energia esistenti. In particolare, Fettes e Matsinos hanno cercato di capire la discrepanza tra i dati delle *meson factory* e le predizioni della KH80, giungendo alla conclusione che l'insuccesso della KH80 e' interamente ascrivibile ai dati precedenti alle *meson factory* e non invece all'analisi. Sia il gruppo americano di Arndt che il gruppo svizzero di Matsinos continuano l'aggiornamento delle loro analisi. Sono in via di pubblicazione l'analisi SP99 del gruppo VPI [Ar98] e un nuovo aggiornamento di Matsinos [Ga99].

3.2 Parametri.

Oltre che tra sezioni d'urto e spostamenti di fase, che dipendono dalle variabili cinematiche, come l'energia, utilizzate nello studio di una certa reazione, il confronto

tra gli esperimenti e le teorie viene fatto sulla base di parametri costanti, spesso indipendenti dalla reazione in studio. Le lunghezze di *scattering* possono essere ad esempio ricavate dallo studio della diffusione elastica πN e dallo studio dei livelli degli atomi pionici (paragrafo 3.2.1). Un discorso simile vale per la costante di accoppiamento πN (paragrafo 3.2.3). Il termine σ e' un banco di prova per le predizioni delle teorie chirali.

3.2.1 Parametri di soglia.

La tabella 3.1 confronta i risultati sperimentali e le predizioni teoriche per le lunghezze di *scattering* per la diffusione πN . Una semplice manipolazione aritmetica delle equazioni 2.31 e sgg. e 2.35 e sgg., fornisce il legame tra le lunghezze a_{0+}^1 e a_{0+}^3 e le lunghezze a_{0+}^\dagger e a_{0+}^- :

$$a^\dagger = \frac{1}{3}(a^1 + 2a^3) \quad (3.1)$$

$$a^- = \frac{1}{3}(a^1 - a^3). \quad (3.2)$$

	$a_{0+}^1 (m_\pi^{-1})$	$a_{0+}^3 (m_\pi^{-1})$	$a_{0+}^\dagger (m_\pi^{-1})$	$a_{0+}^- (m_\pi^{-1})$
Current algebra [We66]	0.176	-0.088	0	0.088
$HB\chi PT$ one-loop [Fe98]	0.164(19)	-0.085(13)	-0.002(7)	0.083(6)
Scambio mesonico [Sc94]	0.165	-0.092	-0.0063	0.091
KH80	0.173(3)	-0.101(4)	-0.009(4)	0.091(2)
SP99	0.177(2)	-0.088(2)	0.000(1)	0.0883(7)
$\epsilon_{1S}, \Gamma_{1S}$ [Ba94]	0.183(9)	-0.104(17)	-0.009(9)	0.096(8)

Tabella 3.1: Lunghezze di *scattering*.

In tabella 3.1 vengono citate le predizioni della χPT all'ordine dominante, che coincidono con le previsioni ottenute nel contesto dell'algebra delle correnti, le predizioni della $HB\chi PT^1$, all'ordine successivo al dominante, e le predizioni del modello

¹La $HB\chi PT$ (Heavy Barion χPT) e' l'estensione della χPT che include i barioni in aggiunta ai mesoni.

di scambio mesonico, citato nel paragrafo 1.2.3. Dal punto di vista sperimentale vengono mostrati i risultati ottenuti dall'analisi KH80 e dalla recente SP99. L'ultima riga si riferisce a dei risultati ottenuti tramite lo studio dello spostamento e della larghezza del livello $1S$ nell'atomo di idrogeno pionico.

3.2.2 Il termine σ .

I risultati finora ottenuti per il termine σ , non permettono ancora di confermare con sufficiente confidenza la presenza di un contenuto di stranezza nel protone. Il valore attualmente accettato e' di $y = 0.2 \pm 0.2$, compatibile con $y = 0$. Va osservato che negli ultimi quindici anni si sono verificati dei cambiamenti notevoli nelle variabili che contribuiscono alla definizione di σ . Questi cambiamenti vengono qui riassunti:

1. Δ_σ (equazione 2.56) e' stato calcolato tramite relazioni di dispersione [Ga91]: il nuovo valore di $15.2 \pm 0.4 \text{ MeV}$ corregge di 10 MeV il precedente valore (5 MeV), calcolato tramite χ_{PT} all'ordine dominante;
2. effetti di nuvole mesoniche introducono termini di ordine superiore nell'espansione nella massa dei *quark* per il calcolo di σ : la nuova relazione $\sigma = \hat{\sigma}/(1-y)$ con $\hat{\sigma} = 35 \pm 5 \text{ MeV}$, sostituisce la vecchia relazione (equazione 2.51) con $\hat{\sigma} = 26 \text{ MeV}$;
3. recenti calcoli hanno ulteriormente innalzato il valore di $\hat{\sigma}$ nel *range* $40 - 50 \text{ MeV}$.

Le derivazioni di Σ (equazione 2.52), d'altra parte, sono compatibili con il valore ottenuto dalla KH80: $\Sigma = 64 \pm 8 \text{ MeV}$. Il modello di scambio mesonico calcola $\Sigma = 65 \text{ MeV}$.

3.2.3 Costante di accoppiamento pione-nucleone.

Le misure della costante di accoppiamento πN , $f_{\pi NN}$, presentano delle discrepanze ancora non chiare, nonostante che il suo valore sia da tempo utilizzato nello studio della diffusione πN ed NN . Questo parametro non puo' essere ricavato direttamente dai dati dell'esperimento CNI; ciononostante, per completezza, ne viene fatta una

rapida discussione. Il valore canonico dato dalla KH80 e' $f_{\pi NN}^2/4\pi = 0.079 \pm 0.001$. Le analisi piu' recenti sui dati della diffusione πn ed NN concordano su di un valore piu' basso, $f_{\pi NN}^2/4\pi = 0.076 \pm 0.001$. L'unica eccezione e' costituita dall'esperimento di diffusione np all'indietro di Loiseau [Lo95], che conduce al valore $f_{\pi NN}^2/4\pi = 0.081 \pm 0.001$. Gli esperimenti sui livelli energetici dell'atomo di idrogeno pionico possono fare luce sulla questione, in quanto permettono la derivazione della lunghezza di *scattering* ad isospin dispari a_{0+}^- , che e' legata alla costante di accoppiamento $f_{\pi NN}$ dalla relazione $f_{\pi NN}^2/4\pi = 3 \cdot a_{0+}^- \cdot \mu \cdot 0.1904 + 0.0262 \pm 0.0002$.

3.3 Correzioni elettromagnetiche.

Fino dalle prime analisi in onde parziali per la diffusione elastica πp risulato' chiara la necessita' di un preliminare trattamento delle sezioni d'urto differenziali, atto ad estrarre la componente puramente adronica dell'interazione, su cui poi poter applicare l'analisi in onde parziali. Mentre infatti l'interazione adronica e' a corto range e puo' essere descritta a basse energie in termini di poche onde parziali (onde s e p), l'interazione coulombiana, notoriamente a lungo range, presenta, anche a basse energie, componenti ad alto momento angolare, che complica l'analisi in onde parziali.

Una spiegazione qualitativa, ad esempio, della differenza delle larghezze della Δ^{++} e della Δ^0 , data per la prima volta da van Hove nel '52 e poi successivamente ripresa e trattata da altri autori (si veda a proposito la sistematica di Bugg [Bu73]) attribuisce all'attrazione coulombiana la maggiore probabilita' di interazione adronica nel canale $\pi^- p$ rispetto al canale $\pi^+ p$, con conseguente allargamento della risonanza (si parla di effetto della barriera coulombiana). Le trattazioni fino alla sistematica di Bugg succitata, correggevano gli spostamenti di fase adronici tramite spostamenti coulombiani derivati da opportuni potenziali; cio' spostava il problema alla rappresentazione e trattazione di questi potenziali.

Al gruppo NORDITA di Hamilton, Tromborg, Waldenstrom ed Overbo [Ha77] si deve invece una serie di lavori dove le correzioni agli spostamenti di fase vengono ottenute tramite metodi di relazioni di dispersione.

Nonostante il fatto che i risultati del gruppo NORDITA siano stati a lungo

considerati il riferimento per le correzioni coulombiane, obiezioni vengono mosse dal gruppo di Oades e Rasche che utilizza invece il metodo dei potenziali in un'equazione di Schrödinger relativizzata (RSE). In un recente aggiornamento delle correzioni coulombiane ottenute con il metodo di Oades e Rasche [Ga99bis], Matsinos osserva che l'applicazione di correzioni coulombiane ottenute con il metodo delle relazioni di dispersione non permette di derivare conclusioni attendibili a proposito della violazione della simmetria di isospin. Per contro il metodo dei potenziali ha il suo lato debole nel calcolo delle RSE.

Poiché in entrambi i metodi le correzioni vengono a dipendere anche dall'interazione adronica, la crescente conoscenza di quest'ultima, in particolare dopo i recenti esperimenti a bassa energia, dovrebbe condurre a rivedere i calcoli delle correzioni. Ciò è stato fatto da Oades e Rasche, mentre non è stato fatto dal gruppo NORDITA. Le recenti correzioni ottenute da Matsinos [Ga99ter, Ga99quater] portano a delle discrepanze anche significative con i risultati di Tromborg.

3.3.1 Violazione di isospin.

I lavori degli anni '60 e degli inizi degli anni '70 sulle correzioni coulombiane, citati sopra, avevano già messo in evidenza la difficoltà di attribuire la differenza in massa e in larghezza della Δ^{++} e della Δ^0 ai soli effetti coulombiani, discutendo una possibile dipendenza dalla carica delle costanti d'accoppiamento, come la $g_{\pi NN}$ [Bu73]. La trattazione combinata degli effetti coulombiani e di violazione della simmetria di isospin sono stati possibili solo in tempi recenti, nel contesto delle teorie effettive [Fe98bis, Be98, Me98].

Parte II
L'esperimento.

Capitolo 4

L'apparato sperimentale.

L'apparato sperimentale per l'esperimento CNI consiste nella combinazione di due rivelatori: il Canadian High Acceptance Orbit Spectrometer (CHAOS), per la copertura di una vasta regione angolare nel piano della reazione a partire da 35° , ed un telescopio per la discriminazione π/μ , adatto per la copertura della regione di piccoli angoli dove la contaminazione muonica e' particolarmente accentuata. Lo spettrometro CHAOS e' stato utilizzato in passato per esperimenti con pioni piu' energetici di quelli utilizzati nell' esperimento CNI, per i quali la contaminazione muonica non era significativa. Lo spettrometro e l'elettronica associata erano stati ottimizzati per quel regime energetico. Sono state studiate reazioni quali la πp elastica su bersagli polarizzati, la reazione di produzione pionica ($\pi, 2\pi$) su protoni e su nuclei e la reazione di doppio scambio di carica $\pi^- pp \rightarrow \pi^+ nn$. Per la regione angolare per piccoli angoli da 5° a 30° , di particolare interesse per l'esperimento CNI, si e' reso necessario costruire un nuovo telescopio, formato da piu' strati di scintillatori plastici e di assorbitori di alluminio. Esso sostituisce la parte di CHAOS a piccoli angoli. Data la crucialita' di questo nuovo telescopio per CNI e la sua originalita' rispetto a CHAOS, ad esso verra' devoluto il capitolo successivo.

4.1 Lo spettrometro CHAOS.

Lo spettrometro magnetico CHAOS presenta una simmetria di tipo cilindrico con il bersaglio posizionato al centro [Sm89]. Quattro camere a fili circondano il bersaglio:

le camere a fili proporzionali WC1 e WC2 (paragrafo 4.2 e [Sm95]), ad un raggio di 11.5 e 22.9 cm rispettivamente, la camera a deriva WC3 (paragrafo 4.3 e [Ho93]), ad un raggio di 34.4 cm, e la camera vettoriale a deriva WC4 (paragrafo 4.4 e [Ke93]), posizionata ai margini del campo magnetico, ad un raggio dai 65 ai 72 cm. Le camere a fili servono per il tracciamento delle particelle e quindi alla ricostruzione del loro momento. Le informazioni dalle camere a fili WC1, WC2 e WC3 vengono inoltre utilizzate per il trigger di secondo livello (paragrafo 4.9 e [Ra95]).

Al di fuori della camera a fili WC4 sono posizionati i 20 blocchi CFT (Chaos Fast Trigger) [Bo94] i cui segnali servono per generare il trigger di primo livello. Ciascun CFT e' formato da due strati di scintillatori plastici e da un blocco di vetro al piombo, dove gli elettroni producono radiazione Čerenkov (paragrafo 4.5). Le perdite di energia negli scintillatori e la radiazione Čerenkov vengono utilizzate per l'identificazione in massa le particelle [Bo94].

La figura 4.1 schematizza uno spaccato della visione dall'alto dello spettrometro CHAOS. Sono visibili le tre camere a fili WC1, WC2 e WC3, le celle della camera vettoriale WC4 e i telescopi CFT, con i fototubi di lettura degli scintillatori e dei vetri al piombo. In alto a destra una delle quattro estensioni del magnete dipolare. I CFT d'angolo sono dotati di guide di luce opportunamente modellate per raggiungere l'estensione del magnete. Per una descrizione piu' accurata dello spettrometro CHAOS si veda [Sm95].

SAGANE, il magnete di CHAOS, e' un magnete dipolare il cui campo e' perpendicolare al piano orizzontale della reazione e si mantiene uniforme (entro l'1%) fino ad un raggio di circa 40 cm. Il campo e' stato mappato fino ad un raggio di 1.8 m. Nella regione uniforme, l'intensita' massima raggiungibile e' di 1.6 T. L'intensita' deve essere scelta in modo da offrire la massima curvatura alle particelle senza intrappolarle all'interno dello spettrometro. Poiche' l'esperimento CNI, a differenza di precedenti esperimenti realizzati con lo spettrometro CHAOS, utilizza particelle di energia relativamente bassa (15-75 MeV), l'intensita' del campo non raggiunge mai il valore di 1 T, restando limitata tra 0.55 e 0.75 T. Questo offre una curvatura tra fascio incidente e fascio uscente di circa 100°.

La figura 4.2 mostra come appare CHAOS con il magnete SAGANE. Sulla pi-

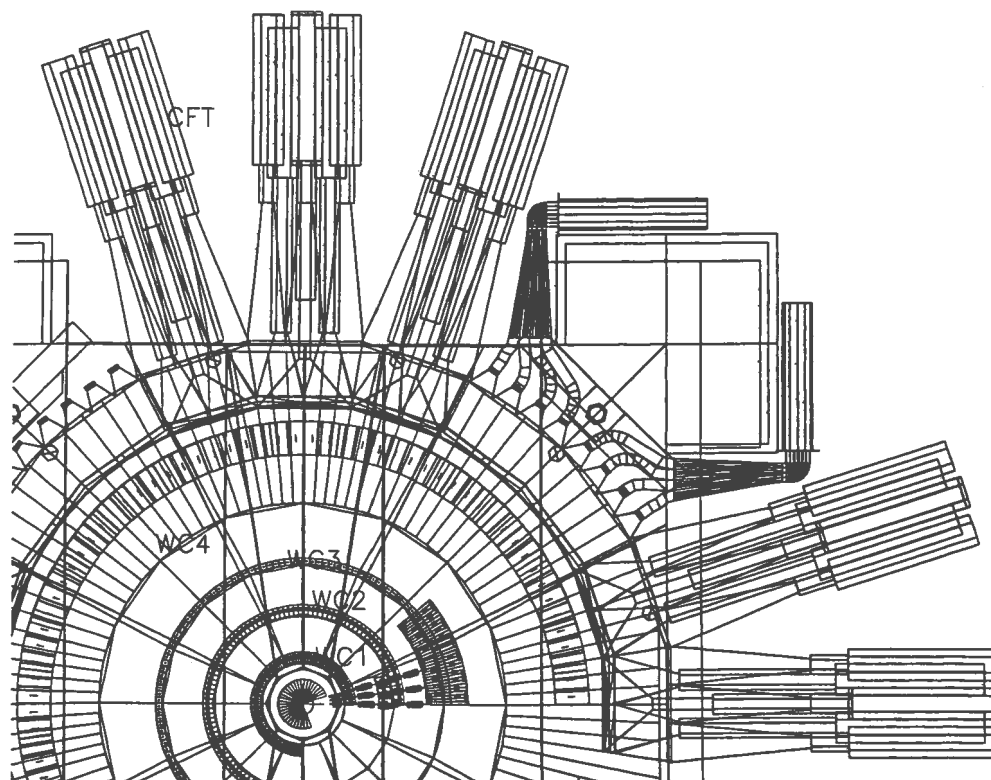


Figura 4.1: Spaccato della visione dall'alto dello spettrometro magnetico CHAOS. Sono visibili le tre camere a fili WC1, WC2 e WC3, le celle della camera vettoriale WC4 e i telescopi CFT.

attaforma superiore viene posizionata tutta la modulistica elettronica (non disegnata in figura) necessaria per l'elaborazione dei segnali di CHAOS. Al centro della piattaforma e' visibile il foro per l'introduzione del bersaglio.

4.2 Le camere a fili proporzionali WC1 e WC2.

Le due camere a fili piu' interne [Sm95] sono camere a fili proporzionali e vengono utilizzate per il tracciamento delle particelle cariche incidenti sul bersaglio, oltre che per il tracciamento delle particelle cariche uscenti dal bersaglio. Sono posizionate ad un raggio di 11.5 e 22.9 cm, rispettivamente, e sono formate da 720 fili anodici e 360 strisce catodiche, quest'ultime inclinate di 30° rispetto ai fili anodici. La parete catodica dista 2 mm dalla parete anodica. I fili anodici sono spazati di $\frac{1}{2}^\circ$, ma

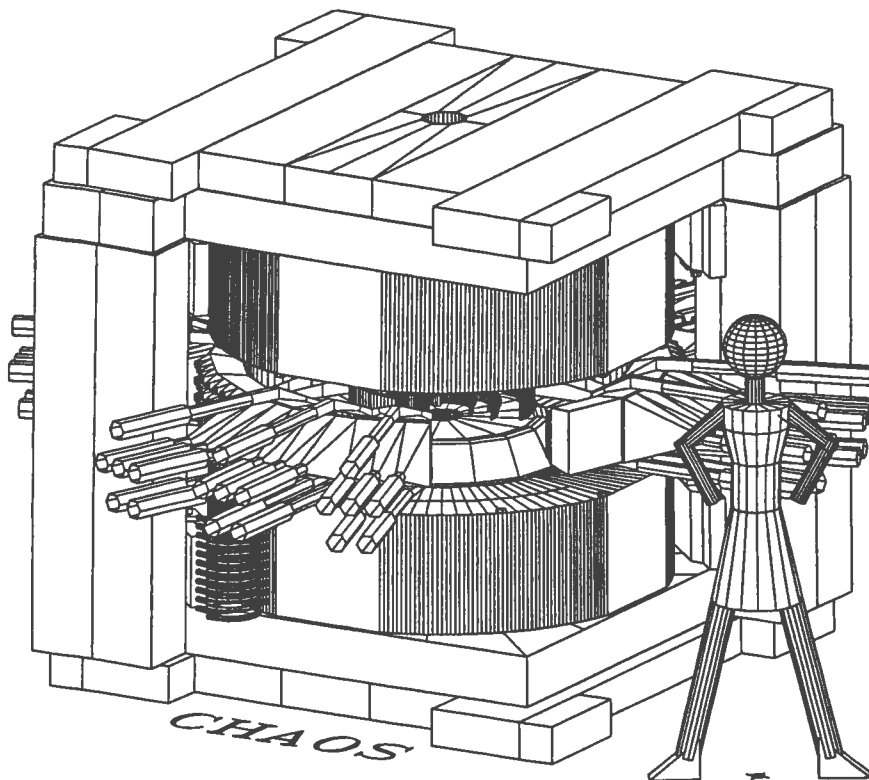


Figura 4.2: Dimensioni dello spettrometro CHAOS e del magnete SAGANE.

utilizzando la tecnica del baricentro di carica e' possibile ottenere una risoluzione angolare di $\frac{1}{4}^\circ$.

La lettura dei fili viene realizzata tramite il sistema di lettura veloce PCOS III della LeCroy [Le96]. La figura 4.3 mostra uno spaccato delle camere WC1 e WC2. A sinistra e' anche visibile l'alloggiamento del bersaglio. In basso le schede di lettura dei fili anodici.

4.3 La camera a deriva WC3.

La camera a fili WC3 [Ho93] e' una camera a fili a deriva di carica. E' composta da 144 fili anodici intervallati da altrettanti fili catodici, la cui funzione e' di rendere uniforme il campo elettrico. Cio' assicura una velocita' costante di deriva degli elettroni.

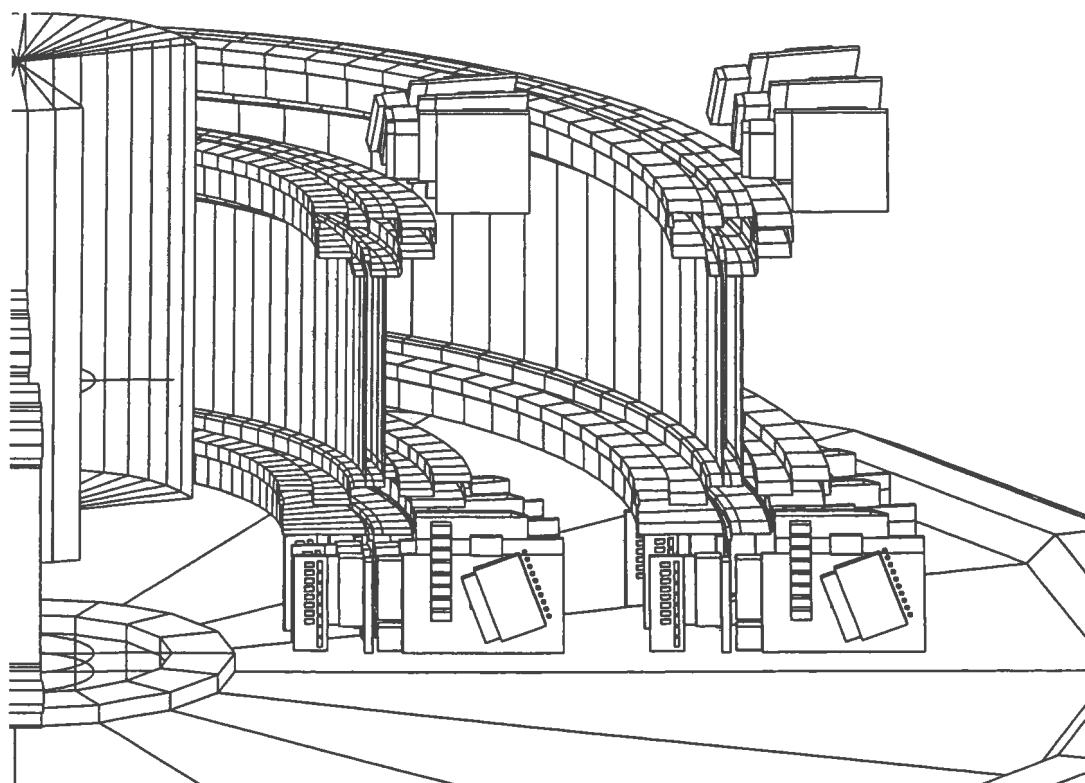


Figura 4.3: Spaccato delle camere a fili WC1 e WC2.

I fili sono equidistanti dalle pareti della camera, sulle cui pareti interne sono applicate 576 strisce catodiche il cui scopo è duplice: contribuire al mantenimento dell'uniformità del campo elettrico e risolvere l'ambiguità destra-sinistra della posizione della particella rispetto ai fili anodici.

I tempi di ricombinazione del gas (una miscela 1:1 di etano e argon) non permettono di sopportare il flusso del fascio, per cui le due regioni della camera in corrispondenza dell'ingresso e dell'uscita del fascio sono spente.

I segnali anodici vengono letti sia con il sistema di lettura veloce PCOS III della LeCroy, sia con il sistema di TDC, LeCroy 4290. La lettura con il sistema PCOS III garantisce una raccolta dei segnali in tempi brevi, adeguati all'utilizzo nel trigger di secondo livello. Il prezzo da pagare è la perdita dell'informazione sul tempo di deriva che permette di aumentare la risoluzione spaziale rispetto alla sola conoscenza del filo stimolato dal passaggio della particella. L'informazione dei

TDC richiede $50\mu\text{sec}$, di cui $35\mu\text{sec}$ per la conversione digitale e $15\mu\text{sec}$ per il trasferimento dei segnali. Essa viene utilizzata in fase di analisi, permettendo di ottenere una risoluzione spaziale di $200\mu\text{m}$, da confrontarsi con la risoluzione di 7.5 mm derivante dalla sola lettura tramite il sistema PCOS III.

I segnali catodici vengono letti tramite il sistema FASTBUS ADC della LeCroy [Le96], attraverso una catena elettronica simile a quella per la lettura delle strisce catodiche delle camere a fili WC1 e WC2.

Il metodo per la risoluzione dell'ambiguità destra-sinistra, appositamente implementato per CHAOS, sfrutta la asimmetria introdotta dalla direzione del campo magnetico per determinare il lato del filo anodico dove è transitata la particella [Ho93].

4.4 La camera vettoriale a deriva WC4.

La camera WC4 è una camera vettoriale a deriva di carica [Ke93], suddivisa in cento celle, ciascuna delle quali contiene otto fili anodici per la determinazione della posizione della traccia nel piano della reazione, quattro fili anodici per il mantenimento dell'uniformità del campo elettrico e due fili resistivi per la determinazione della posizione fuori dal piano della reazione.

Su ciascuna delle pareti interne delle celle sono state applicate nove strisce catodiche necessarie per produrre il campo elettrico. Le cento celle sono state raggruppate in quattro sezioni di dieci celle e in quattro sezioni da quindici celle. Le sezioni in corrispondenza delle regioni di ingresso e di uscita del fascio sono spente in quanto la velocità di risposta della camera è troppo lenta rispetto alla frequenza del fascio.

La determinazione della coordinata fuori dal piano della reazione utilizza i fili resistivi e si basa sul principio della divisione di carica.

I segnali anodici vengono letti tramite i TDC Lecroy 4290. I segnali dai fili resistivi vengono letti con i FASTBUS ADC.

4.5 I telescopi CFT.

I 20 blocchi CFT [Bo94] servono per misure di tipo calorimetrico e sono disposti secondo una geometria circolare (si riveda la figura 4.1), concentrici alle camere a fili. Ciascun CFT sottende 18° . Il CFT nella regione di ingresso del fascio e il CFT nella regione di uscita vengono rimossi. Ciascun CFT e' costituito da:

- due strati (ΔE_1 e ΔE_2) di scintillatore NE102 per la rivelazione della luce di scintillazione prodotta dal passaggio delle particelle cariche;
- un radiatore Čerenkov di vetro al piombo, per la rivelazione della luce Čerenkov prodotta dal passaggio delle particelle cariche.

La figura 4.4 mostra i particolari del telescopio CFT.

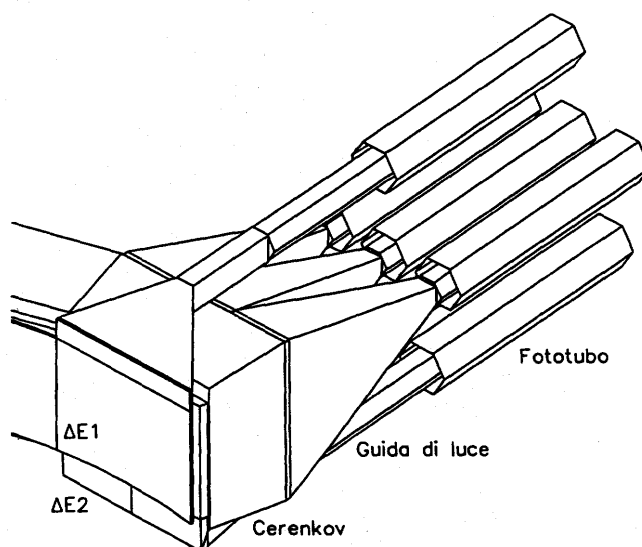


Figura 4.4: Particolari del telescopio Chaos Fast Trigger (CFT). Sono visibili i due strati di scintillatore plastico ΔE_1 e ΔE_2 , il radiatore Čerenkov, le guide di luce e i fototubi.

La superficie di ΔE_2 e' divisa in due parti in modo da aumentare la granularita' dell'apparato nel piano della reazione. Ciascun CFT e' equipaggiato con 6 fototubi di lettura: uno per ΔE_1 , due per le due parti di ΔE_2 , e tre per la lettura del radiatore Čerenkov. Anche se la geometria e le dimensioni della parte ottica di

ciascun telescopio e' identica, la disposizione e la forma delle guide di luce cambia a seconda della posizione nello spettrometro.

Nei precedenti esperimenti realizzati con CHAOS, il sistema si e' dimostrato efficiente (fino al 98%) nella discriminazione di pioni, elettroni, protoni e deutoni. La separazione tra pioni e muoni, cruciale per l'esperimento CNI (si veda il capitolo 5), non e' invece possibile con i CFT a causa dell'insufficiente risoluzione in energia. Per questo motivo i due blocchi CFT adiacenti alla regione di uscita del fascio sono stati rimossi e sostituiti con un nuovo telescopio (si veda il paragrafo 4.6). Ad angoli di diffusione $> 35^\circ$ la contaminazione muonica e' notevolmente ridotta e l'utilizzo dei CFT e' ancora possibile.

Le uscite analogiche dei sei fototubi di ciascuno dei 18 telescopi CFT vengono mandate all'elettronica del trigger di primo livello (si veda il paragrafo 4.9) per la definizione della molteplicita' e l'abilitazione del trigger di secondo livello. Successivamente, se il trigger di secondo livello decide di acquisire l'evento, tutti i segnali provenienti dalle uscite analogiche dei discriminatori vengono lette dai FERA ADC (Fast Encoding and Readout Analog to Digital Converter) per la digitalizzazione dei segnali di carica. Entrambi gli scintillatori ΔE_1 e ΔE_2 sono equipaggiati con dei TDC per la misura dei tempi di volo delle particelle [Bo94].

4.6 Il telescopio π/μ .

Come gia' osservato, la richiesta di realizzare delle misure a piccoli angoli e ad energie per le quali la contaminazione muonica non puo' essere eliminata con i dati dello spettrometro CHAOS, rende necessaria la sostituzione dei due CFT successivi alla regione di uscita del fascio con un nuovo telescopio capace di discriminare tra pioni e muoni.

La problematica dei muoni e della separazione π/μ verra' discussa nel capitolo 5, dove verra' anche descritto lo studio per la realizzazione del telescopio π/μ . Qui si vogliono anticipare alcune caratteristiche. Il telescopio π/μ e' costituito da sei strati di scintillatore plastico, intramezzati da lastre di alluminio, necessarie alla degradazione dell'energia. Un insieme di informazioni (perdite di energia, tempo di volo, range nel telescopio) di per se' poco efficienti (efficienza di identificazione

< 90%) alla separazione π/μ vengono combinate ed analizzate da un software a reti neurali, producendo un'efficienza di identificazione $\sim 97\%$ per i π e per i μ .

La lettura dei segnali dai fototubi¹ Philips XP2230 viene realizzata tramite i canali del sistema FERA lasciati liberi dai CFT rimossi.

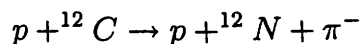
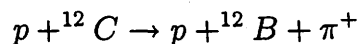
4.7 Il sistema di acquisizione.

Quando tutti i moduli elettronici, come ad esempio ADC e TDC, hanno convertito, viene inviato un segnale (PRELAM) al *crate* VME che provvede alla raccolta dei segnali. Il processore (Motorola MVME2306, sistema operativo VxWorks 5.3.1) impacchetta le informazioni e invia l'evento, tramite collegamento seriale, al computer remoto dell'acquisizione (DAQ). Il pacchetto MIDAS [Ri97] viene utilizzato come software per il DAQ. La frequenza dell'acquisizione e' determinata dal trasferimento dei dati: la frequenza massima e' ~ 1000 eventi al secondo. MIDAS provvede all'interfaccia con il programma di analisi online (si veda il paragrafo 7.1) e al salvataggio degli eventi sul nastro (DLT da 26 GBytes).

4.8 Il fascio pionico.

Il fascio primario del ciclotrone del TRIUMF e' formato da pioni di 520 MeV. Gli ioni H^- vengono iniettati nel centro del ciclotrone, accelerati da un campo elettrico a radiofrequenza, oscillante ad una frequenza di 23 MHz, e curvati da un magnete dipolare. L'operazione di estrazione (*stripping*) degli elettroni permette di ottenere il fascio di protoni.

I pioni vengono prodotti dalla collisione dei protoni² su bersagli di ^{12}C o 9Be . Le reazioni principali di produzione sono le seguenti:



Per l'esperimento CNI si e' utilizzato il canale M13, che fornisce pioni e muoni

¹Si veda anche il paragrafo 5.2.4

²La corrente tipica e' di 140 μA

nell'intervallo di momenti tra 20 MeV/c e 130 MeV/c. Il canale M13 forma un angolo di 135° con il fascio protonico principale. I muoni presenti nel canale provengono dal decadimento di pioni lungo il canale stesso.

Il canale M13 consiste di due magneti deflettenti (B1 e B2 in figura 4.5), sette magneti quadrupolari per la focalizzazione (Q1-7) e due slitte per l'accettazione verticale ed orizzontale.

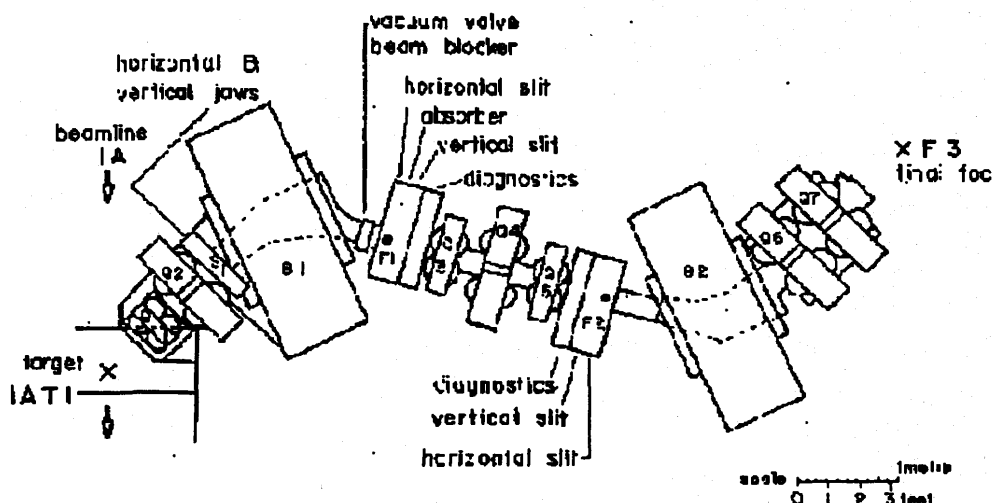


Figura 4.5: Particolari del canale M13 del TRIUMF. Sono visibili i due magneti deflettenti B1 e B2 e i sette magneti focalizzanti Q1-7.

In particolare i campi dei quadrupoli Q5 e Q7 vengono variati per ottenere la focalizzazione del fascio sul bersaglio.

Il canale M13 e' capace di fornire una corrente di pioni di 5 MHz, ma per l'esperimento CNI si e' utilizzata una corrente di 1 MHz. La ragione e' spiegata nel paragrafo 4.9.

4.9 Il sistema di trigger.

Come visto nel paragrafo 4.8, il canale M13 puo' fornire una corrente di pioni di frequenza superiore ad 1 MHz. D'altra parte il paragrafo 4.7 mostra che il collo di bottiglia e' rappresentato dal sistema di acquisizione, che non permette di acquisire piu' di ~ 1000 eventi al secondo. Per ridurre quindi il tempo morto dell'apparato, si rende necessario un adeguato sistema di filtraggio degli eventi.

Un livello "zero" di trigger e' definito dai contatori del fascio: il rivelatore S_1 , scintillatore plastico di tipo BC402 di dimensioni $50 \times 50 \times 1.6 \text{ mm}^3$, definisce il fascio entrante, mentre il rivelatore S_2 , di dimensioni $100 \times 100 \times 3.2 \text{ mm}^3$, colpito dai pioni che non interagiscono nel bersaglio, definisce il fascio uscente. I segnali da S_2 vengono utilizzati in coincidenza con i segnali da S_1 per rigettare gli eventi che non hanno interazione nel bersaglio. Il 97% delle particelle incidenti vengono rigettare in questo modo.

In linea di principio, CHAOS dispone di tre (altri) livelli di trigger, di cui pero' il terzo, software, non e' stato implementato per l'esperimento CNI. Nel primo livello di trigger (d'ora in avanti 1LT) gli eventi validi devono soddisfare la richiesta di avere dei segnali nei moduli elettronici di lettura dei rivelatori ΔE_1 e ΔE_2 [Bo94]. Un'unita' logica (MALU) e' programmata in modo da fornire il trigger sulla base della molteplicita' richiesta per l'evento in studio. Nel caso dell'esperimento CNI, anche una sola traccia (e quindi un solo CFT colpito) costituisce un evento potenzialmente valido. Per altre linee di ricerca, come lo studio della reazione di produzione pionica, la richiesta di una molteplicita' pari a due tracce, permette di ridurre il fondo elastico. Si ricordi inoltre, che la lettura dei segnali analogici dal telescopio π/μ viene fatta tramite lo stesso sistema FERA utilizzato dai CFT. Per introdurre questo telescopio nel 1LT e' quindi sufficiente conoscere i canali impiegati dal FERA.

Il trigger di secondo livello (2LT) analizza i dati del sistema PCOS e prende delle decisioni sulla base del momento delle tracce, della loro polarita' e della distanza minima della traccia dal centro di CHAOS [Ra95]. E' inoltre possibile imporre delle richieste di passaggio delle tracce per certe regioni delle camere a fili.

4.10 Il bersaglio.

L'idrogeno liquido che costituisce il bersaglio e' contenuto in una cella di 15 mm di spessore, 80 mm di altezza e 72 mm di larghezza. Il sistema di monitoraggio permette di controllare continuamente la temperatura del liquido che oscilla di 0.5°K attorno a 19.3°K . La densita' corrispondente e' di $0.070 \pm 0.001 \text{ g/cm}^3$.

Un'alternativa al bersaglio di idrogeno liquido si era resa necessaria a causa della difficolta' nel costruire il bersaglio stesso. Essa consisteva in un bersaglio attivo, costituito da uno scintillatore plastico. Il problema di questa soluzione e' dato dalla presenza dei nuclei di carbonio che si comportano da centri diffusori alla pari dei nuclei di idrogeno. Gli eventi di diffusione dei pioni dai nuclei di carbonio vengono riconosciuti dal diverso rilascio di energia del bersaglio che rincula. In particolare, nel caso della diffusione πp , il segnale analogico dei fototubi presenta una coda piu' lunga rispetto alla diffusione πC .

Capitolo 5

La separazione dei pioni e dei muoni.

Cio' che rende l'esperimento CNI unico nel suo genere, e' l'ambizione di fare delle misure di sezioni d'urto a basse energie (fino ad un minimo di 15 *MeV*) e a piccoli angoli di scattering (fino ad un minimo di 7° nel sistema del laboratorio), con una precisione < 5%. Questa richiesta introduce una difficolta' tecnica notevole, causata dal decadimento dei pioni all'interno dell'apparato. I muoni dal decadimento dei pioni, a loro volta, risultano difficili da separare a causa delle masse simili.

Come visto nel capitolo precedente, l'apparato sperimentale per l'esperimento CNI non differisce da quello dei precedenti esperimenti realizzati dalla collaborazione CHAOS, salvo che per l'aggiunta di un telescopio per la separazione dei pioni e dei muoni a piccoli angoli. Vista la crucialita' di questo telescopio e lo sforzo compiuto per mettere a punto la tecnica per la separazione dei pioni e dei muoni, questo capitolo e' devoluto alla descrizione del telescopio e della tecnica di separazione.

In particolare il paragrafo 5.1 introduce la problematica dei muoni e il paragrafo 5.2 descrive la progettazione del telescopio per la separazione π/μ , il cui utilizzo e' discusso nel paragrafo 5.3. Il paragrafo 5.4, infine, accenna al metodo neurale impiegato per l'analisi dei dati del telescopio π/μ . Una discussione piu' approfondita sulle reti neurali verra' fatta nel capitolo 6.

5.1 Il problema dei muoni.

La separazione π/μ e' complicata dai seguenti motivi:

- i pioni decadono ovunque, dal bersaglio di produzione a monte del canale M13, fino al contatore S_2 , che identifica il fascio uscente (si riveda il paragrafo 4.9);
- l'angolo prevalente del muone dal decadimento dipende dal momento del pione;
- le masse del pione e del muone differiscono solo del 30%, per cui le perdite di energia nella materia sono simili.

Il paragrafo 5.1.1 mostra come lo spettrometro CHAOS e' capace di trattare alcune categorie di muoni ma e' inadatto per le esigenze dell' esperimento CNI. Nel paragrafo 5.1.2 la cinematica del decadimento viene comparata alla cinematica della diffusione πp , evidenziando il fatto che la regione a piccoli angoli e' la piu' problematica per quanto riguarda la contaminazione muonica. Misure di osservabili singole si rivelano inefficaci per discriminare pioni e muoni (paragrafo 5.1.3), ma la combinazione di piu' di esse permette di migliorare la discriminazione.

5.1.1 Categorie di muoni.

I muoni possono essere gia' presenti nel fascio incidente prima dell'ingresso nello spettrometro o essere originati dai pioni che decadono nello spettrometro. Questi ultimi possono essere classificati sulla base della regione nella quale si e' verificato il decadimento:

- $\mu 1$. prima del bersaglio;
- $\mu 2$. nella regione del bersaglio, cioe' entro WC1;
- $\mu 3$. dopo il bersaglio, senza interazione del pione con il bersaglio;
- $\mu 4$. dopo il bersaglio, con diffusione del pione dal bersaglio.

Per le classi $\mu 1$ e $\mu 3$, la capacita' di tracciamento di CHAOS (si veda il paragrafo 7.2) e' sufficiente per un'efficiente riconoscimento ($> 99\%$). In entrambi i casi, infatti,

il vertice di interazione viene ricostruito nella regione esterna al bersaglio e quindi un semplice *test* su di esso permette di rigettare questi eventi. La frazione di eventi di classe $\mu 1$ va tenuta in considerazione per correggere il numero di pioni incidenti, necessario a sua volta per la normalizzazione della sezione d'urto. Questa frazione puo' essere calcolata tramite le simulazioni.

Il decadimento dei pioni della classe $\mu 4$ deve essere trattato tramite fattori di correzione determinati dalle simulazioni. Questi eventi non possono essere infatti rigettati, in quanto si tratta di eventi di diffusione. I fattori di correzione vengono applicati alle sezioni d'urto differenziali.

I muoni che non possono essere riconosciuti dallo spettrometro CHAOS, sono quelli dal decadimento, nella regione del bersaglio, di pioni non diffusi¹ (classe $\mu 2$). Questi hanno vertici di interazione simili ai pioni diffusi e c'e' una regione nel piano dell'angolo² rispetto al momento che si sovrappone a quella dei pioni diffusi dai protoni. Cio' impedisce di separare le due reazioni tramite tagli di tipo cinematico.

5.1.2 Cinematica.

Per comprendere meglio la cinematica della diffusione πp e del decadimento $\pi \rightarrow \mu \nu$, si consideri la figura 5.1.

La curva in basso (3) mostra la correlazione tra l'angolo e il momento di un muone decaduto da un pione di $121 \text{ MeV}/c$. La curva piu' ripida (1) e che interseca la curva dei muoni rappresenta invece la correlazione tra l'angolo di diffusione e il momento del pione diffuso. La curva 2, infine, si riferisce al protone tra gli stati finali della diffusione elastica πp . Tutte e tre le curve sono frutto di una simulazione e confrontano il decadimento e la diffusione elastica che avvengono in un determinato punto³. La situazione reale e' complicata dal fatto che anziche' un punto si ha una regione, sia di decadimento (in linea di principio lungo tutto il canale) che di diffusione (la regione dove si trova fisicamente il bersaglio).

¹Strettamente parlando, ci sono anche muoni di classe $\mu 2$ derivanti da pioni diffusi dal bersaglio. Di questi, come gia' degli eventi di classe $\mu 4$, si puo' tenere conto tramite i fattori correttivi ottenuti dalle simulazioni.

²Angolo di diffusione per la reazione di diffusione elastica πp e angolo del muone dal decadimento $\pi \rightarrow \mu \nu$.

³Nella fattispecie il centro di CHAOS.

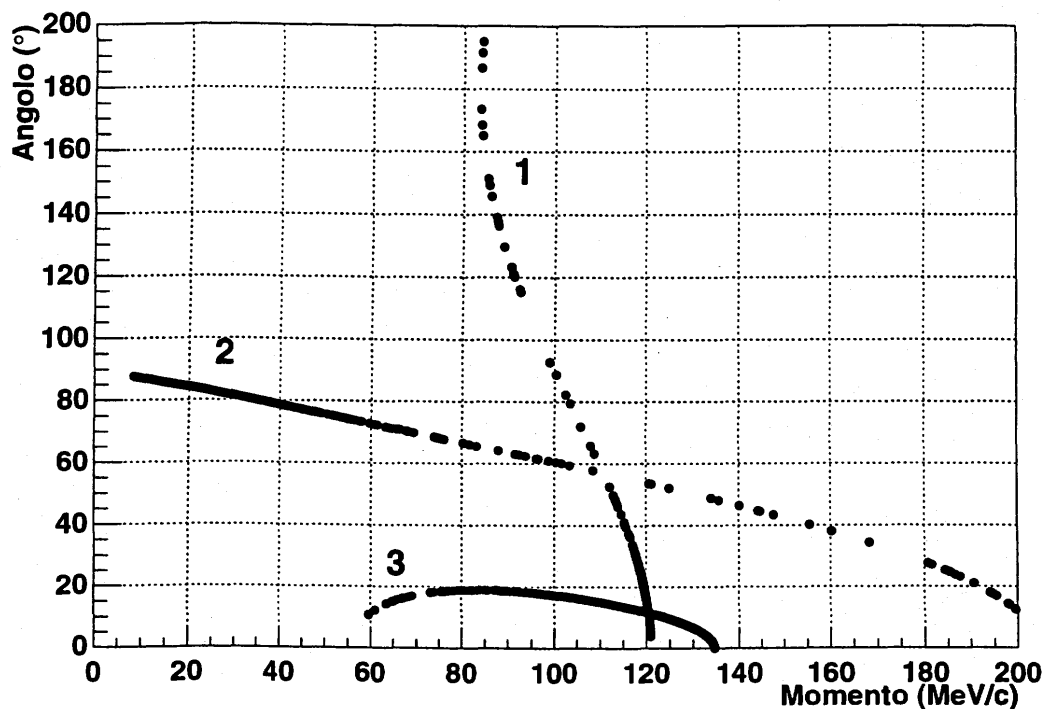


Figura 5.1: Correlazione tra l'angolo e il momento. Per le curve 1 e 2 si tratta dell'angolo di diffusione del pione e del protone, per la curva 3 dell'angolo del muone decaduto.

La figura 5.2 mostra la correlazione tra l'angolo e il momento ricostruiti tramite CHAOS per eventi reali. Sovrapposte, a confronto, le curve di figura 5.1.

Anzichè di curve, si tratta adesso di bande dovute alla convoluzione di diversi punti di interazione. La sovrapposizione, già presente per le curve di figura 5.1, risulta aumentata per gli eventi reali e vanifica la possibilità di separare, tramite tagli cinematici, gli eventi di decadimento dagli eventi di diffusione nella regione angolare $< 20^\circ$.

5.1.3 Osservabili.

Come visto nel paragrafo 4.5, il momento e l'angolo di diffusione non sono le uniche informazioni ricavabili da CHAOS: i CFT forniscono infatti le perdite di energia negli scintillatori e la radiazione Čerenkov nei blocchi di vetro al piombo. Quest'ultima

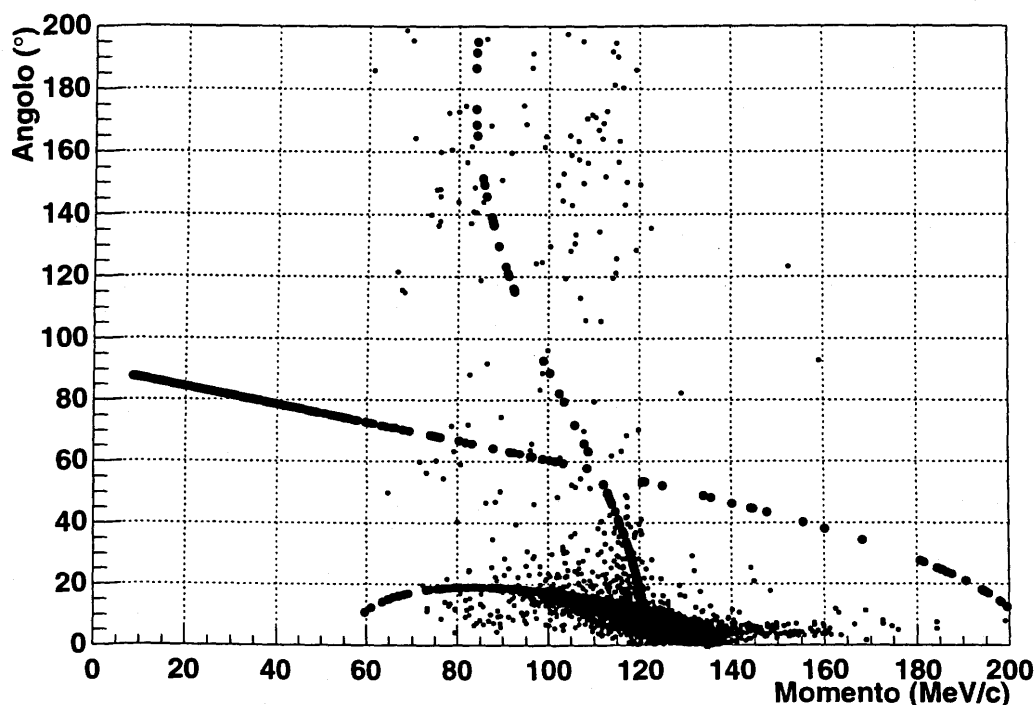


Figura 5.2: Correlazione tra l'angolo ed il momento per eventi reali. Sovrapposte, a confronto, le curve di figura 5.1.

e' inutile ai fini della separazione π/μ , in quanto ne' i pioni ne' i muoni producono radiazione Čerenkov alle energie di interesse. Piu' utili sono invece le perdite di energia ΔE , anche se sono da sole insufficienti allo scopo, a causa delle masse simili dei pioni e dei muoni. Per questo motivo i CFT nella regione di piccoli angoli, $< 36^\circ$ ⁴, sono stati sostituiti con un nuovo telescopio (telescopio π/μ), che sfrutta, tra l'altro, le informazioni di perdite di energia.

La perdita di energia nella materia, come noto, segue la legge di Bethe-Block, secondo cui, a parita' di momento e di carica, particelle di massa diversa perdono una diversa quantita' di energia ΔE nell'attraversamento di uno strato Δx di materiale. La figura 5.3 mostra la perdita di energia $\Delta E/\Delta x$ in funzione del momento, per i pioni e i muoni.

La capacita' di distinguere le due curve dipende dalla capacita' risolutiva dell'ap-

⁴Si ricordi che ciascun CFT sottende un angolo di 18° .

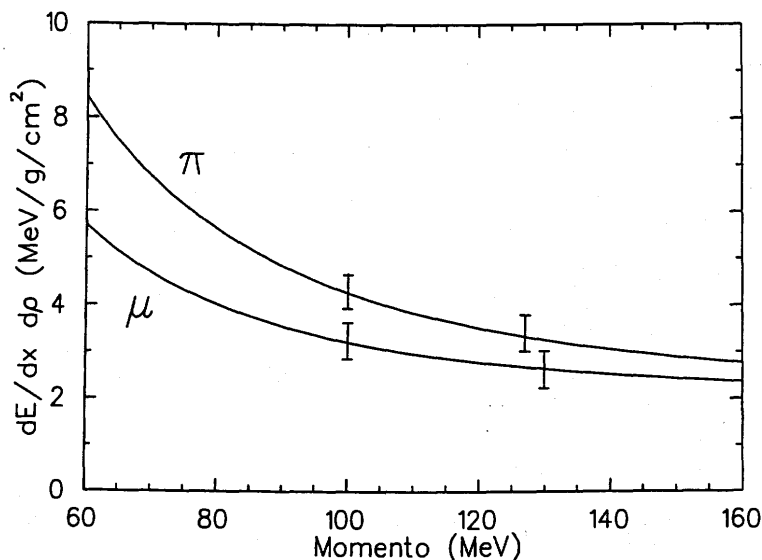


Figura 5.3: Perdita di energia in funzione del momento. La risoluzione dell'apparato impedisce di separare le due curve dopo $\sim 125 \text{ MeV}/c$.

parato. I rivelatori a scintillazione presentano una risoluzione in energia inferiore ai rivelatori al silicio e tra i rivelatori a scintillazione, quelli organici, come il BC412, sono inferiori ai rivelatori inorganici, come il *CsI*.

La scelta dei rivelatori a scintillazione e' stata motivata dalla maggiore facilità, dal punto di vista costruttivo, di ottenere rivelatori di dimensione relativamente grande ($100 \times 80 \text{ cm}^2$, si veda il paragrafo 5.2.4).

Un'altra osservabile che puo' essere utilizzata ai fini della separazione π/μ e' il tempo di volo (TOF) tra il bersaglio e il telescopio π/μ . Anche il TOF si rivela, da solo, inadeguato allo scopo, in particolare alle energie piu' alte. La figura 5.4 mostra il TOF dei pioni e dei muoni, in funzione del momento, lungo un percorso di 150 cm . La barra di errore rappresenta la risoluzione (FWHM) dell'apparato e mostra che i pioni e i muoni di momento superiore a $\sim 100 \text{ MeV}/c$ non possono essere risolti. Si osservi comunque che il TOF e' un'osservabile complementare alla ΔE , in quanto e' adeguata dove l'altra fallisce.

Una terza osservabile che e' stata presa in considerazione e' il *range* (R) nel telescopio. Per rendere questa informazione indipendente dalla ΔE , e' necessario misurare delle ΔE differenziali, stratificando il telescopio. Questa soluzione verra'

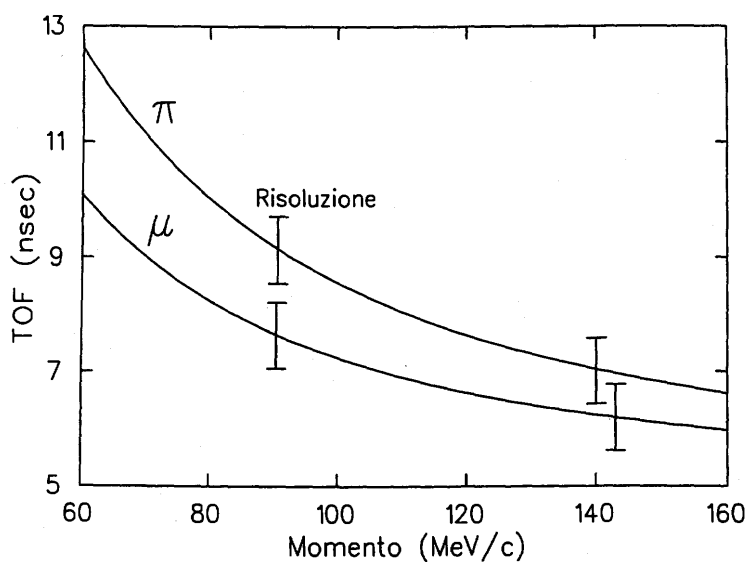


Figura 5.4: Tempo di volo lungo un percorso di 150 cm, in funzione del momento. La risoluzione dell'apparato impedisce di separare le due curve dopo ~ 100 MeV/c.

discussa nel paragrafo successivo. La figura 5.5 mostra il *range* dei pioni e dei muoni, in funzione del momento, nello scintillatore plastico BC412.

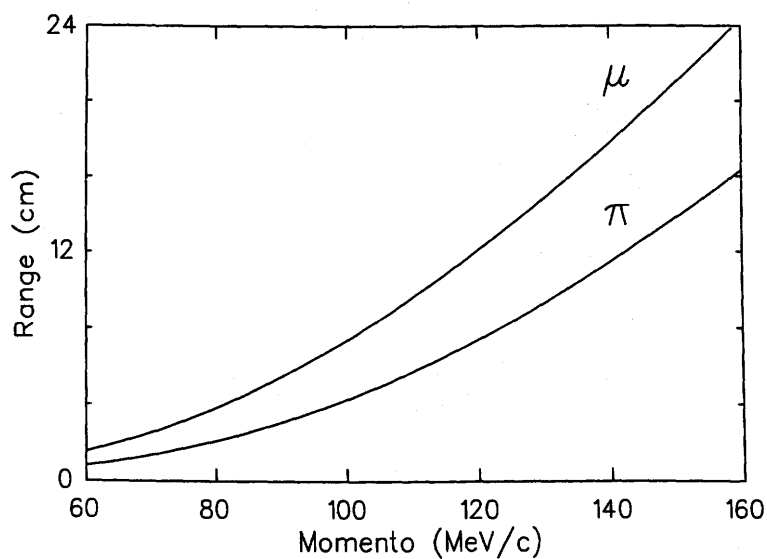


Figura 5.5: *Range* in materiale plastico, in funzione del momento.

5.2 Separazione π/μ .

Per risolvere il problema della separazione π/μ , si e' pensato di utilizzare un telescopio formato da piu' strati di scintillatore plastico. Combinando piu' informazioni, come il tempo di volo (TOF), le perdite di energia (ΔE) in ciascuno strato ed il *range* (R) nel telescopio⁵, e' possibile ovviare all'incapacita' dello scintillatore plastico di risolvere i pioni e i muoni solamente sulla base dell'energia rilasciata. Gli svantaggi di questa soluzione sono i seguenti:

- maggiori dimensioni del telescopio;
- maggior numero di segnali da acquisire;
- maggior numero di informazioni da elaborare;

bilanciati da un adeguato numero di vantaggi:

- maggiore facilita' nella reperibilita' di rivelatori di scintillatore plastico;
- possibilita' di utilizzare informazioni piu' grezze ma che combinate permettono di ottenere la risoluzione voluta.

Dal punto di vista pratico, si e' dimostrato necessario intramezzare gli strati di materiale plastico con delle lastre di alluminio, al fine di degradare l'energia e permette alle particelle di fermarsi nel telescopio.

I parametri costitutivi del telescopio sono stati impostati tramite simulazioni (paragrafo 5.2.1) e testati tramite un prototipo (paragrafo 5.2.2). Il paragrafo 5.2.3 mostra i risultati del *test*.

5.2.1 La simulazione del telescopio π/μ .

Per ottimizzare i parametri del telescopio, cioe' il numero di strati di materiale scintillante, gli spessori degli strati e gli spessori degli strati di alluminio, sono state realizzate delle simulazioni Montecarlo su di un insieme di 18 momenti tra 65 e

⁵Il *range* e' definito come l'ultimo strato dal quale si ottiene un segnale sopra alla soglia di discriminazione.

150 MeV/c ad intervalli di 5 MeV/c . Per ciascun momento e per ciascuna polarita', sono stati generati dei pioni e dei muoni che sono stati seguiti fino al telescopio e attraverso di esso, lungo un cammino di 150 cm , che simulava la geometria di CHAOS. In particolare, sono stati presi in considerazione i decadimenti di pioni in muoni. Il pacchetto di interazione adronica FLUKA [GE93] e' stato impiegato per studiare le interazioni nucleari in quanto permette di simulare meccanismi di assorbimento (come l'assorbimento del π^- a riposo) che si sono dimostrati importanti nel regime energetico considerato. Per ciascun evento, il programma Montecarlo calcolava il ΔE , il TOF e il *range* R.

Esperimenti precedenti [Jo95] hanno utilizzato nei loro programmi di analisi un metodo di identificazione di particella consistente nel rigettare gli eventi sulla base di box nei sottospazi delle variabili. Questo metodo ha permesso di ottenere efficienze di identificazione fino a 95%. La nostra analisi si e' invece basata sin dall'inizio su un approccio di reti neurali, che si e' dimostrato piu' efficiente del metodo convenzionale⁶. La risposta della rete neurale, dopo la necessaria operazione di *training*, e' l'"identificatore" (PID) della particella (se pione o muone).

Due configurazioni (che chiameremo $C1$ e $C2$) del telescopio sono state simulate e analizzate guardando l'efficienza di identificazione (EI) dei pioni e dei muoni. Entrambe $C1$ e $C2$ consistono di un telescopio di scintillatori plastici e di lastre di alluminio poste tra gli scintillatori plastici. Gli scintillatori sono la parte sensibile del telescopio mentre le lastre di alluminio servono per degradare l'energia delle particelle. Sia per $C1$ che per $C2$ non c'e' bisogno di lastre di alluminio nell'intervallo di momenti 65 – 85 MeV/c poiche' sia i pioni che i muoni vengono fermati dal materiale scintillante.

La configurazione $C1$ consisteva di scintillatori plastici e lastre di alluminio di spessore fisso per tutti i momenti nell'intervallo 90 – 150 MeV/c . Poiche' per un dato momento i muoni depositano meno energia dei pioni, il criterio per stabilire lo spessore delle lastre di alluminio e' stato la richiesta che i muoni si fermassero nella strato successivo a quello dove si fermavano i pioni. La soluzione ottimale trovata

⁶Per una descrizione del metodo delle reti neurali e del programma che e' stato utilizzato si veda il capitolo 6.

per *C1* consiste in 6 scintillatori di spessore 6.4 mm e lastre di alluminio di spessore da 1.6 a 6.4 mm . La EI per questa soluzione e' mostrata in figura 5.6.

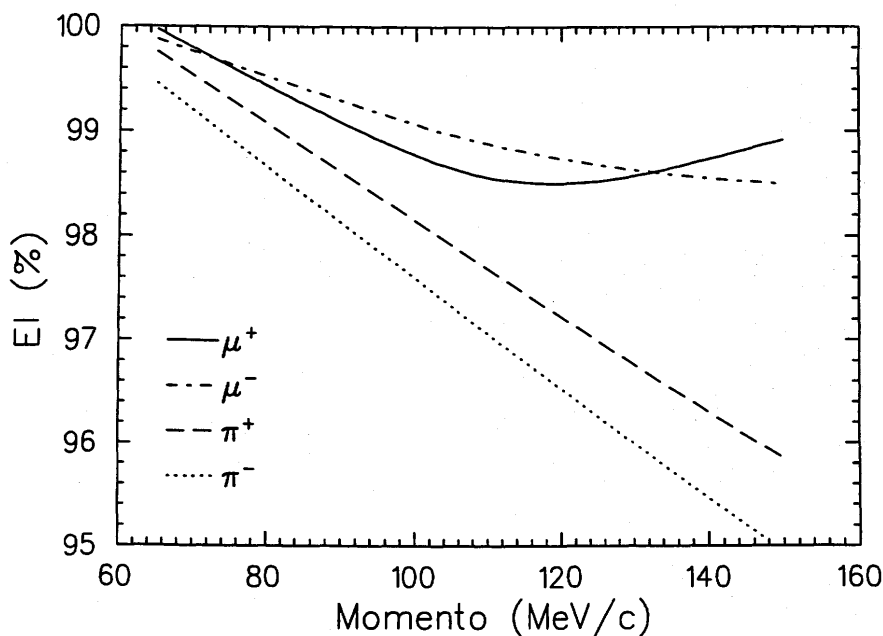


Figura 5.6: Efficienza di identificazione dei pioni e dei muoni in funzione del momento, per la configurazione simulata *C1*.

La soluzione *C1* conduce ad una EI che e' di $\sim 99\%$ per i muoni e di $97 \pm 2\%$ per i pioni, ma scende al 95% per i pioni di $\sim 150\text{ MeV}/c$ a causa del fallimento del *range R* come parametro di discriminazione ai momenti piu' alti.

La configurazione *C2* utilizza scintillatori plastici di spessore fisso e in lastre di alluminio di spessore variabile, dipendente dal momento della particelle. Gli spessori delle lastre di alluminio sono stati scelti sulla base della richiesta che i muoni si fermassero due strati dopo lo strato dove si fermavano i pioni.

La soluzione ottimale trovata per *C2* consiste sempre in 6 scintillatori, 2 da 6.4 mm e 4 di 12.8 mm di spessore, e di lastre di alluminio i cui spessori vengono riassunti in tabella 5.1.

La figura 5.7 mostra la EI per la soluzione *C2*.

Confrontata con la soluzione *C1*, *C2* fornisce una EI leggermente migliore per momenti nell'intervallo $65 - 85\text{ MeV}/c$ mentre da' un considerevole miglioramento

MOM (MeV/c)	TH1 (mm)	TH2 (mm)	TH3 (mm)	TH4 (mm)	TH5 (mm)
65	0	0	0	0	0
70	0	0	0	0	0
75	0	0	0	0	0
80	0	0	0	0	0
85	0	0	0	0	0
90	6.4	0	0	0	0
95	6.4	3.2	0	0	0
100	9.6	3.2	3.2	3.2	0
105	9.6	6.4	3.2	3.2	0
110	12.8	9.6	3.2	3.2	0
115	19.2	6.4	3.2	3.2	0
120	12.8	9.6	6.4	3.2	1.6
125	12.8	12.8	9.6	3.2	1.6
130	19.2	9.6	9.6	3.2	1.6
135	19.2	12.8	12.8	4.8	3.2
140	19.2	19.2	12.8	6.4	3.2
145	19.2	19.2	19.2	6.4	6.4
150	19.2	19.2	19.2	12.8	6.4

Tabella 5.1: Spessori delle lastre di alluminio in funzione del momento, per la configurazione simulata C2.

per i momenti nell'intervallo 90 – 150 MeV/c, dove la EI e' di $\sim 99\%$ per i muoni e di $\sim 98\%$ per i pioni. Va notato che per C2 si ottengono delle EI relativamente alte utilizzando anche solo il *range* ($> 90\%$ per i muoni) o la perdita di energia ($> 95\%$ sia per pioni che per i muoni).

5.2.2 Il prototipo del telescopio.

Prima di passare alla costruzione del telescopio si e' provveduto a verificare i risultati delle simulazioni tramite il *test* di un prototipo. Il prototipo, consistente in sei scintillatori plastici BC412 di dimensioni $20 \times 20 \text{ cm}^2$, $S_1 - S_6$, e' stato sottoposto al fascio del canale M13 al TRIUMF. Gli spessori degli scintillatori erano quelli previsti dalle simulazioni (6.4 mm per S_1 e S_6 e 12.8 mm per $S_2 - S_5$). La distanza tra due scintillatori adiacenti era di 10 cm. Anche gli spessori delle lastre di alluminio sono

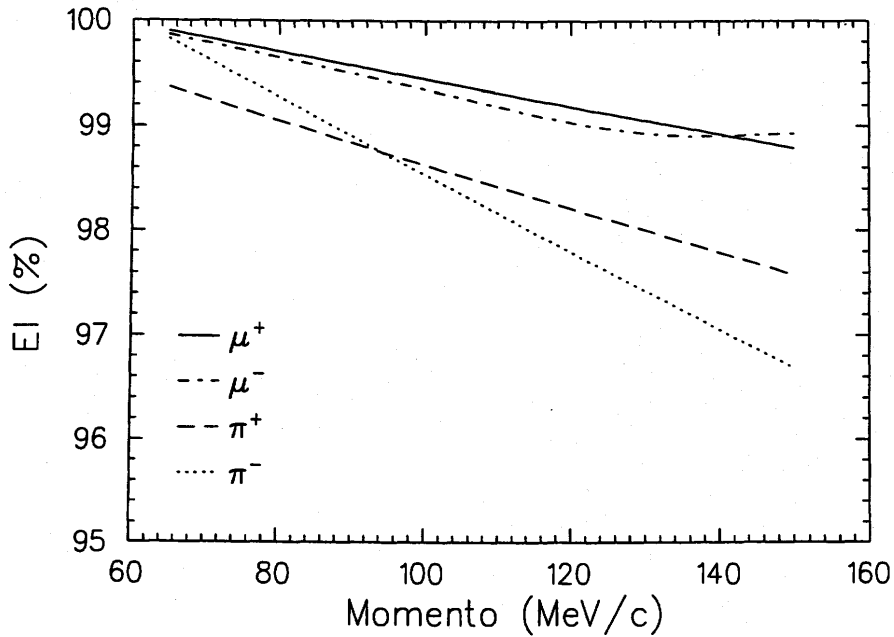


Figura 5.7: Efficienza di identificazione dei pioni e dei muoni in funzione del momento, per la configurazione simulata C2.

stati scelti sulla base delle simulazioni. Il telescopio e' stato posto ad una distanza di 150 cm da un contatore di fascio (S_0) per simulare la geometria di CHAOS. La figura 5.8 schematizza il *setup* sperimentale.

Lo scintillatore S_{-1} e' stato usato assieme a S_0 per misurare il tempo di volo delle particelle del fascio. La coincidenza tra i due contatori $S_0 \times S_1$ era il segnale di trigger per l'elettronica ed il sistema di acquisizione che registrava il TOF tra S_0 e S_1 , i ΔE_i negli scintillatori $S_1 - S_6$ ed il *range* R.

Come per gli eventi simulati, si e' impiegato un approccio di reti neurali per analizzare i dati. Il 10–20% degli eventi e' stato utilizzato come insieme di *training*, i restanti eventi per verificare le *performance* della rete neurale.

La distribuzione di tempo di volo tra S_{-1} e S_0 , lungo una distanza di 465 cm, e' stata studiata per ottenere dei campioni il piu' possibile puri di pioni e di muoni per il *training* della rete neurale. Questa operazione non era necessaria nelle simulazioni dove l'identita' della particella era nota per definizione sin dall'inizio. La figura 5.9 mostra la distribuzione di TOF per π , μ e e misurato per un fascio positivo di 146.5 MeV/c. In questo caso, la sovrapposizione tra i picchi e' contenuta (< 3%)

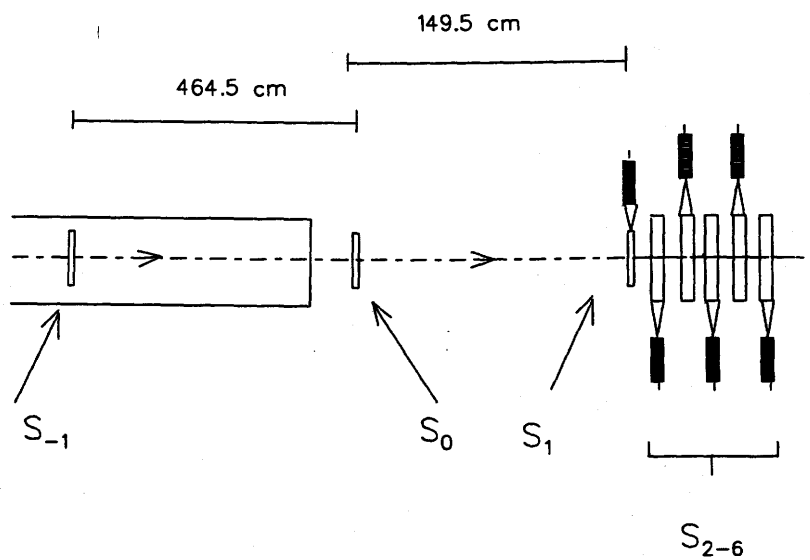


Figura 5.8: *Setup* sperimentale per il *test* del prototipo del telescopio π/μ . Le distanze non sono in scala.

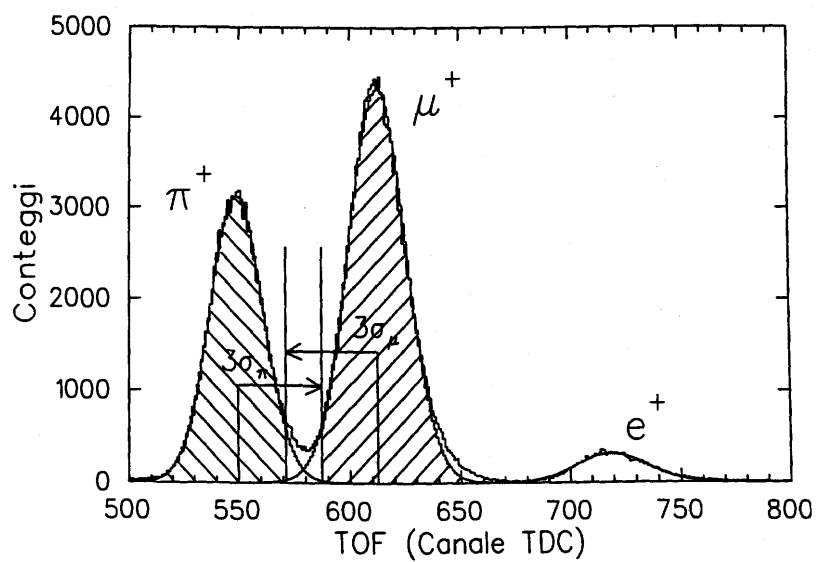


Figura 5.9: Distribuzione di TOF tra i contatori S_{-1} ed S_0 lungo un percorso di 465 cm per un fascio positivo di 146.5 MeV/c. Sono mostrati i tagli a 3σ operati con lo scopo di ottenere dei campioni puri di pioni e muoni per il *training* della rete neurale.

ma nel caso peggiore, cioè ad alti momenti, la sovrapposizione tra i picchi dei pioni ed i picchi dei muoni raggiungeva il 10% dei pioni. La sovrapposizione tra i picchi dei muoni ed i picchi degli elettroni era sempre inferiore al 5% del totale dei muoni.

Gli eventi nella regione di sovrapposizione della distribuzione di TOF sono stati rigettati sulla base dei tagli mostrati in figura 5.9. Per rendere più rigoroso il rigetto degli eventi nella regione di sovrapposizione e per poter stimare la purezza dei campioni, si sono considerati dei fit gaussiani ai picchi. I tagli alla distribuzione dei pioni sono stati applicati a 3σ dal valore medio della distribuzione dei muoni e alla distribuzione dei muoni a 3σ dal valore medio della distribuzione dei pioni. Un procedimento simile è stato applicato per separare i muoni dagli elettroni. Questo approccio assicura una bassa contaminazione ($< 0.4\%$) dei campioni per il *training* della rete neurale. Per momenti $\leq 120 \text{ MeV}/c$ il procedimento dei fit gaussiani non è stato necessario perché le distribuzioni di TOF erano separate di più di 3σ .

Le otto variabili (il TOF tra S_0 e S_1 , le sei ΔE_i ed il *range* R) sono state analizzate dalla rete neurale, dopo la fase di *training*. Da osservare che ciascuna di queste variabili da sola non è sufficiente per fornire una completa separazione tra pioni e muoni, ovvero una separazione su tutto l'intervallo di momenti di interesse. Una tipica distribuzione di TOF tra S_0 e S_1 è mostrata in figura 5.10. Si noti che a $107.5 \text{ MeV}/c$ una grande frazione ($\sim 40\%$) di pioni e muoni si trova nella regione di sovrapposizione tra i picchi di pioni e muoni. Nel caso peggiore (per momenti $\sim 140 - 150 \text{ MeV}/c$) la distribuzione di TOF è la convoluzione dei tre picchi ed è completamente impossibile discriminare tra pioni e muoni utilizzando la misura di TOF.

In figura 5.11 viene mostrata la distribuzione di ΔE per il secondo strato del telescopio per un fascio positivo di $107.5 \text{ MeV}/c$. La sovrapposizione tra i picchi dei pioni ed i picchi dei muoni è $< 4\%$.

Nello spettro del *range* (figura 5.12) gli elettroni sono assenti poiché escono dal telescopio. La differenza di due strati tra i pioni ed i muoni è chiaramente visibile ma una sovrapposizione è ancora presente. La maggior parte dei muoni si ferma nel quinto strato (a $107.5 \text{ MeV}/c$) ma una frazione del $\sim 15\%$ si ferma nello strato precedente e una frazione del $\sim 7\%$ nel terzo strato dove si ferma la maggior parte

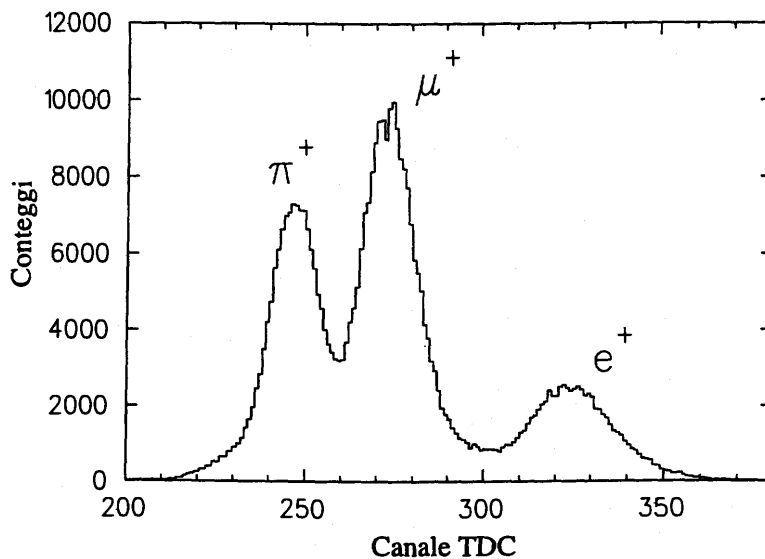


Figura 5.10: Distribuzione di TOF tra i contatori S_0 ed S_1 lungo un percorso di 150 cm per un fascio positivo di 107.5 MeV/c. Una frazione del 40% dei pioni si sovrappone al picco dei muoni.

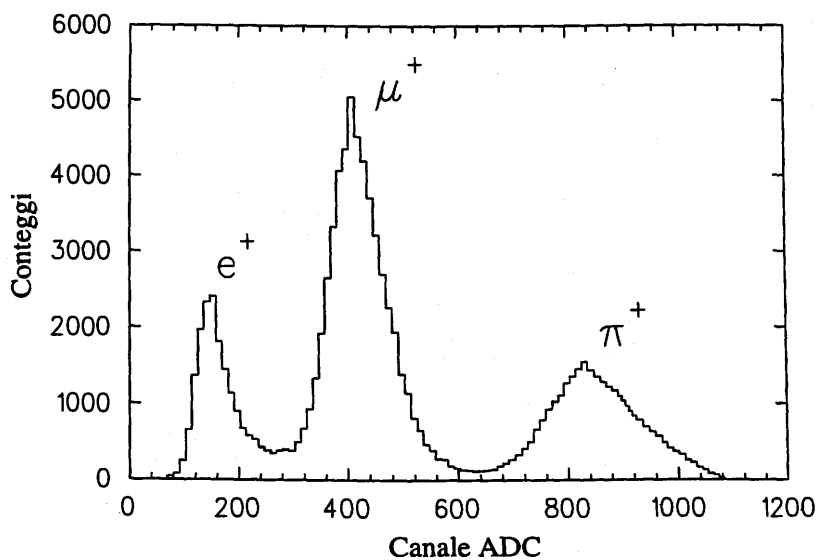


Figura 5.11: Distribuzione di ΔE nello scintillatore S_2 per un fascio positivo di 107.5 MeV/c. Il 4% dei pioni e' sovrapposto al picco dei muoni.

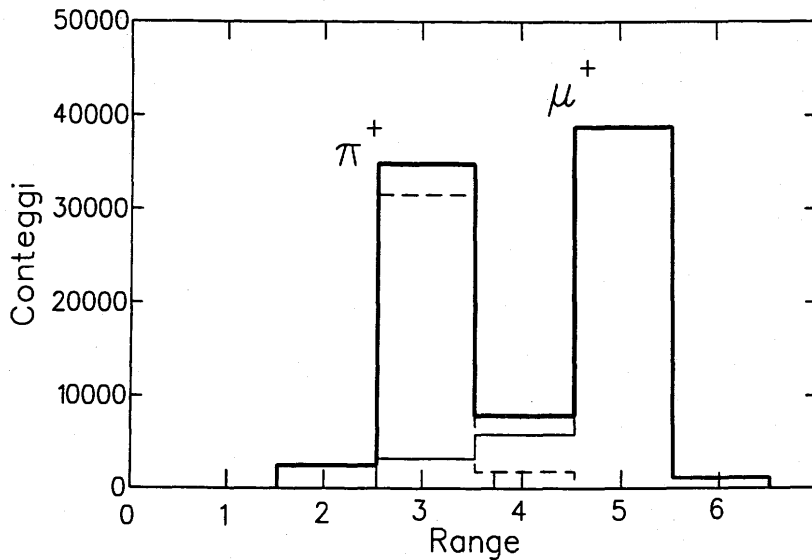


Figura 5.12: Distribuzione del *range* nel telescopio π/μ per un fascio positivo di $107.5 \text{ MeV}/c$. Gli elettroni non sono presenti in quanto escono dal telescopio. Si noti la differenza di due strati tra i pioni e i muoni.

5.2.3 Risultati del *test*.

L'efficienza di identificazione (EI) e' definita come la frazione di pioni (muoni) riconosciuti come pioni (muoni) dalla rete neurale nella fase di classificazione. La figura 5.13 mostra i risultati della classificazione.

L'indeterminazione statistica sulla EI era di $\sim 0.3\%$ sia per i pioni che i muoni. L'indeterminazione ($\sim 0.4\%$) derivante dalla contaminazione dei campioni usati per il *training* della rete neurale e' stata sommata in quadratura all'incertezza statistica, producendo un'indeterminazione totale dello 0.5% .

I risultati di figura 5.13 mostrano che, sia per i π e μ positivi che per quelli negativi, la EI diminuisce all'aumentare del momento. In ogni caso, essa supera il 97% in tutto l'intervallo di momento considerato. Un confronto tra i risultati del *test* (figura 5.13) e le simulazioni Montecarlo (figura 5.7) mostra che la EI per le particelle positive nel *test* era peggiore del $\sim 0.5\%$ rispetto alle simulazioni. Cio' e' all'interno dell'incertezza stimata. Per particelle negative, invece, i risultati del *test* erano piu' basse dell' 1% rispetto alle simulazioni, il che conferma la difficolta' nel lavorare con pioni negativi.

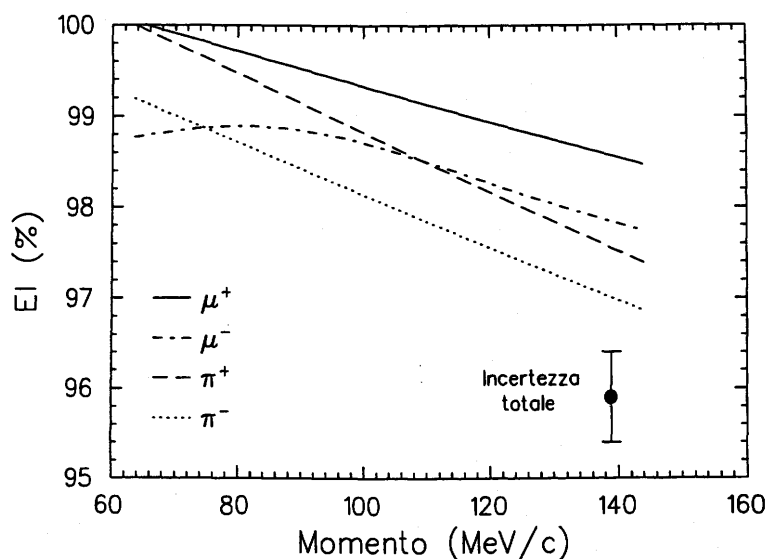


Figura 5.13: Efficienza di identificazione dei pioni e dei muoni in funzione del momento, per gli eventi del *test*. In basso a destra e' mostrata la barra di errore da sovrapporre ai dati.

5.2.4 Il telescopio.

Il telescopio π/μ e' stato costruito sulla base dei parametri impostati nelle simulazioni e testati con il prototipo. Le dimensioni del primo strato (da ora in avanti STK1) sono $100 \times 80 \text{ cm}^2$; le dimensioni degli strati successivi (STK2-6) sono state pensate in modo che i lati del telescopio fossero radiali rispetto al centro del bersaglio. La differenza di dimensioni tra uno strato ed il successivo e' $\sim 1\%$ e risulta appena percettibile.

STK1 e' in realta' formato da otto palette adiacenti, sicche' esso risulta frazionato in orizzontale. La figura 5.14 mostra la segmentazione orizzontale di STK1.

Ciascuno degli altri cinque strati (STK2-6) e' formato da due rivelatori e risulta frazionato in verticale. La figura 5.15 mostra la segmentazione verticale degli strati STK2-6.

Ciascuna delle singole parti sia di STK1 che degli STK2-6 presenta una duplice lettura: in alto (UP) e basso (DOWN) per le palette di STK1, a sinistra (LEFT) e destra (RIGHT) per le palette degli STK2-6.

Si osservi che la segmentazione, unita alla duplice lettura, permette di ottenere una risoluzione spaziale nell'individuazione della posizione di passaggio della par-

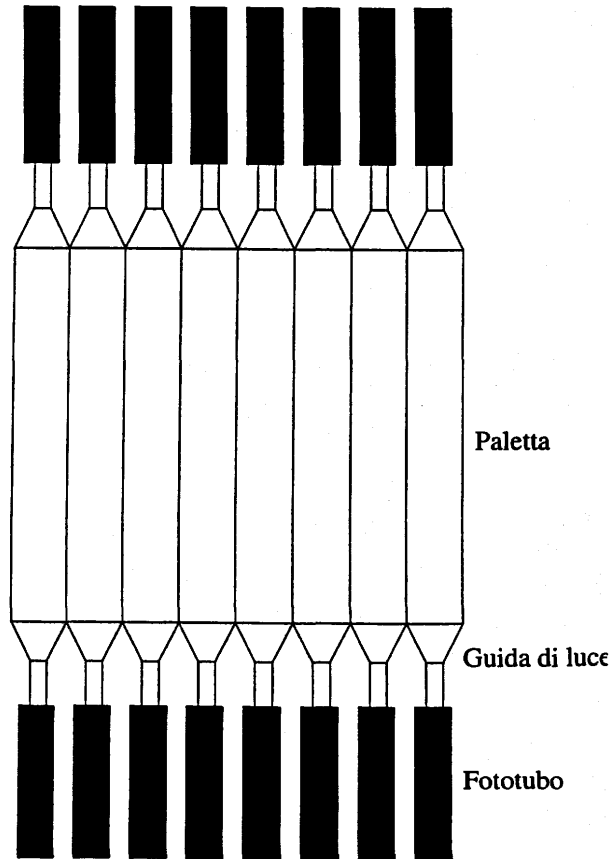


Figura 5.14: Primo strato del telescopio π/μ .

ticella superiore a quella del prototipo, nonostante che quest'ultimo avesse delle dimensioni ridotte. Le dimensioni finali equivalgono quindi a quelle del prototipo e i risultati del *test* possono essere applicati al telescopio finale.

La conversione della luce di scintillazione viene fatta tramite fototubi Philips XP2230, alimentati a 1800 Volt. L'alimentazione è fornita da un CAEN SY170A. I segnali analogici dei fototubi vengono convertiti in segnali digitali tramite il sistema FERA ADC utilizzato per i segnali dei telescopi CFT. Per facilitare l'acquisizione dei segnali dal telescopio π/μ e il suo inserimento nel trigger, sono stati impiegati gli stessi canali del FERA lasciati liberi dai telescopi CFT rimossi.

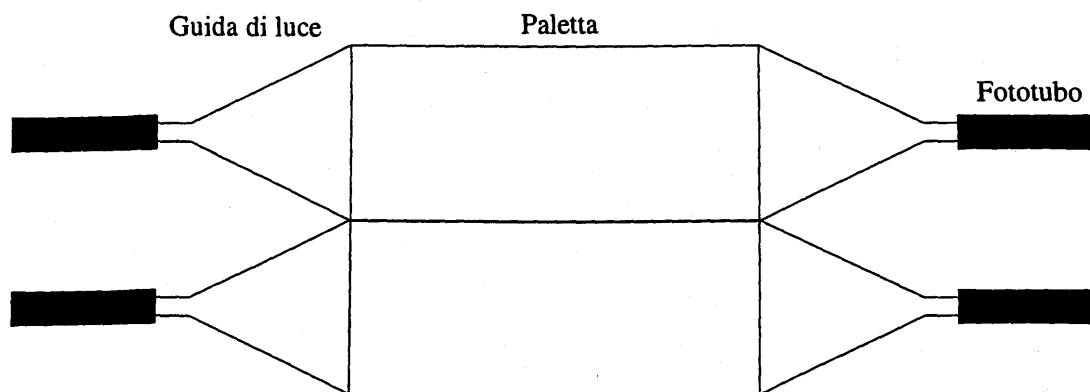


Figura 5.15: Segmentazione verticale degli strati STK2-6 del telescopio π/μ .

5.3 Utilizzo del telescopio.

L'impostazione dei parametri costitutivi e la realizzazione del telescopio π/μ costituiscono meta' del lavoro: la rimanente meta' riguarda l'impostazione dei parametri di utilizzo e di tecniche atte a migliorare l'efficienza di identificazione.

La calibrazione degli ADC per la conversione dei segnali delle palette, benché non necessaria alla rete neurale⁷, è stata realizzata per garantire il controllo dell'elettronica di lettura (paragrafo 5.3.1). Più delicata è invece l'operazione di posizionamento (paragrafo 5.3.2), che deve garantire la copertura angolare voluta, evitando che la prima palette si sovrapponga alla regione del fascio uscente. Per compensare il maggior flusso sulle palette agli angoli più piccoli, è stata impiegata una tecnica di *prescaling*, descritta nel paragrafo 5.3.3.

Nei rimanenti paragrafi 5.3.4 e 5.3.5 vengono descritte delle tecniche che sono state studiate per migliorare la separazione π/μ .

5.3.1 Calibrazione degli ADC.

Sebbene ai fini dell'analisi tramite algoritmi neurali, gli ADC di lettura dei fototubi del telescopio non necessitano di essere calibrati, si è preferito assicurare una calibrazione. Più propriamente, anziché preoccuparsi della calibrazione in energia

⁷La rete neurale non ha bisogno né di valori assoluti di energia, né di input normalizzati. È importante garantire però che i guadagni rimangano gli stessi per i dati del *training* e per i dati dell'esperimento.

vera e propria, gli ADC sono stati calibrati in modo da garantire che le perdite di energia nelle palette fossero distribuite attorno ai medesimi canali ADC⁸. Per la calibrazione, il telescopio e' stato esposto al fascio, che e' stato via via deviato nel piano orizzontale in modo da colpire tutte le palette verticali di STK1.

La calibrazione e' stata compiuta su due livelli di accuratezza. Nel primo, si e' preso il punto di massimo delle distribuzioni e lo si e' scalato ottenendo le costanti di calibrazioni. Nel secondo, l'operazione e' stata ripetuta fittando le distribuzioni tramite delle curve gaussiane e prendendo la media della gaussiana. La discrepanza tra i metodi si e' rivelata del 7%, sempre nella stessa direzione.

La calibrazione va fatta contemporaneamente per i canali UP e DOWN o LEFT e RIGHT di ciascuna paletta⁹. Nel caso delle palette verticali di STK1, infatti, non e' assicurato che il fascio colpisca la paletta esattamente nel centro. Per quanto riguarda gli strati STK2-6, cio' e' sicuramente vero, in quanto il fascio viene deviato nel piano orizzontale. A seconda del punto di passaggio, la lettura dei due lati della paletta varia, in virtu' della diversa attenuazione della luce di scintillazione nella paletta.

Dai valori medi delle distribuzioni UP e DOWN o LEFT e RIGHT e' stata presa la media e questa e' stata normalizzata per ottenere le costanti di calibrazione. La media geometrica si e' dimostrata fisicamente piu' ragionevole della media aritmetica, anche se, in pratica, le differenze tra le due sono all'interno dell'errore della procedura di calibrazione.

5.3.2 Posizionamento.

Il posizionamento del telescopio rappresenta un'operazione delicata in quanto i gradi di liberta' sono tre:

- la distanza dal centro di CHAOS;
- la rotazione rispetto all'asse di CHAOS;
- la rotazione rispetto all'asse del telescopio.

⁸Si e' arbitrariamente scelto il canale 100.

⁹Si ricordi che ciascuna paletta viene letta da due lati (figure 5.14 e 5.15).

La figura 5.16 schematizza la situazione.

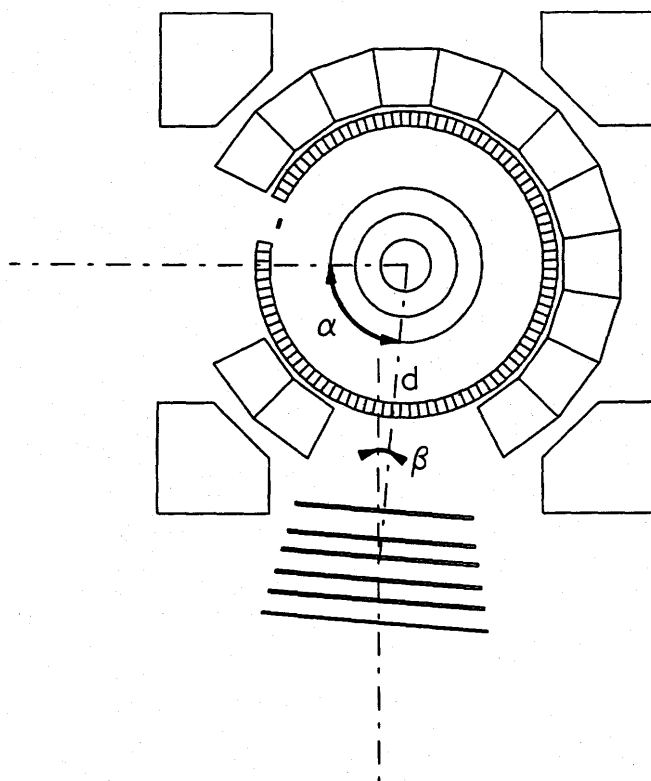


Figura 5.16: Parametri per il posizionamento del telescopio π/μ .

La distanza dal centro di CHAOS (d in figura 5.16) e' stata fissata dalle simulazioni che hanno consigliato di avvicinare il piu' possibile il telescopio per ridurre la contaminazione muonica, a discapito di una minore risoluzione del parametro tempo di volo. Il telescopio e' stato posizionato a 195 cm dal centro di CHAOS.

Piu' delicata e' stata la scelta degli angoli di rotazione. La rotazione rispetto all'asse di CHAOS (α in figura 5.16) deve tenere conto dell'angolo minimo di diffusione che si vuole studiare. Poiche' la sezione d'urto cresce in maniera iperbolica al diminuire dell'angolo, bisogna porre attenzione che il fascio e le particelle diffuse ad angoli minori dei 7° prefissati non colpiscano il telescopio. Cio' porterebbe infatti a saturare l'acquisizione degli eventi. Questo problema si pone comunque anche per gli angoli di interessi ed e' stato risolto con un *prescaling* dei conteggi (si veda il paragrafo 5.3.3). Il lato del telescopio ad angoli maggiori deve inoltre garantire la

continuità della rivelazione con i telescopi CFT di CHAOS, utilizzati per la diffusione ad angoli $> 35^\circ$. L'accettanza angolare del telescopio π/μ dipende dalla distanza dal centro di CHAOS. La distanza e la rotazione vanno quindi ottimizzati assieme.

La rotazione rispetto all'asse del telescopio (β in figura 5.16), serve a garantire che le particelle diffuse, in particolare quelle agli angoli minori, che colpiscono la prima paletta di STK1, attraversino il telescopio senza uscire lateralmente, il che produrrebbe un'informazione sbagliata sul *range* e i ΔE degli strati non colpiti.

5.3.3 *Prescaling.*

Come osservato nel paragrafo 5.3.2, la dipendenza angolare della sezione d'urto in funzione dell'angolo di diffusione è ripida per piccoli angoli: per la reazione π^-p , ad esempio, si ha un fattore 10 di differenza ogni 5° a partire da 7° fino a 22° . Ciascuna paletta di STK1 ha un'accettanza angolare di $\sim 3^\circ - 4^\circ$ per un totale di 30° . Le prime quattro palette coprono dunque la regione angolare $7^\circ - 22^\circ$. Si è pensato di accettare meno eventi nelle prime palette per favorire l'acquisizione nelle regioni angolari sfavorite dalla dinamica della reazione. Ciò è stato fatto scalando gli eventi delle prime palette prima del 1LT (*prescaling*).

La soluzione che è stata implementata per il sistema di *prescaling* è la seguente. Anziché generare 8 *clock* scalati in frequenza, il che presenta problemi tecnici nella costruzione di un modulo elettronico adatto allo scopo, si è lavorato con segnali di larghezza diversa, modificando quindi le finestre temporali di accettazione di eventi da parte delle palette. Il circuito consiste essenzialmente in:

- un *dual-gate generator* (LeCroy 222) per la generazione di un segnale logico di larghezza e frequenza prefissate;
- un *fan-in fan-out* (LeCroy 429A) per uno *split* del segnale in 8 segnali uguali;
- altrettanti discriminatori (LeCroy 623B) con uscita a larghezza regolabile.

I discriminatori vengono usati solo per poter regolare la larghezza e quindi la finestra temporale per ciascuna paletta. Questa operazione non è possibile nel modulo di

fan-in fan-out dove le larghezze dei segnali in uscita possono essere variate ma non in maniera indipendente. Il circuito di *prescaling* e' schematizzato in figura 5.17.

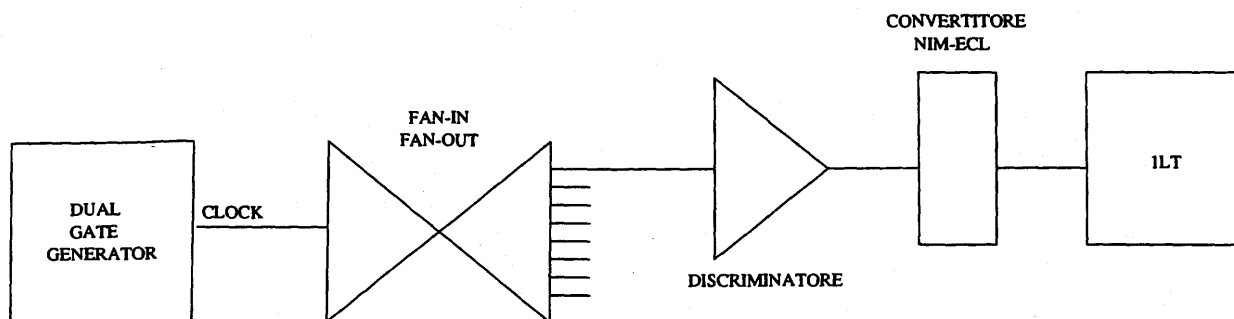


Figura 5.17: Circuito di *prescaling* per limitare il flusso a piccoli angoli.

Questo circuito introduce un problema di temporizzazione nella coincidenza tra il *clock* dal circuito di *prescaling* e il *gate* dal trigger di livello zero, che, come visto nel paragrafo 4.9, e' dato dalla coincidenza tra il contatore S_1 del fascio incidente e la negazione \bar{S}_2 del contatore del fascio uscente. La figura 5.18 illustra il problema.

Il segnale del trigger di livello zero (OLT) arriva con lo stesso ritardo rispetto ai segnali, in quanto ne e' correlato. Il ritardo, di pochi nanosecondi, e' dovuto alla discriminazione e coincidenza di S_1 e \bar{S}_2 . Il *clock* e' invece casuale e scorrelato dai segnali e quindi da OLT. Puo' quindi arrivare prima (caso A in figura) o dopo (caso B) del segnale OLT. Poiche' il segnale di *gate* per il 1LT e' dato dalla coincidenza dei due, si crea un'indeterminazione temporale (*jittle*) pari alla larghezza del OLT. Per ovviare a questo inconveniente il segnale S_1 viene messo in coincidenza con il *clock* prima della formazione del segnale OLT. Cio' assicura che il segnale OLT arrivi sempre prima del segnale di *clock*. La variante al circuito di figura 5.17 e' mostrata in figura 5.19.

Poiche' il segnale e' casuale e scorrelato, la coincidenza con S_1 non condiziona il funzionamento del circuito.

5.3.4 *Short e long gate.*

Per tenere sotto controllo i muoni derivati dal decadimento di pioni nel telescopio, si e' provato ad implementare, per il telescopio π/μ , l'idea di *short e long gate* gia'

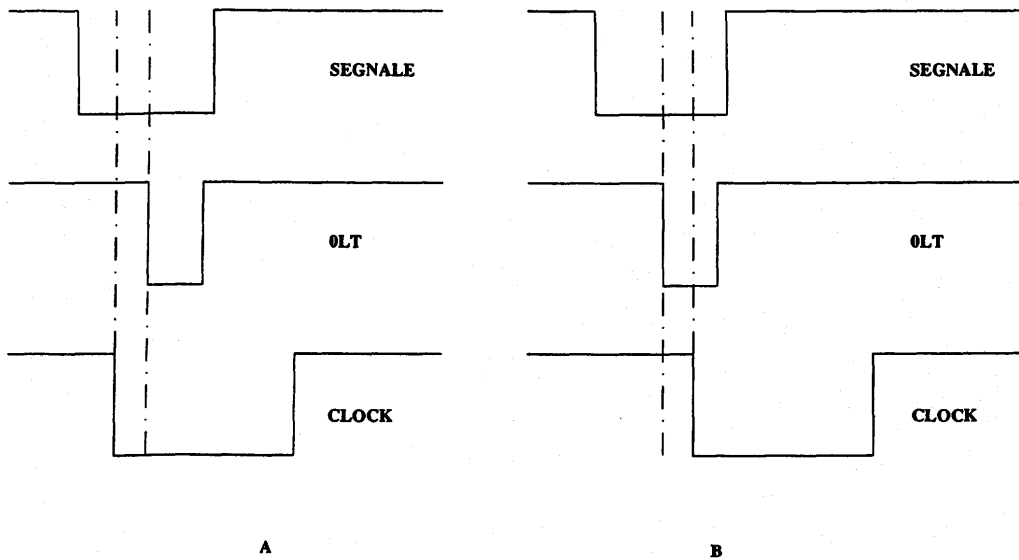


Figura 5.18: Problema di temporizzazione tra il segnale del fascio ed il *clock* per il circuito di *prescaling*.

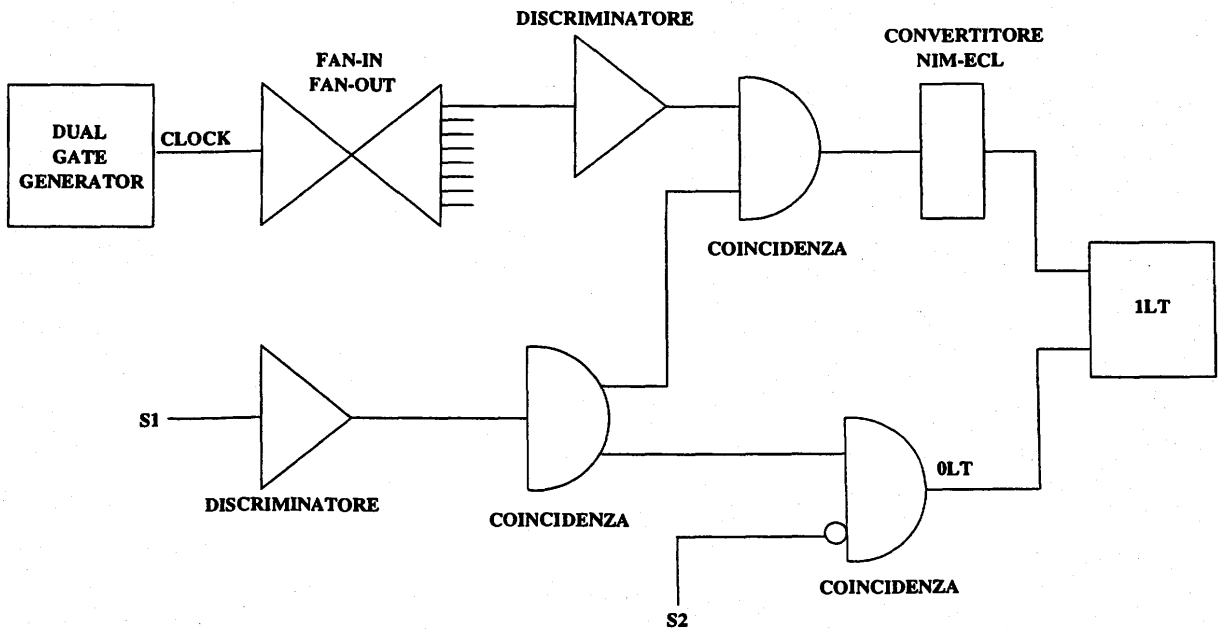


Figura 5.19: Variante del circuito di *prescaling*.

utilizzata per il bersaglio attivo. L'idea nasce dall'osservazione dei segnali analogici dai fototubi di lettura delle palette del telescopio. I pioni che si fermano in uno

strato, ad esempio lo strato STK2, rilasciano tutta l'energia residua in quello strato. Cio' si traduce in un alto segnale analogico in uscita dal fototubo. Il pione a riposo decade ed il muone dal decadimento del pione rilascia altra energia con un ritardo legato al tempo di decadimento. Cio' appare come un piccolo segnale analogico sulla coda del segnale del pione. La definizione di due *gate*, uno piu' lungo, che raccoglie sia il segnale del pione sia quello del muone, ed uno piu' corto, che raccoglie solo il segnale del pione, permette di separare i pioni dai muoni. La figura 5.20 illustra l'idea.

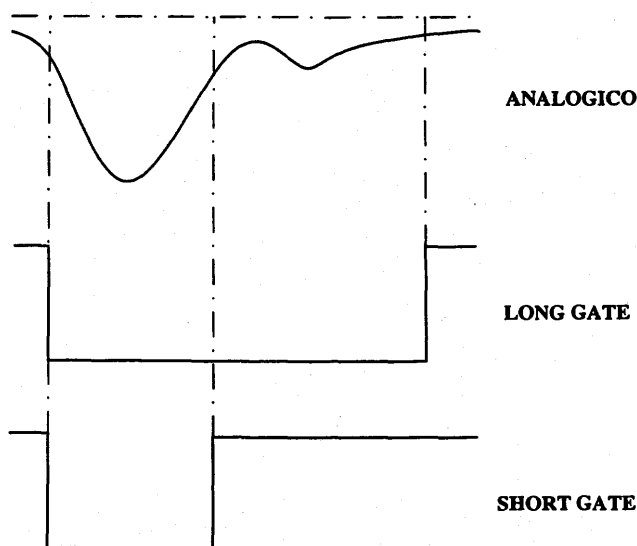


Figura 5.20: Il *long gate* permette di raccogliere tutto il segnale mentre il *short gate* solo il segnale del pione. Se non si verifica un decadimento, il segnale con il *long gate* ed il segnale con il *short gate* coincidono.

La figura 5.21 illustra invece il circuito implementato

Il segnale da ciascun fototubo viene diviso in due segnali uguali tramite un *fan-in fan-out*; uno dei due segnali viene mandato in ingresso ad un discriminatore a frazione costante (CFD in figura, Temelec TC455) il cui ritardo non dipende dal fronte di salita del segnale. I segnali corrispondenti ai due lati della medesima paletta vengono mediati in tempo tramite il Meantimer (Octal Meantimer, LeCroy 624) la cui uscita, in coincidenza con il segnale logico dal primo livello di trigger definisce il segnale di gate. L'utilizzo di due discriminatori permette di modificare

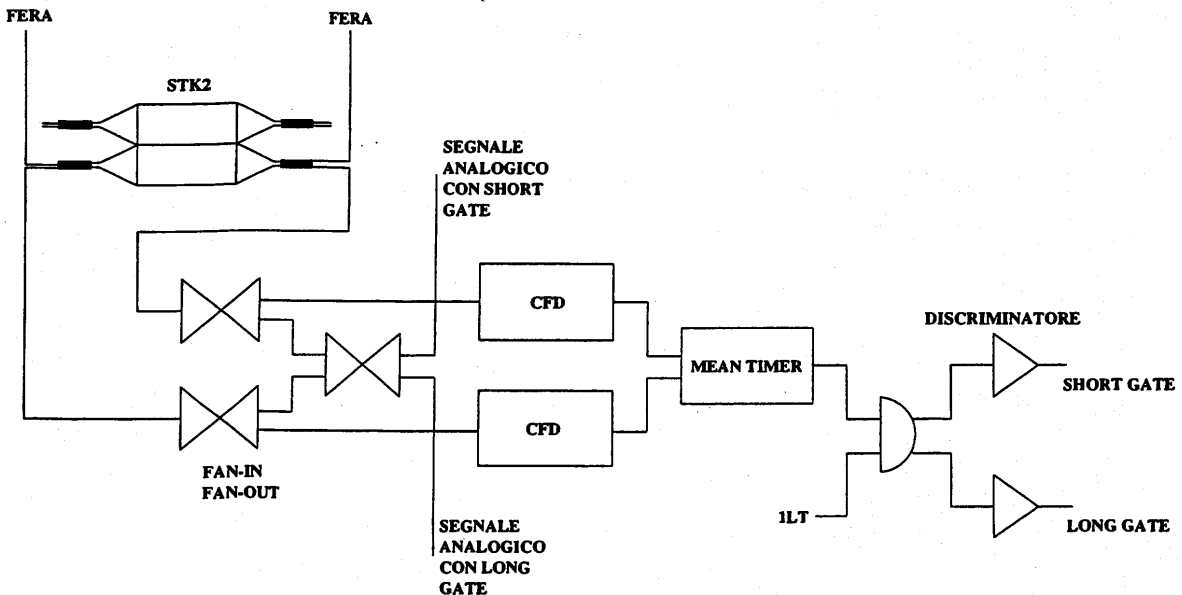


Figura 5.21: Circuito per il *short* e *long gate*.

le lunghezze dei segnali ed ottenere infine un *short* e un *long gate*.

La figura 5.22 mostra le altezze di impulso, in termini di canali di ADC, per il short ed il long gate.

Ci si aspetta che i muoni giacciono fuori dalla diagonale: la figura mostra che la percentuale di muoni così individuata ammonta a $\sim 1\%$ del totale degli eventi.

5.3.5 *Imaging* sul telescopio.

Come visto nel paragrafo 5.2.4, il primo strato del telescopio (STK1) e' stato segmentato in orizzontale per permettere di individuare la posizione (x) di passaggio della particella nel piano della reazione. Naturalmente la risoluzione e' limitata dalla segmentazione; ciononostante, e' possibile ottenere un'indicazione che aiuta nel compito di individuare gli eventi di decadimento.

Fuori dal piano della reazione, la posizione (z) viene determinata tramite la misura del tempo di raccolta della luce nei due fototubi UP e DOWN. La differenza dei due tempi, infatti, permette di risalire alla distanza del punto di passaggio dal centro della paletta. La figura 5.23 illustra il procedimento.

Il punto di passaggio (x, z) delle particelle nel telescopio e' stato confrontato con

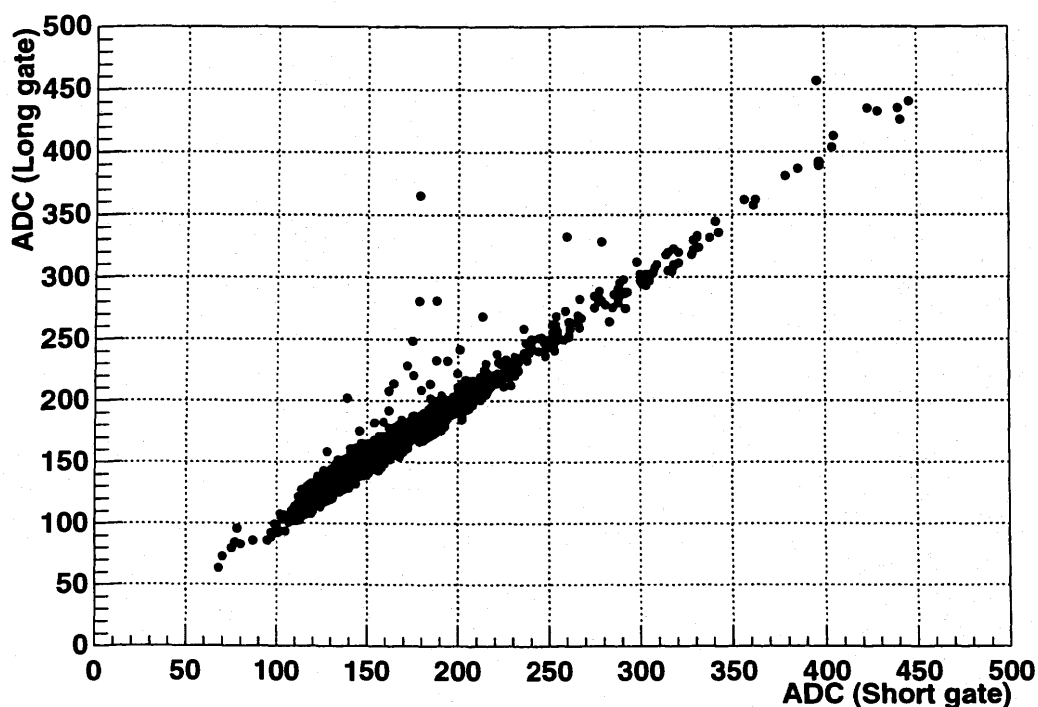


Figura 5.22: Correlazione tra l'altezza di impulso (in canali ADC) con il *short* e il *long gate*.

il prolungamento verso il telescopio della traccia ricostruita nelle camere a fili. La routine di tracciamento della particella verso il telescopio sfrutta il fatto che il campo magnetico è pressoché nullo fuori da WC4. La traccia, ricostruita nelle camere a fili, viene prolungata fino al telescopio tramite una linea retta che si raccorda in corrispondenza della camera a fili più esterna (WC4).

La figura 5.24 mostra la correlazione tra la coordinata x (orizzontale) ricostruita dal tracciamento dalle camere a fili e misurata sul telescopio. Ciascuna paletta viene identificata dalla coordinata del suo centro: ciò giustifica la distribuzione discreta. A ciascun punto bisogna associare una barra di errore verticale pari alla larghezza della paletta. Queste barre non sono state disegnate per motivi grafici.

La definizione del centro della paletta colpita, è ottenuta da considerazioni sulla geometria del telescopio e guardando la correlazione con la media della distribuzione, per quella paletta, delle coordinate x dal tracciamento. La figura 5.25 mostra la

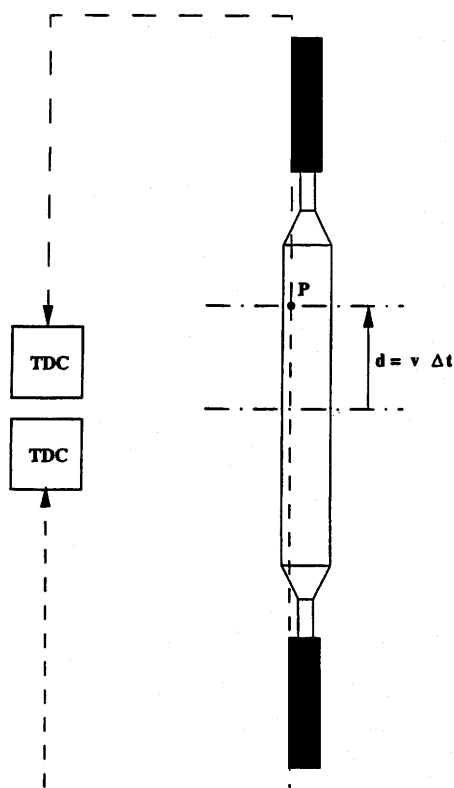


Figura 5.23: Individuazione del punto di passaggio della particella tramite misure temporali.

situazione dopo una prima definizione grezza dei centri delle palette. Per ottenere la distribuzione di figura 5.24, le coordinate x assegnate alle palette sono state corrette, con la richiesta che i punti, evidenziati in figura 5.25, giacessero sulla bisettrice.

La figura 5.26 mostra invece la correlazione tra la coordinata z (verticale), ricostruita dal prolungamento delle tracce e misurata dalla differenza dei tempi di volo DOWN-UP.

Anche in questo caso, la distribuzione deve svilupparsi lungo la bisettrice. Ciò presuppone una calibrazione dei TDC. Anziché però preoccuparsi della calibrazione dei TDC e della trasformazione dei tempi in distanze, che avrebbe richiesto una stima delle velocità¹⁰ si sono studiate le correlazioni tra le differenze temporali (esprese in canali TDC) e le coordinate z dal tracciamento. Questo è stato fatto separatamente

¹⁰A loro volta composte dalla velocità di raccolta della luce di scintillazione e dalla velocità di elaborazione del segnale analogico.

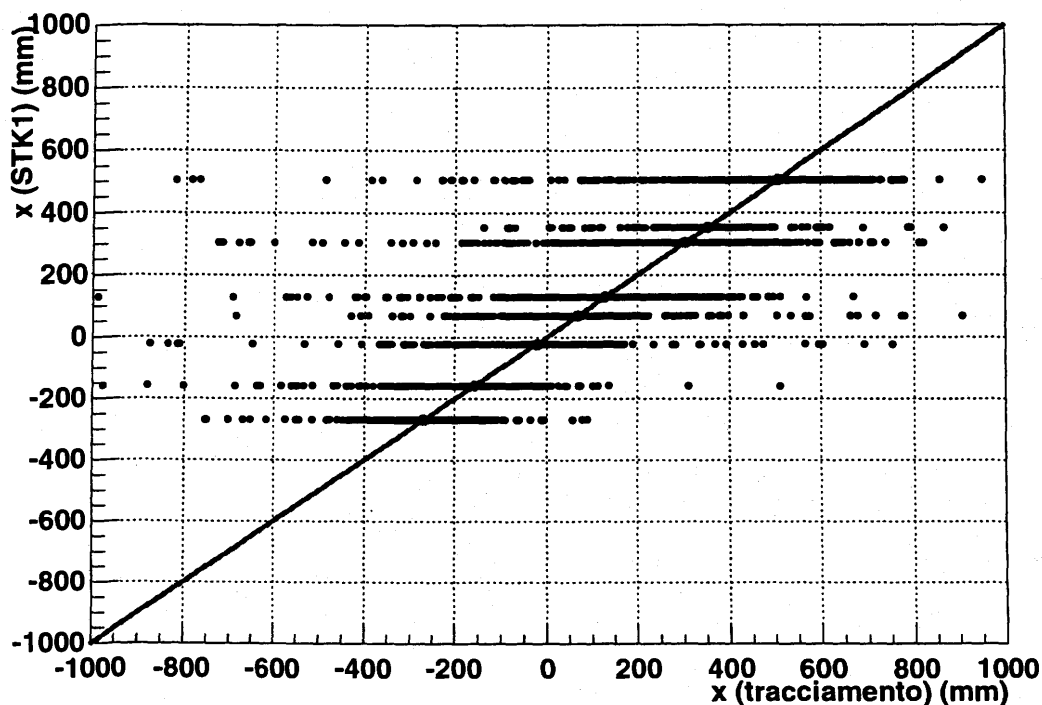


Figura 5.24: Correlazione tra la coordinata x misurata sul telescopio e la coordinata x del prolungamento della traccia ricostruita tramite le camere a fili. Le otto palette di STK1 vengono identificate dal loro centro.

per ciascuna delle otto palette di STK1. La dipendenza e' la seguente:

$$\begin{aligned}
 z &= \gamma[(\alpha TDC_{DOWN} + \alpha_0) - (\beta TDC_{UP} + \beta_0)] \\
 &= \gamma[\alpha TDC_{DOWN} - \beta TDC_{UP}] + \gamma_0 \\
 &= \gamma'[TDC_{DOWN} - TDC_{UP}] + \gamma_0
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

dove, nell'ultimo passaggio si e' fatta l'ipotesi che la risoluzione di tutti i TDC sia la stessa.

La figura 5.27 mostra la situazione prima della definizione ed applicazione dei fattori γ' e γ_0 . La richiesta che la distribuzione si sviluppi lungo la bisettrice permette di ottenere le costanti di calibrazione γ' e γ_0 .

Entrambe le distribuzioni delle figure 5.24 e 5.26 risultano arbitrariamente traslate lungo la bisettrice, in quanto cio' dipende dalla scelta dell'origine del sistema

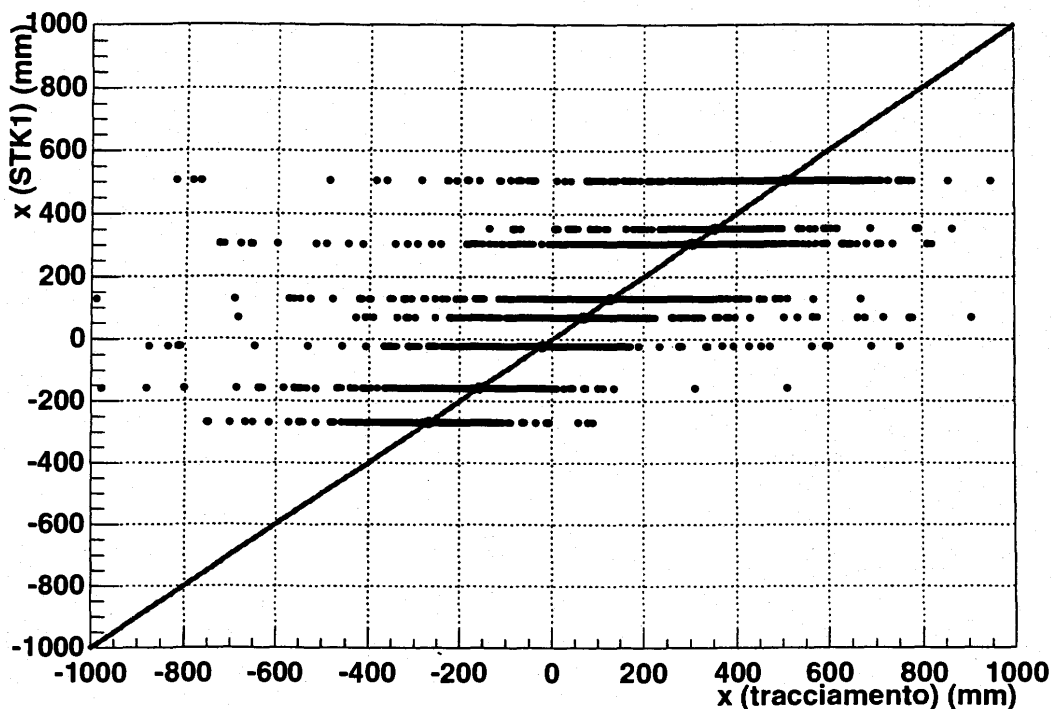


Figura 5.25: Correlazione tra la coordinata x misurata sul telescopio e la coordinata x del prolungamento della traccia, ricostruita tramite le camere a fili.

di riferimento. E' importante pero' che si sviluppino lungo la bisettrice: in questo modo, infatti, le coordinate ottenute con i due metodi possono essere confrontate.

La larghezza delle distribuzioni in direzione perpendicolare alla bisettrice e' dovuta:

- all'indeterminazione associata all'estrapolazione delle tracce e alla misura della posizione dalle misure temporali;
- al decadimento dei pioni in muoni dopo WC4.

Quest'ultimo motivo, in particolare, rende interessante lo studio delle correlazioni. Se un pione decade dopo WC4, infatti, il prolungamento della traccia cadrà in una posizione diversa dal punto reale di passaggio del muone dal decadimento. Lo studio di queste differenze può aiutare ad identificare questa classe di muoni. Questo e'

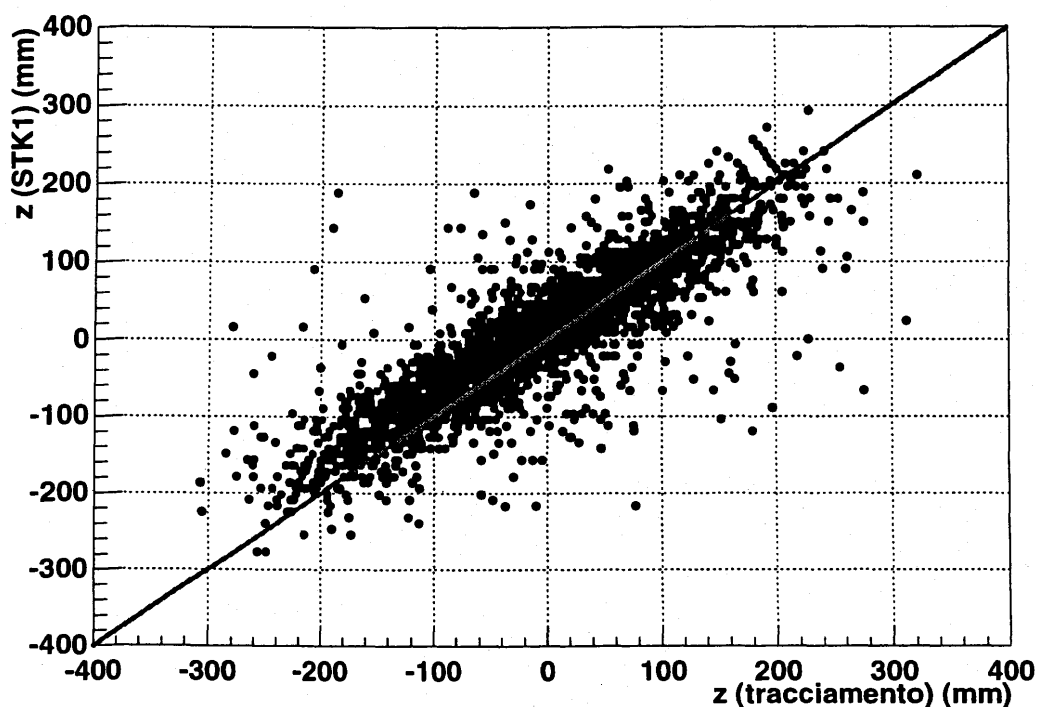


Figura 5.26: Correlazione tra la coordinata z misurata sul telescopio e la coordinata z del prolungamento della traccia ricostruita tramite le camere a fili.

stato fatto studiando i residui r_x ed r_z , definiti come la differenza tra le coordinate calcolate dal tracciamento e misurate sul telescopio. La figura 5.28 mostra la correlazione tra r_x ed r_z .

Gli eventi al di fuori della regione evidenziata in figura 5.28 rappresentano eventi di decadimento.

5.4 Reti neurali.

I concetti di base delle reti neurali e del *neural computing* verranno discussi nel capitolo 6. Qui si vuole introdurre il software che è stato utilizzato nell'analisi dei dati del telescopio π/μ e accennare ad una problematica legata al *training* della rete neurale.

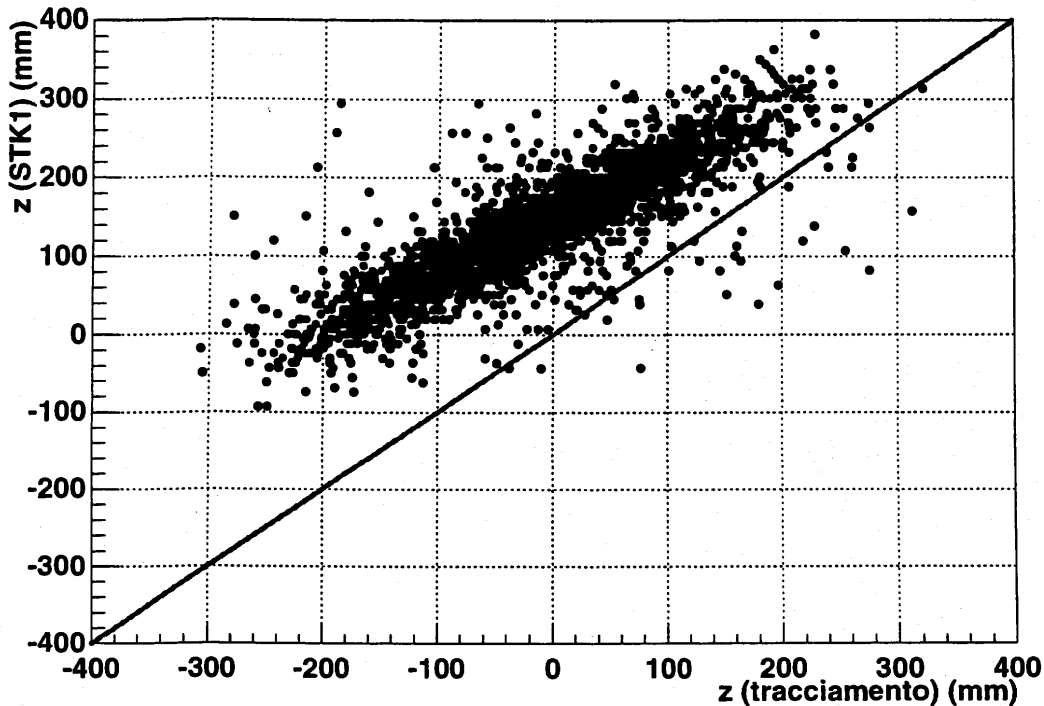


Figura 5.27: Correlazione tra la coordinata z misurata sul telescopio e la coordinata z del prolungamento della traccia ricostruita tramite le camere a fili.

5.4.1 NEURAL 2.00

Il programma NEURAL 2.00 [Od96] puo' essere utilizzato in modo *stand-alone* o in modo *slave*: nel primo, il programma e' indipendente e richiede un *file* di direttive per il *training* e per la classificazione; nel secondo, vengono messe a disposizione del programma principale di analisi un insieme di *routine* per le operazioni di in-izializzazione della rete, del *training* e della classificazione. L'analisi dei dati delle simulazioni e del *test* del prototipo sono state realizzate utilizzando NEURAL in modo *stand-alone*, mentre per i dati dell'esperimento, NEURAL e' stato implementato in modo *slave* nel programma di analisi YBOS (si veda il paragrafo 7.1).

Per il *training* e' necessario creare due *file*, uno per i pioni ed uno per i muoni, che contengono i valori delle variabili utilizzate per la classificazione. L'efficienza di identificazione della rete neurale dipende dal numero di eventi utilizzati per il

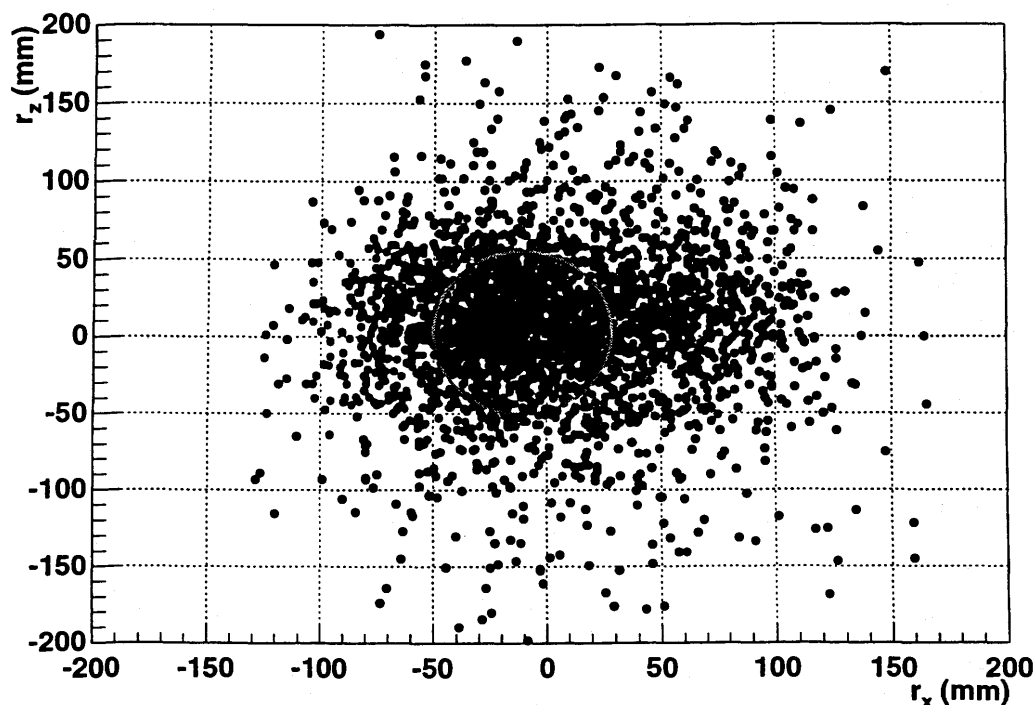


Figura 5.28: Residui r_x ed r_z tra i due metodi di determinazione del punto di passaggio della particella sul telescopio.

training. Come si vedrà nel paragrafo 6.5.1, è stato compiuto uno studio per stabilire il numero minimo di eventi necessario. Un numero eccessivo di eventi, oltre a richiedere più tempo per acquisirli ed elaborarli, può condurre ad un *overtraining* con conseguenze non prevedibili per la rete.

5.4.2 *Training* della rete.

Per il *training* dei muoni viene utilizzato un fascio di muoni selezionati nell'*hardware* tramite il tempo di volo lungo il canale.

Particolare attenzione va posta sul criterio per il *training* della rete neurale. L'analisi dei dati ha evidenziato tre livelli di accuratezza:

11. *training* a momento fisso uguale per pioni e muoni ed uguale per tutte le palette del primo strato del telescopio;

12. *training* a momento fisso diverso per pioni e muoni ma ancora uguale per tutte le palette;
13. *training* a momento diverso e variabile.

Il livello *l1* e' quello che e' stato implementato fino ad ora. Rappresenta il livello tecnicamente piu' semplice: e' sufficiente infatti spostare via via il fascio, in *run* successivi, fino a colpire tutte le palette. Il cambio da pioni a muoni, come gia' osservato, viene fatto nell'*hardware*. Il *training* cosi' ottenuto, pero', si rivela inefficiente a riconoscere i muoni decaduti con un momento diverso da quello del *training*.

Capitolo 6

Le reti neurali.

Scopo del presente capitolo e' di descrivere le caratteristiche dell'algoritmo neurale che e' stato impiegato per l'analisi dei dati dal telescopio π/μ e che e' stato introdotto nel paragrafo 5.4. Il concetto di *neural computing*, le caratteristiche generali e alcuni dettagli particolari delle reti neurali verranno illustrati tramite i risultati del programma che e' stato utilizzato.

6.1 *Neural computing.*

L'idea di rete neurale nasce dall'osservazione del principio di funzionamento del cervello. L'unita' di base del cervello, e piu' in generale del sistema nervoso che il cervello preside, e' il neurone che e' costituito da un nucleo centrale, da terminazioni di ingresso (i dendriti) da cui riceve i segnali dagli altri neuroni e da una terminazione di uscita, detta assone, su cui si propaga il segnale di risposta del neurone. La sinapsi, ad azione chimica, e' la regione di congiunzione tra l'assone e il dendrito di un altro neurone. Il neurone, nel suo nucleo centrale, e' in grado di integrare in maniera pesata i segnali di ingresso e di rispondere diversamente alle sequenze di segnali presentati in ingresso. I pesi dati ai segnali che alimentano un neurone si formano alla nascita del neurone e possono essere modificati nel processo di apprendimento. Un singolo neurone e' capace di semplici operazioni, come l'AND logico ma le potenzialita' risiedono nella cooperazione tra neuroni interconnessi: il comportamento di una rete con un numero qualsiasi di interconnessioni non e' in genere predicibile.

Una rete neurale puo' essere riprodotta nell'hardware o tramite circuiti elettrici o tramite circuiti ottici: entrambe le soluzioni hanno trovato applicazioni in svariati campi, tra cui la fisica delle particelle. Parallelamente all'implementazione hardware delle reti neurali, si e' seguita la strada dell'applicazione del meccanismo del neurone nella computazione, dando origine ad un campo di studio noto come computazione neurale (*neural computing*).

6.2 Regola di Hebb, *perceptron* e reti neurali *feed-forward*.

Il principio di attivazione del neurone puo' essere sintetizzato nella formula di Hebb, che nella sua espressione piu' semplice, diventa

$$S_i = h_i \left(\sum_{j=1}^n w_{ij} S_j \right) \quad (6.1)$$

dove S_i e' la risposta di un generico neurone i , mentre S_j , $j = 1, n$ sono i segnali degli n neuroni che hanno interconnessioni con i . Definiamo *pattern* l'insieme degli S_j . Nel caso piu' semplice la funzione di attivazione h_i , puo' essere la funzione unita' $h_i(x) = x$ oppure la funzione a gradino $h_i(x) = q(x) = x/\text{mod}(x)$. Generalmente h viene scelta non lineare. Per problemi semplici, i pesi w_{ij} possono essere calcolati in modo analitico, come nel caso della logica AND.

Si osservi come la regola di Hebb possa essere interpretata come un insieme di curve che ripartiscono lo spazio delle variabili di input, permettendo di separare classi di *pattern*. La piu' semplice architettura di rete neurale consiste in uno strato d'ingresso e da uno strato di nodi d'uscita¹. In questo caso si parla di rete ad uno strato: il primo strato non viene infatti conteggiato² perche' i nodi di ingresso sono semplicemente i segnali di ingresso e non corrispondono a neuroni. Tale rete e' chiamata *perceptron* semplice. Una complicazione immediatamente successiva porta ad introdurre degli strati nascosti di nodi, ma richiede che i neuroni nello strato i -esimo siano alimentati solo dai neuroni dello strato $(i-1)$ -esimo. Non ci sono

¹Di seguito i termini nodo e neurone verranno usati equivalentemente.

²Benche' in letteratura non c'e' accordo preciso.

quindi connessioni dagli strati superiori verso gli strati inferiori, ne' connessioni tra strati non contigui. Questa architettura e' nota come *feed-forward* (FF) (Rosenblatt, 1982) ed e' l'architettura implementata da NEURAL. In esso, e' possibile specificare il numero N di strati di nodi e il numero M_i di nodi per ciascuno strato. Il paragrafo 6.6 illustra i *test* eseguiti per la scelta dell'architettura, la cui versione definitiva e' illustrata in figura 6.1.

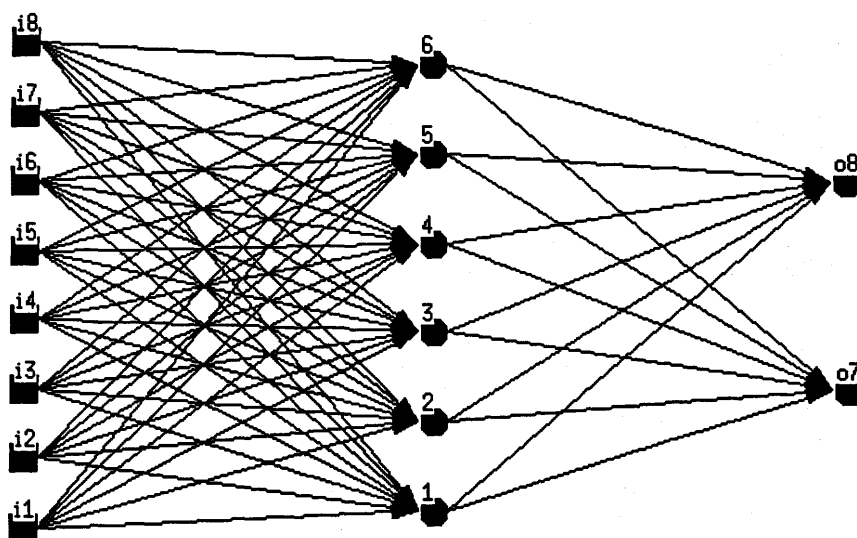


Figura 6.1: Rete neurale *feed-forward* implementata nel programma NEURAL.

Un solo strato nascosto si e' dimostrato efficiente per i nostri scopi. Due nodi di uscita permettono di specificare se la particella analizzata e' un pione o un muone³. L'impostazione del numero di nodi nello strato nascosto e' lasciato al programma (benche' sia possibile cambiare il valore di default) che utilizza una formula basata sul numero di nodi d'ingresso e sul numero di nodi d'uscita.

³In realta' un solo nodo e' sufficiente per due classi; una versione con un solo nodo finale e' stata implementata senza apprezzabili differenze.

6.3 *Training e back-propagation.*

Come osservato nel paragrafo precedente, nella situazione di architetture semplici, esistono algoritmi che permettono di calcolare i pesi dei nodi in maniera analitica, ricorrendo ad operazioni di inversione di matrici. In generale però questa operazione, detta apprendimento (*learning*) della rete neurale, richiede l'utilizzo di metodi di tipo numerico. Nell'apprendimento di tipo supervisionato (in contrapposizione all'apprendimento non supervisionato che verrà citato nel paragrafo 6.4, un insieme di *pattern* di cui si conosce la classe di appartenenza (per noi pioni o muoni precedentemente identificati per mezzo del tempo di volo lungo il canale) vengono presentati alla rete neurale che aggiusta i pesi in modo da rispondere in modo corretto. In NEURAL, i pesi sono inizialmente impostati a dei valori casuali, compresi in un certo intervallo impostabile dall'utente, o possono essere forniti dall'utente che può decidere la configurazione di partenza. L'idea di Hopfield [Mu90] è di identificare la memoria con l'attrattore dinamico nello spazio delle configurazioni della rete neurale (dove le variabili sono i pesi). Hopfield introduce inoltre la funzione energia, o funzione di costo E_c , che, per un dato insieme di *pattern* da memorizzare, misura la distanza, detta di Hamming, della rete neurale nella sua configurazione iniziale dall'attrattore corrispondente alla configurazione in cui i *pattern* sono correttamente memorizzati. Esistono diverse definizioni della funzione energia: le due scelte offerte da NEURAL si sono dimostrate equivalenti ai nostri scopi.

Vale la pena di spendere due parole sulla distinzione tra rete neurale come memoria associativa e come classificatore. Nel primo caso si è interessati a memorizzare un certo numero N di *pattern* diversi e sfruttare la proprietà di generalizzazione della rete neurale di associare l' $(N + 1)$ -esimo *pattern* ad uno degli N *pattern* memorizzati. Nel secondo caso, gli N *pattern* memorizzati (dell'ordine delle migliaia) si riferiscono a poche classi (due nel nostro caso): anche in questo caso si sfrutta la proprietà di generalizzazione per far evolvere l' $(N + 1)$ -esimo *pattern* verso uno degli N memorizzati. In questo caso però, ciò equivale a far precipitare lo stato nel bacino di attrazione della classe cui appartiene l'evento che ha generato quel *pattern*.

Poiché la funzione di costo misura la distanza dalla configurazione ideale, com-

piere il *training* della rete neurale corrisponde a minimizzare la funzione di costo nello spazio dei pesi. Questa operazione si rivela delicata in quanto la rete neurale puo' cadere in un minimo locale. Il metodo di minimizzazione della funzione di costo si rivela cruciale per il corretto funzionamento della rete. La letteratura abbonda di metodi di minimizzazione di cui cito quattro tipi (da cui sono state ricavate diverse varianti):

1. metodo di Newton: pesante dal punto di vista computazionale in quanto richiede il calcolo di derivate seconde accanto alle derivate prime;
2. equazioni differenziali per studiare la variazione dei pesi all'evolvere della soluzione: possono essere risolte sfruttando risolutori (*solver*) di equazioni differenziali;
3. algoritmo genetico: meno soggetto alla caduta in minimi locali ma di piu' complicata trattazione;
4. ricerca di linea: la ricerca viene effettuata lungo opportune direzioni nello spazio delle configurazioni.

In quest'ultimo contesto si inserisce il metodo a discesa di gradiente nel quale la direzione di ricerca per ciascun peso viene calcolata dal gradiente (derivata parziale) della funzione di costo rispetto al peso in questione. In particolare, nel contesto del metodo di ricerca a discesa di gradiente, si inserisce l'algoritmo di *back-propagation* (BP) utilizzato da NEURAL.

Nel BP *training*, i *pattern* dell'insieme di *training* vengono singolarmente propagati attraverso la rete e gli errori (le distanze dalla risposta attesa) vengono propagati all'indietro (da cui il nome). Dopo la presentazione di un certo numero (NUPDAT) di *pattern* dell'insieme di *training*, gli errori propagati all'indietro vengono utilizzati per aggiornare i pesi w_{ij} . In questo modo il successivo sottoinsieme di *pattern* viene propagato attraverso la rete in una nuova configurazione. L'aggiornamento dei pesi viene eseguito tramite il metodo a discesa di gradiente. La presentazione dell'intero set di *pattern* di *training* e' detta epoca di *training*. L'insieme di *training* viene presentato diverse volte (NEPOBP) e la convergenza della funzione di costo viene

studiata ad ogni epoca. I parametri NUPDAT, NEPOBP e il criterio di convergenza, FCIGBP, possono essere impostati dall'utente. In particolare si puo' richiedere che la ricerca del minimo termini quando viene soddisfatto il criterio di convergenza (se il numero di epoche e' minore di NEPOBP) o che continui fino ad un numero di epoche pari a NEPOBP.

Possono essere fatte delle ottimizzazioni per accelerare la convergenza della funzione di costo e per evitare di terminare in minimi locali; i parametri coinvolti riguardano il metodo di minimizzazione (tutti possono essere impostati dall'utente):

1. η , il parametro di apprendimento che modula il gradiente nell'aggiornamento dei pesi

$$\Delta w_{ij} = \eta \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} \quad (6.2)$$

cui e' legata la velocita' di spostamento dei pesi durante il *training*. Sono state proposte soluzioni adattative (Cater, 1987) per cui η dipende dalla variazione ΔE della funzione di costo: se, ad esempio, $\Delta E > 0$, η puo' essere riscaldato in modo che la ricerca in quel punto avvenga piu' lentamente. In NEURAL, η ha un valore costante durante tutto il *training*.

2. α , il parametro momento (Plaut, 1986), aggiunge una sorta di inerzia nelle regioni dove ci sono fluttuazioni di E_c , mentre permette un'accelerazione nelle regioni piatte;
3. GPADD, e' un valore costante aggiunto ai pesi in fase di aggiornamento. Agisce come una sorta di rumore che permette di uscire da minimi locali non troppo profondi.

Le scelte che sono state operate per i parametri di *training* e per i parametri di ottimizzazione sono discussi nel paragrafo 6.7.

6.4 Reti neurali *non-feed-forward* e apprendimento non supervisionato.

Fino a questo punto si e' parlato di reti neurali di tipo *feed-forward*, dove le connessioni potevano avvenire solo in avanti e per strati vicini. La generalizzazione

di questa tipologia di reti e' la rete ricorrente (RR) dove le connessioni sono nei due sensi (in genere con $w_{ij} \neq w_{ji}$, dove i nodi i e j possono appartenere a strati qualsiasi). Nella rete ricorrente, ai nodi sono permesse connessioni con se stessi ($w_{ii} \neq 0$).

Il metodo BP puo' essere applicato alla RR, purché sia dato che essa converga ad uno stato stabile.

Un'altra possibile generalizzazione riguarda l'apprendimento. Nell'apprendimento supervisionato, come visto, i *pattern* dell'insieme di *training* sono etichettati con la classe di appartenenza. Nell'apprendimento non supervisionato, la rete neurale deve indagare la correlazione tra i *pattern* di *training* e codificarli all'uscita. I nodi e le connessioni devono mostrare un certo grado di autorganizzazione. La ridondanza dei *pattern* di *training*, discussa in precedente, diventa indispensabile nell'apprendimento non supervisionato. Caso particolare dell'apprendimento non supervisionato e' l'apprendimento competitivo dove un solo nodo di uscita puo' essere attivo in corrispondenza ad un *pattern* presentato in ingresso. Le reti neurali ad apprendimento competitivo sono quindi naturalmente adatte per raggruppare o categorizzare i dati in ingresso. L'applicazione piu' importante di questo tipo di reti e' la *Vector Quantization* (VQ), dove un vettore in ingresso viene sostituito dall'etichetta della classe cui appartiene. Questa tecnica trova largo impiego per la compressione dei dati, l'immagazzinamento e la trasmissione di immagini e audio. Una versione supervisionata di VQ, la *Learning Vector Quantization* (LVQ), proposta per la prima volta da Kohonen (1989), viene implementata da NEURAL.

L'utente puo' decidere la tipologia di rete. Per i nostri scopi la rete con *training* BP si e' dimostrata piu' efficiente della rete LVQ. In tabella 6.1 sono mostrate le efficienze di discriminazione per i pioni e per i muoni (e la media dei due) per i due diversi metodi. Gli errori sulle efficienze possono essere resi trascurabili eseguendo il *test* con un numero sufficientemente elevato di *pattern*.

6.5 Caratteristiche generali delle reti neurali.

Tra le caratteristiche che rendono gli algoritmi neurali generalmente piu' efficienti rispetto ad altri algoritmi (ad esempio per compiti di classificazione, come nel nostro

	LVQ	BP
π	99.7%	99.0%
μ	93.0%	98.9%
media	96.4%	98.9%

Tabella 6.1: Confronto tra i metodi di BP e LVQ (vedi testo).

caso) vanno menzionate:

1. la capacita' di generalizzazione;
2. la bassa sensibilita' al rumore;
3. la robustezza.

6.5.1 Capacita' di generalizzazione.

La capacita' di generalizzazione, cui si e' gia' fatto cenno in precedenza, riguarda l'abilita' a classificare un *pattern* sconosciuto a partire da quelli conosciuti. Il cervello, ad esempio, ci permette di classificare un animale come cane anche se appartiene ad una razza mai vista prima. Per i nostri scopi questa capacita' e' necessaria ed e' legata alla problematica del numero minimo di *pattern* nell'insieme di *training*, accennata nel paragrafo 5.4.1. A questo scopo si sono studiate le efficienze di identificazione (EI) di pioni e muoni⁴ in funzione del numero di *pattern* negli insieme di *training* per i pioni e per i muoni. La figura 6.2 illustra i risultati per i dati a 22 MeV.

Si osservi che a partire da 200 *pattern* l'EI si stabilizza attorno al 98% per i π e al 99% per i μ . La maggiore efficienza per i μ dipende da motivazioni fisiche e non e' legata alla rete neurale. Si e' provato a fare il *training* della rete utilizzando un diverso rapporto di eventi per i π e per i μ ($\pi : \mu$ 2 : 1, 3 : 1, 4 : 1, 5 : 1) senza pero' ottenere sostanziali miglioramenti.

⁴La EI e' definita come la frazione di pioni (muoni) identificati come pioni (muoni).

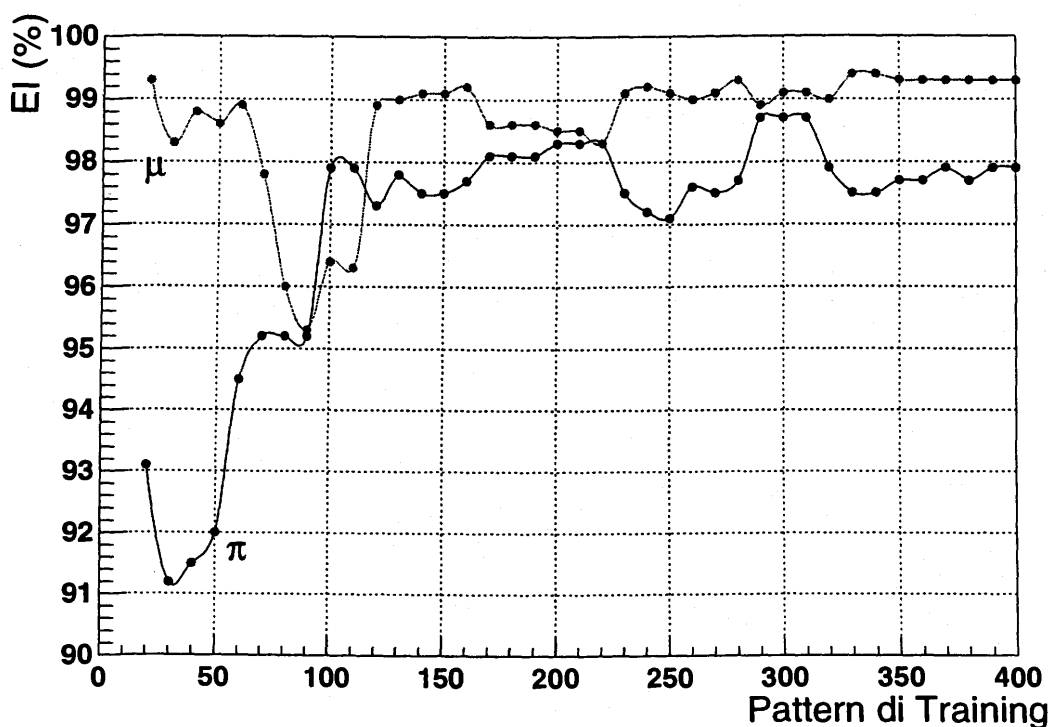


Figura 6.2: Efficienza di identificazione (EI) in funzione del numero di *pattern* utilizzati per il *training*.

6.5.2 Bassa sensibilita' al rumore.

Per bassa sensibilita' al rumore si intende la capacita' di riconoscere *pattern* non integri: il nostro cervello e', ad esempio, capace di riconoscere un uomo con la barba anche se lo si era conosciuto senza. Per i nostri scopi, questa caratteristica e' importante in quanto non e' garantito che i *pattern* di *training* siano sempre completamente puri (si riveda a proposito la discussione fatta per il *test* del prototipo, paragrafo 5.2.2).

Per studiare questa caratteristica nella nostra rete neurale, abbiamo contaminato con muoni l'insieme di *training* per i pioni e con pioni l'insieme per i muoni e abbiamo studiato l'EI in funzione della contaminazione percentuale (uguale per entrambe le particelle). La figura 6.3 illustra l'EI dei pioni.

Si osservi che la rete neurale continua a riconoscere i pioni anche con una rilevante

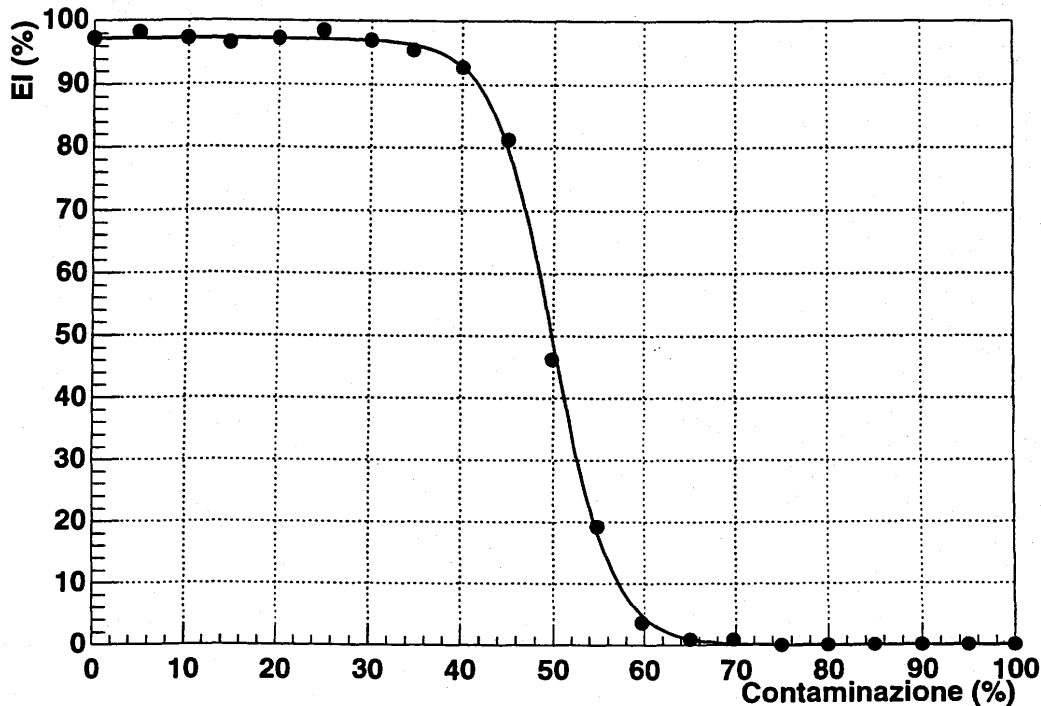


Figura 6.3: Efficienza di identificazione (EI) per i pioni in funzione della contaminazione percentuale dell'insieme di *training*.

(40%) contaminazione dell'insieme di *training* e collassa in prossimità' di un valore critico.

6.5.3 Robustezza.

La robustezza si riferisce alla lenta diminuzione della capacità di identificazione in funzione della degradazione fisica della rete neurale, consistente nell'eliminazione di connessioni tra i nodi. Questa caratteristica è meno importante rispetto ad altre, in quanto nel caso dell'implementazione software è poco probabile che la rete risulti degradata. Ciò nonostante, per motivi di completezza, è stato eseguito un *test* sulla robustezza.

Nel *test* sulla robustezza, le connessioni venivano via via eliminate secondo una sequenza casuale: l'EI è stata studiata in funzione del numero di connessioni ri-

mosse. L'EI ha un andamento pressoché uniforme fino ad un valore di soglia dopo il quale si ha un *breakdown*. Il punto di *breakdown* dipende dalla sequenza casuale di rimozione delle connessioni. Nella situazione migliore, la soglia raggiungeva il 50% delle connessioni rimosse.

6.6 Scelta dell'architettura.

Benche' la letteratura suggerisca dei criteri per stabilire l'architettura ottimale della rete, noi abbiamo optato per un criterio di tipo euristico. NEURAL pone il vincolo della rete FF con *training* BP; la scelta riguarda il numero di strati e il numero di nodi per strato. Poiche' dei *test* preliminari avevano mostrato che un'architettura con uno strato nascosto offre già prestazioni ottimali, abbiamo confrontato l'architettura a uno e a due strati nascosti soltanto.

Nel caso di uno strato nascosto si sono studiate le architetture con 3,6,9,12 e 15 nodi interni, rispettivamente. Le EI sono state studiate in funzione del numero di epoche utilizzato per il *training*. L'architettura con sei nodi interni, che è quella suggerita per *default* da NEURAL, si è rivelata la migliore ed quella che è stata adottata.

Le architetture 4-4-2⁵ e 4-3-2 si sono rivelate peggiori in termini di EI e lo stesso vale per le 6-5-2, 6-4-2 e 6-3-2, mentre delle efficienze migliori si sono ottenute con le architetture 5-5-2, 5-4-2 e 5-3-2, ma comunque peggiori dell'architettura suggerita da NEURAL.

6.7 Impostazione dei parametri della rete.

Come già osservato in precedenza, NEURAL offre all'utente una vasta scelta di opzioni per il *training*; qui verranno discusse solo le scelte significative al nostro problema. Per parametri come il momento α , η , il rumore GPADD, discussi in precedenza, l'EI non si è rivelata sensibile al cambiamento dei valori di default. Scelte sensibili riguardano invece la funzione di trasferimento h , discussa nel paragrafo 6.2, e il parametro NUPDAT, discusso nel paragrafo 6.3, che controlla il nu-

⁵La notazione significa 4 nodi per ciascuno dei due strati interni e 2 nodi di output

mero di *pattern* di *training* da presentare alla rete prima dell'aggiornamento della configurazione.

La scelta della funzione di trasferimento e' caduta sulla tanh che ha dimostrato di produrre un'EI piu' alta rispetto alla sigmoide, $1/(1 + e^{-x})$, e alla Breit-Wigner, $1/(1 + x^2)$. La tabella 6.2 mostra i risultati del *test*.

	$\frac{1}{1+e^{-x}}$	tanh	$\frac{1}{1+x^2}$
π	90.9%	98.9%	94.0%
μ	95.9%	99.2%	95.5%
media	93.5%	99.1%	94.8%

Tabella 6.2: Confronto tra le funzioni di trasferimento dei nodi.

Per quanto riguarda NUPDAT, si e' studiata la convergenza della funzione di costo E_c in funzione delle epoche di *training* per diversi valori di NUPDAT. La figura 6.4 mostra che il valore 10 (di default) conduce ad una convergenza piu' veloce. Valori inferiori conducono invece a soluzioni poco attendibili.

I risultati ottenuti non sorprendono. Nel caso di NUPDAT grande, infatti, per ogni epoca, la rete neurale subisce piccole variazioni, per cui la funzione di costo e' monotona e varia piu' lentamente. Nel caso di NUPDAT troppo piccolo, invece, i continui aggiornamenti dei pesi conducono alle fluttuazioni indesiderate.

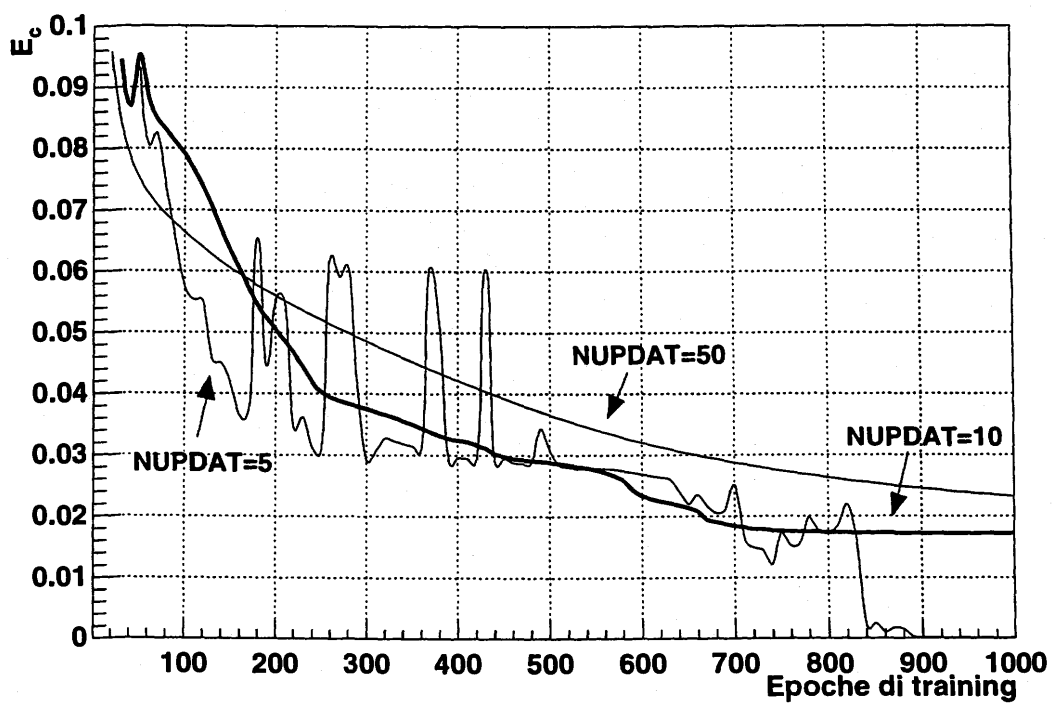


Figura 6.4: Convergenza della funzione di costo E_c in funzione delle epoche di *training* per tre diversi valori del parametro NUPDAT.

Parte III

Analisi dei dati.

Capitolo 7

Analisi e riduzione.

Il presente capitolo illustra gli strumenti ed i metodi utilizzati per l'analisi dei dati e l'estrazione delle quantità necessarie alla derivazione delle sezioni d'urto.

Il paragrafo 7.1 introduce il *software* di analisi mentre i paragrafi rimanenti discutono le problematiche della ricostruzione delle tracce, della definizione del vertice di interazione e dell'angolo di diffusione e dell'identificazione delle particelle.

7.1 Il *software* di analisi.

I dati dall'acquisizione vengono passati al sistema di analisi (SUSIYBOS, [Se92]) nel formato YBOS, in cui le informazioni sono strutturate in banche di dati. Ai dati codificati in una banca si può accedere tramite il nome della banca. La strutturazione dei dati nelle banche (e delle banche nelle cosiddette "liste di banche") ne permette una più flessibile manipolazione.

La manutenzione delle *routine* FORTRAN, che costituiscono il pacchetto SUSIYBOS, è stata gestita tramite il sistema CVS [CVS]. La gestione centralizzata da parte di CVS facilita il mantenimento della storia delle versioni e impedisce i conflitti tra le versioni create da diversi sviluppatori.

7.2 Ricostruzione delle tracce.

I dati che vengono presentati al programma di analisi consistono in banche di informazioni riguardanti il raggruppamento dei canali PCOS, i TDC che misurano i

tempi di *drift* nelle camere WC3-4 e gli ADC di lettura delle strisce delle camere WC1-3 e dei fototubi dei telescopi CFT.

L'informazione dal sistema PCOS si traduce direttamente nei numeri identificativi dei fili nelle camere WC1-2 e quindi in angoli nel piano xy . Le informazioni dalle camere WC3-4 vengono opportunamente tradotte in angoli nel piano xy .

La *routine* per la ricostruzione delle tracce, consiste in un metodo di ricerca che considera tutte le possibili combinazioni dei punti di passaggio nelle camere, fino a trovare la combinazione dalla quale si ottiene la traccia piu' verosimile. Questo metodo e' accurato ma piuttosto lento e fallisce se il segnale da una camera a fili non e' stato registrato a causa dell' inefficienza delle camere. Tipici valori per le efficienze delle camere a fili sono indicati in tabella 7.1.

	WC1	WC2	WC3
π	95%	96%	90%
p	99%	99%	95%

Tabella 7.1: Efficienze di attivazione delle tre camere a fili piu' interne, per i pioni e per i protoni.

Un secondo algoritmo che e' stato implementato richiede sempre un segnale da WC4 e ha successo anche se mancano segnali da una delle tre camere WC1-3. La combinazione dei due algoritmi aumenta l'efficienza di ricostruzione delle tracce fino al 97%.

7.3 Vertice ed angolo di diffusione.

Il primo compito nella determinazione dell'angolo di diffusione e' di decidere quali dei punti di passaggio nella camere WC1-2 sono associati con il pione entrante. Sono infatti presenti delle ambiguita' quando i pioni diffusi all'indietro attraversano il fascio incidente nelle regioni di WC1, WC2 o WC3. Un software opportuno permette di risolvere queste ambiguita'.

Nel calcolo dell'angolo di diffusione e delle coordinate del vertice, si assume che

le traiettorie delle particelle entro la regione dei CFT siano descritte da cerchi. Il cerchio associato con il fascio incidente e' definito dal suo raggio

$$R = \frac{P}{0.2997 \times |B_z|}, \quad (7.1)$$

con P in MeV/c, B_z in Tesla, R in mm, e dai punti di passaggio in WC1 e WC2. Risolvendo l'equazione di questo cerchio e del cerchio che passa per i punti di passaggio in WC1, WC2 e WC3 delle particelle diffuse, si possono ottenere due punti di intersezione (o nessuno). Dei due, il punto piu' vicino al centro del bersaglio viene scelto come vertice. Per quegli eventi per i quali viene rivelato anche il protone di rinculo, si avranno sia un vertice pionico sia un vertice protonico. Un taglio di 10 mm tra questi due vertici permette di rigettare alcuni eventi di fondo o di erronea ricostruzione delle tracce.

L'angolo di diffusione e' calcolato dal prodotto scalare dei due vettori tangenti ai cerchi nel punto di intersezione.

L'algoritmo per calcolare il momento delle particelle diffuse e' basato su di un metodo di *spline* quintiche [Wi74], opportunamente adattato per CHAOS.

7.4 Identificazione delle particelle.

Test preliminari vengono impiegati per individuare i pioni del fascio ed eliminare i muoni e gli elettroni presenti lungo il canale. Il tempo di volo dal contatore TCAP, presente a monte del canale, e lo spettrometro CHAOS e' generalmente sufficiente a questo scopo. Nella distribuzione di figura 7.1 e' possibile individuare i tre picchi corrispondenti al pione (a sinistra), al muone e all'elettrone.

I muoni derivanti dai pioni decaduti all'interno dello spettrometro CHAOS, prima del bersaglio, hanno il tempo di volo del pione dal quale sono decaduti¹. Il taglio sul tempo di volo non permette dunque di rigettare questi muoni. Per essi, pero', non e' possibile ricostruire il vertice di interazione o il vertice e' ricostruito fuori dalla

¹A rigori, questo discorso vale in anche per i pioni decaduti immediatamente prima del contatore del fascio S_1 . Si osservi infatti che i picchi pionico e muonico in figura 7.1 hanno una piccola zona di sovrapposizione. Un taglio conservativo per i pioni, raccoglie anche alcuni di questi muoni. Le considerazioni che seguono, comunque, restano invariate.

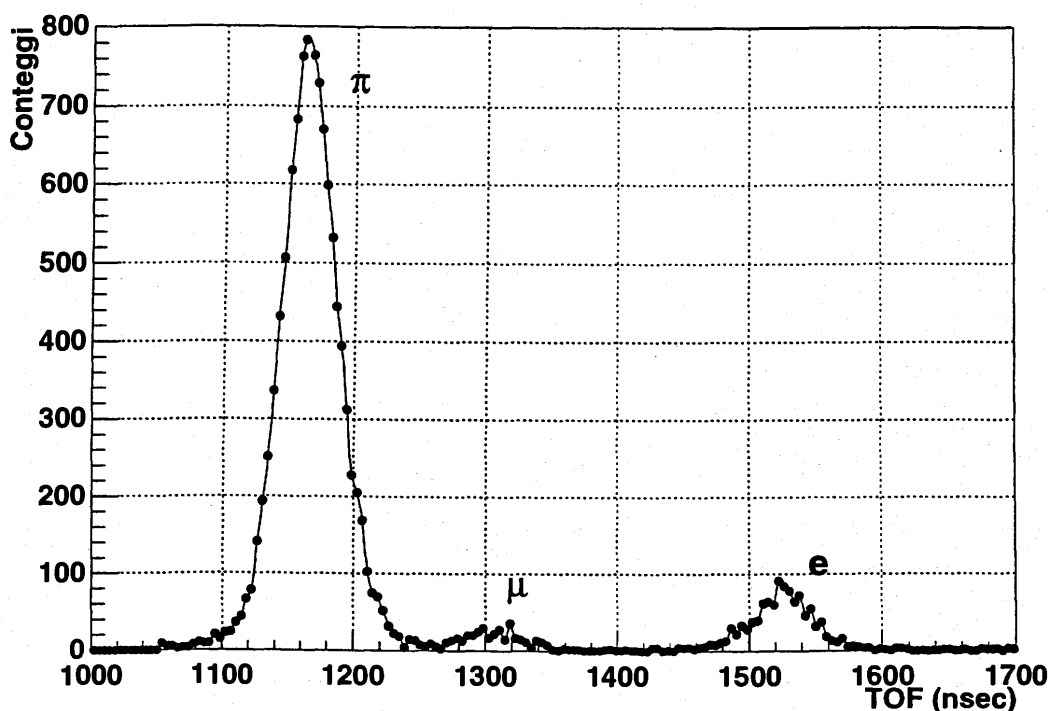


Figura 7.1: Tempo di volo tra il contatore TCAP, a monte del canale, e lo spettrometro CHAOS.

regione del bersaglio. Un *test* sulla posizione del vertice permette di rigettare questi eventi.

Una richiesta aggiuntiva riguarda la proiezione del fascio nella regione del bersaglio. Più precisamente, la traiettoria del fascio incidente, ricostruita dalle camere a fili più interne WC1 e WC2, viene prolungata fino ad intersecare ortogonalmente il piano parallelo al piano che seziona il bersaglio (si veda la figura 7.2 per una rappresentazione schematica). *Test* sulle coordinate z (verticale) ed r (piano xy) permettono di rigettare le particelle del fascio che non colpiscono il bersaglio. Poiché il bersaglio ha un'altezza di 80 mm, dalla figura 7.3, che mostra la distribuzione della coordinata z della proiezione del fascio, si osserva che una piccola frazione di eventi nelle code della distribuzione sono da rigettare in quanto il fascio non colpisce il bersaglio.

Un discorso simile vale per la coordinata r , la cui distribuzione è mostrata in

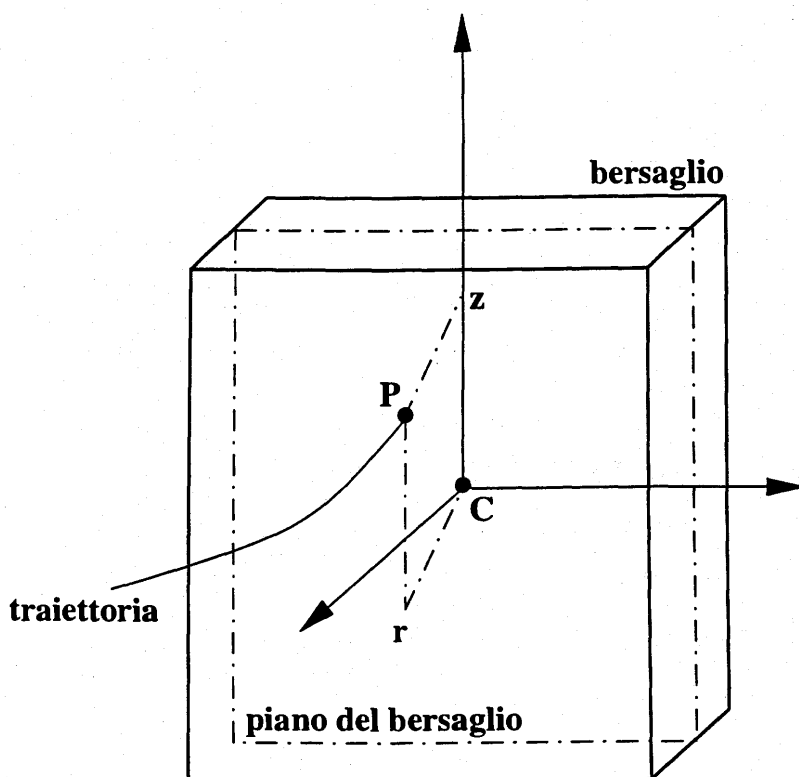


Figura 7.2: Determinazione della proiezione del fascio incidente sul bersaglio.

figura 7.4.

E' da osservare che in questo caso si rigettano perlopiu' pioni che sono stati contati dal rivelatore S_1 . Si vedra' nel paragrafo 8.1 che il numero di pioni incidenti e' necessario per normalizzare gli eventi di diffusione nel calcolo della sezione d'urto. Questo numero va quindi corretto, oltre che per tenere conto degli eventi di decadimento, anche per la frazione del fascio nel bersaglio.

Un altro *test* viene effettuato sulla separazione, nel bersaglio, tra le proiezioni del fascio e della traiettoria della particella uscente. In particolare e' stata studiata la distanza SEPR nel piano xy . Questo *test* non e' ridondante rispetto a quello sul vertice e sulla proiezione del fascio sul bersaglio: ci sono infatti eventi, generalmente associati a tracce mal ricostruite a causa della mancanza di punti di passaggio in una delle camere a fili, che superano il *test* sul vertice e sul fascio incidente ma per i quali le proiezioni delle tracce entrante ed uscente risultano separate piu' della

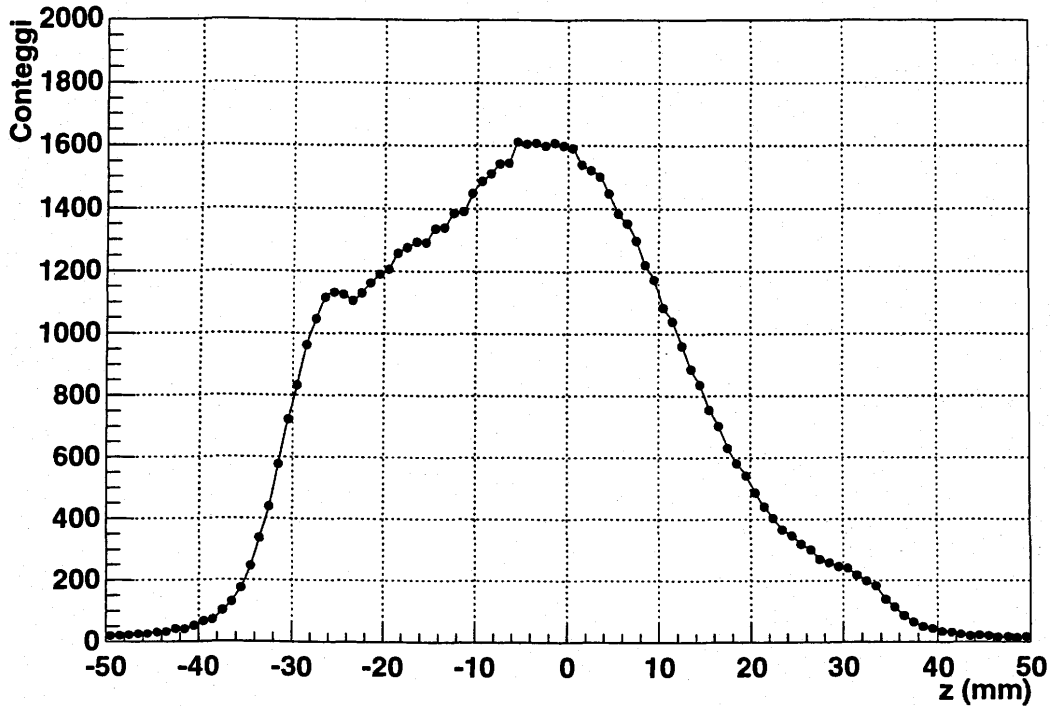


Figura 7.3: Distribuzione della coordinata verticale della proiezione del fascio incidente sul bersaglio.

profondita' del bersaglio. La figura 7.5 mostra la dipendenza tra SEPR e l'angolo di diffusione SAN2 nel piano xy , assieme al box che e' stato applicato².

Tra gli eventi giudicati validi sulla base dei *test* precedentemente descritti, ci sono ancora eventi di fondo, in particolare per piccoli angoli di diffusione.

Come gia' visto in precedenza, la problematica dell'identificazione delle particelle e' diversa a seconda della regione angolare. E' utile richiamare questa differenza:

- regione di piccoli angoli fino a $\sim 30^\circ$;
- regione di angoli $> 30^\circ$.

Nel primo caso la contaminazione muonica e' preponderante e la separazione di pioni e muoni risulta necessaria. In questa regione angolare i protoni possono essere

²Nello studio degli eventi di diffusione a piccoli angoli.

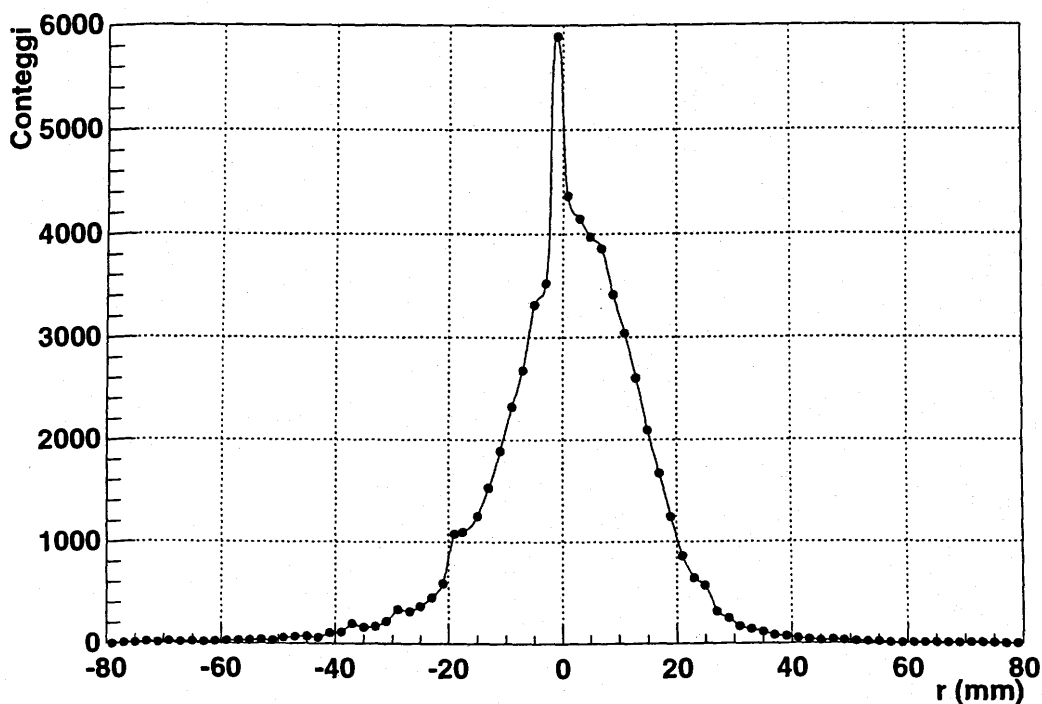


Figura 7.4: Distribuzione della coordinata r della proiezione del fascio incidente sul bersaglio.

separati tramite dei tagli di tipo cinematico (si riveda la figura 5.1). I telescopi CFT non sono capaci di risolvere i pioni dai muoni: d'altra parte nei precedenti esperimenti in cui e' stato impiegato lo spettrometro CHAOS, o non erano previste delle misure per angoli inferiori a 30° , oppure l'energia del fascio era sufficientemente alta da poter trascurare il contributo dei decadimenti dei pioni. L'identificazione delle particelle significa quindi separazione dei pioni e dei muoni. La rete neurale e' stata programmata per rispondere con una variabile logica (1 se pione, 0 altrimenti): "altrimenti" per la rete significa muone. Per completezza va osservato che e' presente anche una ridotta contaminazione elettronica ($< 1\%$): e' in studio un'ipotesi di estendere la rete neurale in modo che la risposta sia piu' esauriente e tenga in considerazione la possibilita' della presenza di altre particelle, come appunto gli elettroni, oltre ai pioni ed ai muoni. In pratica pero' la residua contaminazione degli elettroni puo' essere eliminata con delle richieste aggiuntive sui parametri, come il

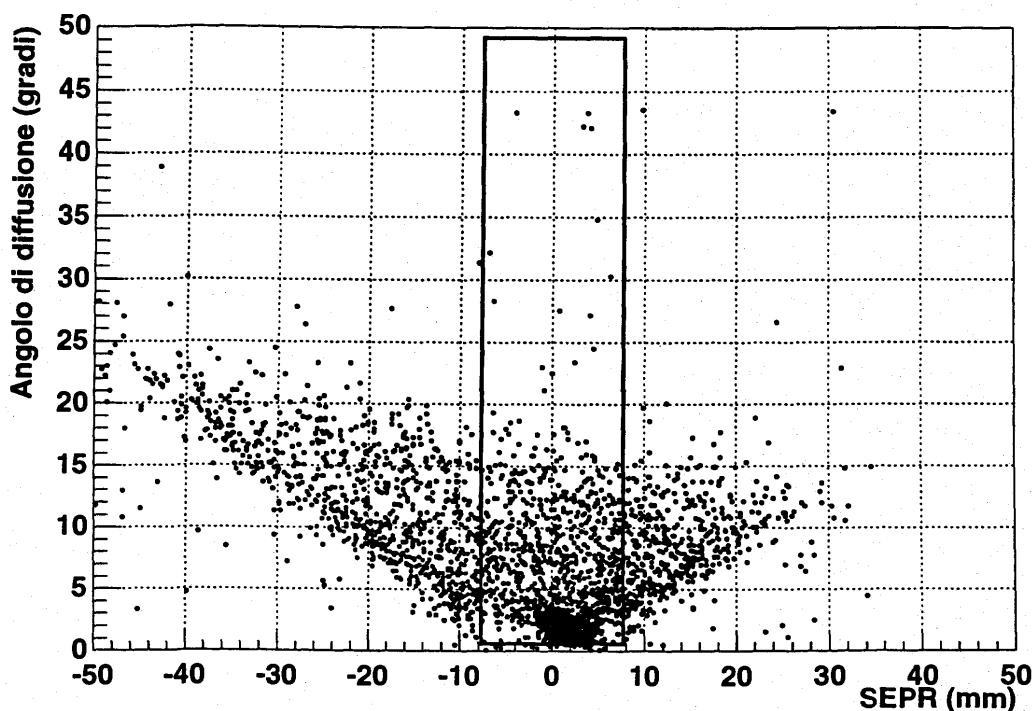


Figura 7.5: Correlazione tra la distanza SEPR tra le proiezioni sul bersaglio delle tracce entrante ed uscente e l'angolo di diffusione nel piano della reazione.

range nel telescopio, utilizzati dalla rete neurale.

La risposta delle rete neurale viene corroborata da alcune ipotesi aggiuntive. Come visto nel paragrafo 5.3.5, la correlazione tra la posizione sul primo strato del telescopio π/μ e il prolungamento della traiettoria, ovvero il residuo dei due, permette di riconoscere i pioni che decadono nell'ultimo tratto del percorso verso il telescopio, cioè' dopo la camera WC4. Queste particelle vengono rigettate dalla rete in quanto sono muoni anche se provengono da pioni diffusi: si può accettare il rigetto e correggere a posteriori, oppure recuperare gli eventi. Si è preferito optare per la prima delle due soluzioni e piuttosto utilizzare lo studio dei residui come verifica della correttezza delle risposte della rete neurale.

L'identificazione per angoli $> 30^\circ$ si basa sull'utilizzo dei telescopi CFT. A questi angoli, non sono presenti muoni dal decadimento dei pioni del fascio (si riveda la figura 5.2) ma solo muoni dal decadimento di pioni diffusi: il fatto che i CFT non

distinguano tra pioni e muoni non costituisce quindi un problema. La separazione va invece fatta tra pioni (o muoni) e protoni.

Capitolo 8

Risultati.

Il presente capitolo illustra come viene definita la sezione d'urto angolare a partire dalla distribuzione angolare degli eventi rivelati dall'apparato sperimentale (paragrafo 8.1). La definizione viene data per i pioni ma puo' essere applicata anche per ricavare le sezioni d'urto muoniche.

Cio' e' stato fatto in un *test*, che ha riguardato la diffusione μC e i cui risultati sono discussi nel paragrafo 8.2. Il motivo per cui, in fase di *test*, si e' preferito studiare la diffusione muonica piuttosto che quella pionica e' legato al fatto che, per i muoni, non e' presente la contaminazione dovuta al decadimento¹ nella regione del bersaglio, discussa per i pioni nel paragrafo 5.1.1.

8.1 Definizione della sezione d'urto.

La sezione d'urto differenziale sperimentale per i pioni e' definita come

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{N}{N_{inc} \cdot N_{tgt} \cdot \Delta\Omega \cdot \epsilon}, \quad (8.1)$$

dove N e' il numero di conteggi ad un certo angolo, N_{inc} il numero di pioni incidenti sul bersaglio, N_{tgt} il numero di centri diffusori per unita' di superficie, ϵ l'efficienza totale e $\Delta\Omega$ l'angolo solido effettivo.

Il numero di pioni incidenti sul bersaglio e' dato da

$$N_{inc} = N_{fascio} \cdot (1 - F_{\pi}) \cdot F_{tgt} \quad (8.2)$$

¹A rigori bisogna osservare che anche i muoni decadono, ma il tempo di decadimento e' di tre ordini di grandezza maggiore al tempo di decadimento del pione.

dove N_{fascio} e' il numero di pioni rivelati dal contatore del fascio S_1 , F_π la frazione di pioni che decadono tra il contatore S_1 e il bersaglio e F_{tgt} la frazione del fascio che incide sul bersaglio.

Il numero di centri diffusori per unita' di superficie e' dato da

$$N_{tgt} = \frac{\rho \cdot w}{\cos(\theta_{tgt})} \quad (8.3)$$

dove ρ e w sono la densita' e lo spessore del bersaglio e θ_{tgt} l'angolo tra la normale alla superficie del bersaglio ed il fascio incidente².

L'efficienza totale e' data da

$$\epsilon = EI \cdot L \cdot \epsilon_{WC} \cdot \epsilon_{analyzer} \quad (8.4)$$

dove EI e' l'efficienza di identificazione dei pioni, L il tempo vivo dell'acquisizione, ϵ_{WC} l'efficienza delle camere a fili e $\epsilon_{analyzer}$ l'efficienza del programma di analisi *online*.

8.2 Sezioni d'urto differenziali μC .

La figura 8.1 mostra la sezione d'urto angolare, nel sistema del laboratorio, per la diffusione elastica μC , ad un'energia cinetica del muone incidente di 55 MeV. Da osservare che nel *test* il telescopio π/μ era stato posizionato a partire da un angolo di $\sim 5^\circ$ e nel trigger si richiedeva di colpirlo. Cio' giustifica la caduta della sezione d'urto per angoli $\sim 30^\circ$ in quanto manca la continuita' con il CFT successivo al telescopio, che e' invece presente nell'esperimento. La discrepanza tra la sezione d'urto sperimentale e la curva teorica attorno a 8° e' invece dovuta ad uno scorretto funzionamento della prima paletta, scoperto in fase di analisi, e successivamente corretto.

La curva teorica e' stata ottenuta correggendo la sezione d'urto di Mott per un nucleo puntiforme (si veda ad esempio [Ha84]) con il fattore di forma per il nucleo di ^{12}C (si veda [Re82]).

² $w / \cos(\theta_{tgt})$ rappresenta lo spessore effettivo visto dal fascio.

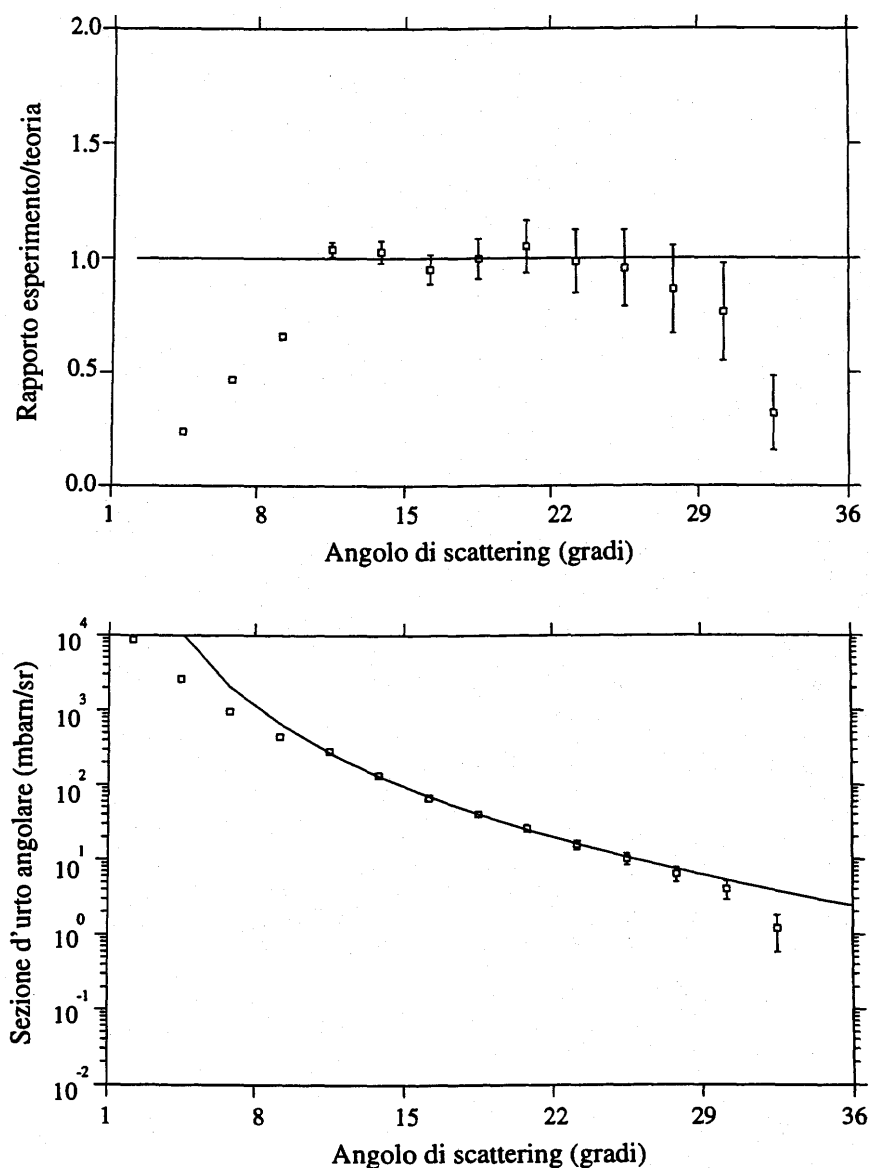


Figura 8.1: In basso: sezione d'urto angolare, nel sistema del laboratorio, per la diffusione elastica μC , ad un'energia cinetica del muone incidente di 55 MeV . La curva rappresenta la predizione del modello. In alto: rapporto tra la sezione d'urto sperimentale e la predizione teorica. Per una spiegazione delle discrepanze ai margini si veda il testo.

8.3 Componente adronica.

Da osservare che l'interazione μC , la cui sezione d'urto e' stata mostrata nel paragrafo precedente con i risultati del *test*, e' di natura elettromagnetica. Nella diffu-

sione elastica πp , il cui studio e' lo scopo principale dell'esperimento CNI, la componente elettromagnetica e' preponderante, ma e' quella adronica che deve essere analizzata e che quindi va estratta dai dati sperimentali.

Ricavare le sezioni d'urto differenziali totali a partire dagli spostamenti di fase adronici non e' problematico in quanto si possono calcolare separatamente le ampiezze adroniche³ e quelle elettromagnetiche e correggere le prime, ad esempio, tramite il metodo NORDITA, citato nel paragrafo 3.3. Le ampiezze totali vengono calcolate come somma di quelle adroniche ed elettromagnetiche (si riveda l'equazione 2.45) ed il termine di interferenza risulta una conseguenza. Piu' difficile e' invece partire dalle sezioni d'urto differenziali totali sperimentali ed estrarre le sezioni d'urto adroniche.

Il metodo impiegato da Koch [Ko80] consiste nel calcolare la sezione d'urto adronica e la sezione d'urto differenziale totale tramite gli spostamenti di fase di una precedente PWA e le correzioni di Tromborg. Di queste viene considerato il rapporto che viene applicato per correggere la sezione d'urto sperimentale ed ottenere, in prima approssimazione, la sezione d'urto sperimentale adronica, su cui effettuare la PWA. Con gli spostamenti di fase ricavati dalla PWA si ripete la procedura. Si ricorregge la sezione d'urto sperimentale e si riapplica la PWA. Questa procedura viene iterata fino ad una convergenza degli spostamenti di fase.

³Cio' e' stato fatto per ricavare le pseudo sezioni d'urto adroniche discusse nel capitolo 9.

Capitolo 9

Discussione.

Il presente capitolo illustra la procedura per l'estrazione della lunghezza di *scattering* a_{0+}^\dagger , del volume di *scattering* a_{1+}^\dagger e del termine σ , a partire dalle sezioni d'urto misurate. Il pregio del metodo impiegato sta nel fatto che a_{0+}^\dagger e a_{1+}^\dagger vengono derivate senza ricorrere ad una PWA, ne' alle relazioni di dispersione.

Poiche' l'esperimento CNI e' ancora in fase di raccolta dati, la procedura e' stata testata utilizzando le pseudo sezioni d'urto calcolate dagli spostamenti di fase della KH80. In particolare, viene dato un valore per a_{0+}^\dagger che e' coerente con quello ricavato dalla KH80.

9.1 Termine σ .

Come visto nel paragrafo 2.3, il termine σ , definito dalla Lagrangiana della QCD e calcolato nel contesto della χPT , puo' essere ricavato dai dati sperimentali, tramite il legame (vedi equazione 2.55) con il termine Σ , a sua volta definito a partire dalla ampiezza D^\dagger , nel punto non fisico di Cheng-Dashen.

Operativamente, i passaggi per calcolare il termine σ a partire dalle sezioni d'urto sono i seguenti:

- Calcolo dell'ampiezza $Re D^\dagger$ nella regione fisica, cioe' per $t < 0$ e $T_\pi > 0$;
- Estrapolazione alla soglia $t \rightarrow 0$ (ovvero $\theta \rightarrow 0$, vedi equazione 2.18);
- Estrapolazione alla soglia $T_\pi \rightarrow 0$ (ovvero $\nu = 0$);

- Estrapolazione nella regione non fisica, al punto di Cheng-Dashen, $t = 2m_\pi^2$ e $\nu = 0$, dove vale la (2.55).

La tabella 9.1 sintetizza le regioni cinematiche per il calcolo del termine σ .

Esperimento	$t < 0$	$\nu > m_\pi$	Re,Im
Estrapolazione a $t \rightarrow 0$	$t = 0$	$\nu > m_\pi$	Re,Im
Estrapolazione a $T_\pi \rightarrow 0 \Rightarrow \nu \rightarrow m_\pi$	$t = 0$	$\nu = m_\pi$	Re
Termine σ	$t = 0$	$\nu = 0$	Re
Cheng-Dashen	$t = 2m_\pi^2$	$\nu = 0$	Re

Tabella 9.1: Regioni delle variabili cinematiche.

Il diagramma di Mandelstam in figura 9.1 illustra le regioni cinematiche di interesse per la πp .

9.1.1 Calcolo di ReD^\dagger ed estrapolazione a $t \rightarrow 0$.

Lo scopo e' di arrivare all'estrapolazione per $t \rightarrow 0$, ovvero $\theta \rightarrow 0$. Risultano quindi particolarmente importanti i punti della misura della sezione d'urto ad angoli in avanti.

Con questo presupposto e' possibile semplificare l'espressione 2.45 per la sezione d'urto differenziale totale. Il termine *spin-flip* puo' infatti essere trascurato per la presenza del fattore $\sin \theta$ nello sviluppo in onde parziali (2.7), che annulla l'ampiezza per $\theta \rightarrow 0$. Risulta quindi

$$\begin{aligned}
 Re(G_\pm) &= \frac{\frac{d\sigma(\pi^\pm p)}{d\Omega} - |G_c|^2}{2Re(G_c)} \mp Im(G_\pm)\phi_c \mp \frac{|G_\pm|^2}{2Re(G_c)} \\
 &\equiv \Delta_\pm(\theta) \mp Im(G_\pm)\phi_c \mp \frac{|G_\pm|^2}{2Re(G_c)} \quad (9.1)
 \end{aligned}$$

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} Re(G_\pm) \sim \Delta_\pm(\theta) \quad (9.2)$$

sfruttando il fatto che per angoli in avanti $|G_\pm|^2 \ll |G_c|^2$ e avendo trascurato la fase ϕ_c . L'approssimazione puo' essere migliorata utilizzando, per i termini trascurati,

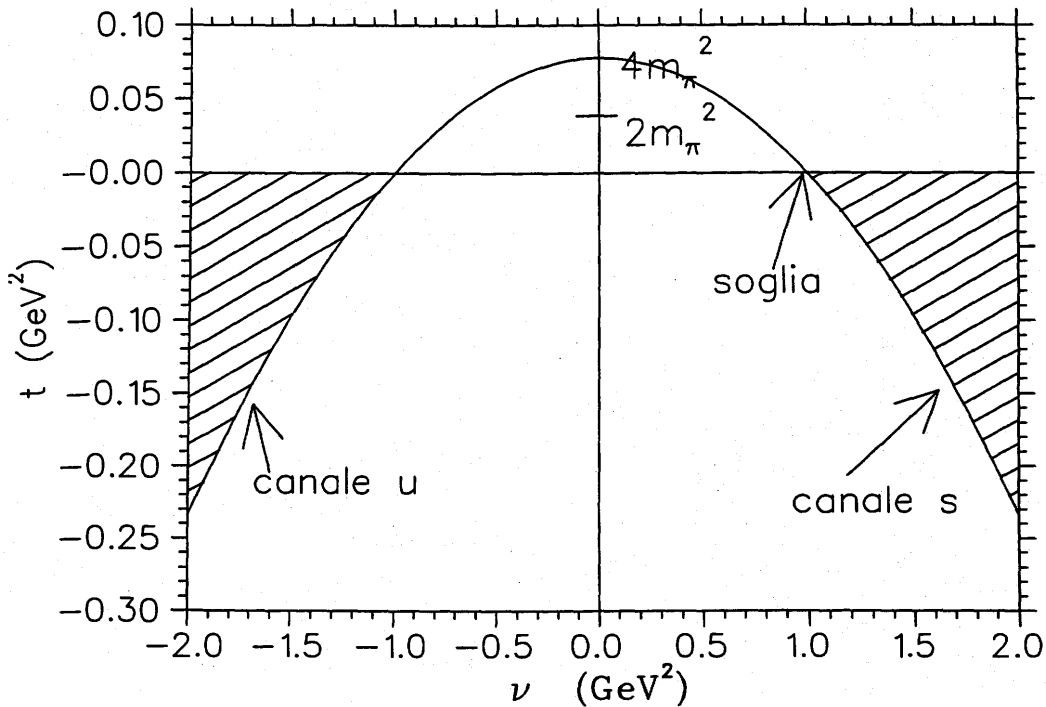


Figura 9.1: Diagramma di Mandelstam. La regione tratteggiata sulla destra e' la regione fisica della diffusione πp . Per il calcolo del termine σ , l'ampiezza ReD^\dagger va continuata al punto non fisico di Cheng-Dashen, $t = 2m_\pi^2, \nu = 0$.

le ampiezze calcolate dalla banca dati esistente. In realta' cio' non e' necessario: la validita' dell'avere trascurato due dei tre termini nell'equazione 9.1 e' stata investigata e l'errore l'associato all'approssimazione si e' rivelato inferiore ad altre fonti di errori. Tra l'altro il valore molto piccolo dell'ampiezza coulombiana giustifica l'approssimazione $\phi_c \sim \tan \phi_c = Im(G_c)/Re(G_c)$, utilizzata in 9.1.

Il legame tra $Re(D_\pm)$ e $Re(G_\pm)$ e'

$$ReD_\pm(\nu, t = 0) = \frac{4\pi\sqrt{s}}{M} ReG_\pm(\nu, t = 0), \quad (9.3)$$

con M la massa del protone. Ricordando la definizione di combinazione ad isospin pari (equazione 2.35) si ottiene

$$ReD^\dagger(t = 0) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{4\pi\sqrt{s}}{2M} (\Delta_+ + \Delta_-) \quad (9.4)$$

La figura 9.2 mostra l'ampiezza $ReD^\dagger(t)$ in funzione della variabile t , ricostruita dagli spostamenti di fase del *database* KH80 e calcolata dalle pseudo sezioni d'urto,

calcolate dagli stessi spostamenti. La dipendenza funzionale dalla variabile t e' diversa e i valori delle due funzioni coincidono sono nel limite $t \rightarrow 0$, in accordo con l'equazione 9.4.

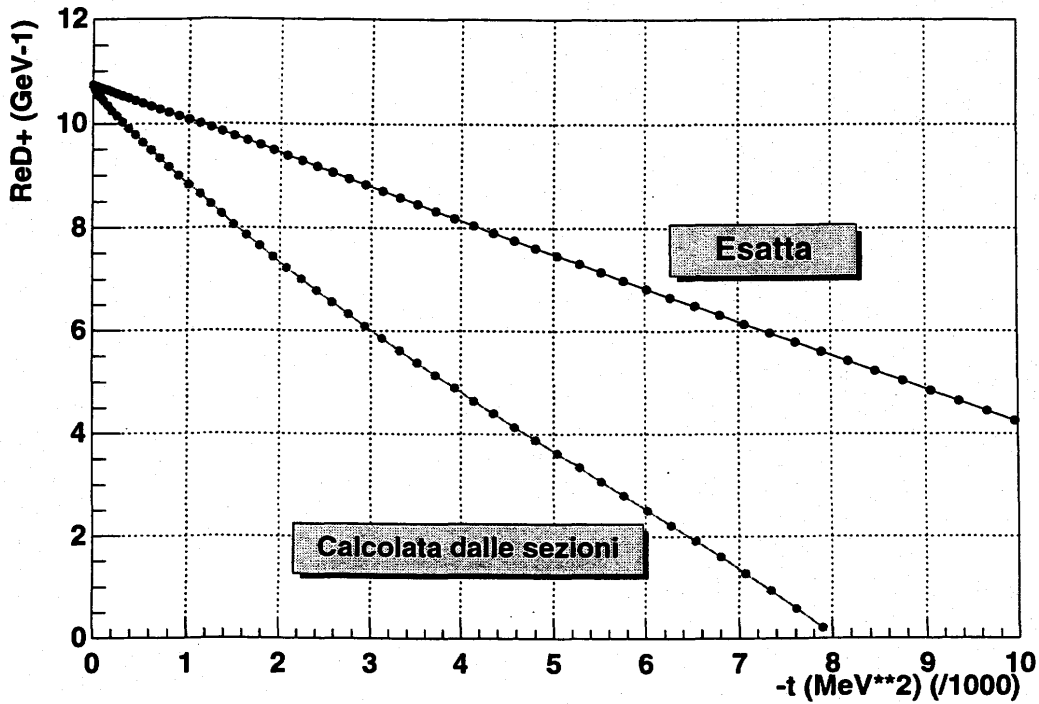


Figura 9.2: L'ampiezza $ReD^+(t)$ e' stata calcolata dagli spostamenti di fase (esatta) e ricostruita dalle pseudo sezioni d'urto (calcolata).

Altre espressioni sono state proposte da Joram [Jo95]:

$$ReG^+(t=0) = \lim_{t \rightarrow 0} \Delta(t), \quad (9.5)$$

con

$$\Delta(t) \equiv \frac{\frac{d\sigma(\pi^+p)}{d\Omega} - \frac{d\sigma(\pi^-p)}{d\Omega}}{4Re(G_c)}, \quad (9.6)$$

oppure, tenuto conto che nel limite per $t \rightarrow 0$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\pi^+p) + \frac{d\sigma}{d\Omega}(\pi^-p) \sim 2|G_c|^2, \quad (9.7)$$

si ottiene

$$\begin{aligned}
 \text{Re}G^\dagger(t=0) &= \lim_{t \rightarrow 0} \Delta(t) \cdot 1 \\
 &= \lim_{t \rightarrow 0} \Delta(t) \cdot \frac{2|G_c|^2}{\frac{d\sigma}{d\Omega}(\pi^+p) + \frac{d\sigma}{d\Omega}(\pi^-p)} \\
 &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{d\sigma}{d\Omega}(\pi^+p) - \frac{d\sigma}{d\Omega}(\pi^-p)}{\frac{d\sigma}{d\Omega}(\pi^+p) + \frac{d\sigma}{d\Omega}(\pi^-p)} \cdot \frac{|G_c|^2}{2\text{Re}(G_c)} \\
 &\equiv \lim_{t \rightarrow 0} A(t)
 \end{aligned} \tag{9.8}$$

Dal punto di vista sperimentale, $A(t)$ ha il vantaggio che le costanti di normalizzazione, come gli angoli solidi o le efficienze, si cancellano nel rapporto tra le sezioni d'urto. Il prezzo da pagare e' una dipendenza piu' complicata da t . La figura 9.3 mostra l'ampiezza $\text{Re}D^\dagger(t)$ calcolata dalle sezioni d'urto di KH80 con il metodo di equazione 9.8. Come in figura 9.2, l'ampiezza e' stata anche calcolata, per confronto, dagli spostamenti di fase.

Un' ulteriore espressione e' stata usata da Koch [Ko92]:

$$\text{Re}D^\dagger(s, t=0) = \lim_{t \rightarrow 0} \left\{ t \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}(\pi^+p) - \frac{d\sigma}{d\Omega}(\pi^-p) \right) \cdot \frac{\pi s}{2\alpha M^2 \omega F_1^p(t) F_\pi(t)} \right\} \tag{9.9}$$

con M la massa del protone, α la costante di struttura fine, $F_1^p(t)$ e $F_\pi(t)$ i fattori di forma del protone e del pione.

9.1.2 Estrapolazione alla soglia $T_\pi \rightarrow 0$.

La procedura di estrapolazione della $\text{Re}D^\dagger(t)$ per $t \rightarrow 0$ va ripetuta per tutte le energie a disposizione. Quindi e' possibile studiare l'andamento della $\text{Re}D^\dagger(T_\pi, t=0)$ in funzione dell'energia T_π e considerare il limite per $T_\pi \rightarrow 0$. Per sperimentare il metodo, cio' e' stato fatto con dieci punti in energia, ottenuti utilizzando le sezioni d'urto differenziali calcolate dagli spostamenti di fase del *database* KH80. Il fit con un polinomio di secondo grado ha permesso di estrapolare la $\text{Re}D^\dagger(T_\pi, t=0)$ per $T_\pi = 0$. La figura 9.4 mostra la dipendenza della $\text{Re}D^\dagger(t=0)$ in funzione dell'energia cinetica del pione incidente T_π ed il polinomio utilizzato per il fit.

E' stato dimostrato [Ga88] che alla soglia $T_\pi = t = 0$,

$$\bar{D}^\dagger = 4\pi(1+x) \cdot a_{0+}^\dagger + \frac{g^2 x^3}{m_\pi(4-x^2)}, \tag{9.10}$$

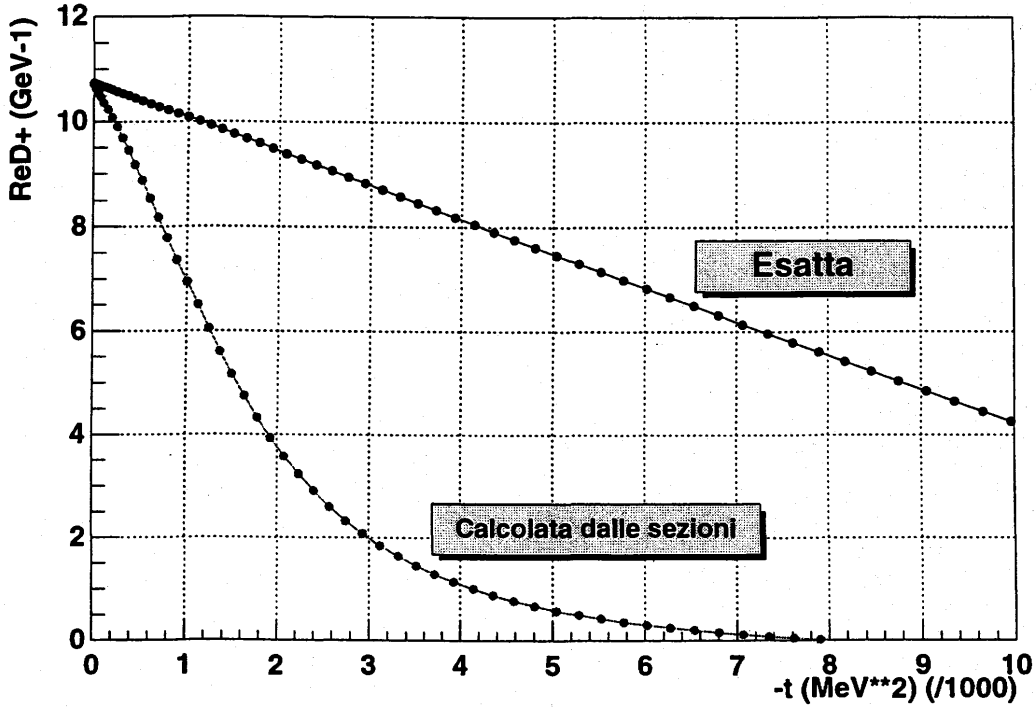


Figura 9.3: Come in figura 9.2, con l'ampiezza ricavata tramite il metodo di [Jo95].

dove $x = m_\pi/M$ e la barra indica che i termini di Born

$$A_{Born}^\dagger = \frac{g^2}{M}, \quad (9.11)$$

$$B_{Born}^\dagger = g^2 \cdot \left(\frac{1}{M^2 - s} - \frac{1}{M^2 - u} \right) \quad (9.12)$$

sono stati sottratti.

Dall'intercetta del polinomio utilizzato per il fit si ricava la lunghezza di scattering a_{0+}^\dagger : dai calcoli operati risulta un valore $a_{0+}^\dagger = -0.0072 m_\pi^{-1}$.

Per ciascuna delle dieci energie considerate, oltre ai punti $ReD^\dagger(T_\pi, t=0)$, e' possibile ottenerne altri dieci, studiando la pendenza $\partial ReD^\dagger(t)/\partial t|_{t=0}$. Così facendo, si ottiene l'ampiezza $ReE^\dagger(T_\pi, t=0)$. Dalle equazioni 2.24, infatti, si ha che

$$E(T_\pi, t=0) = \frac{\partial}{\partial t} (D(T_\pi, t) - (\nu - \omega) \cdot B(T_\pi, t))|_{t=0} \quad (9.13)$$

$$= \frac{\partial D}{\partial t} (T_\pi, t)|_{t=0} \quad (9.14)$$

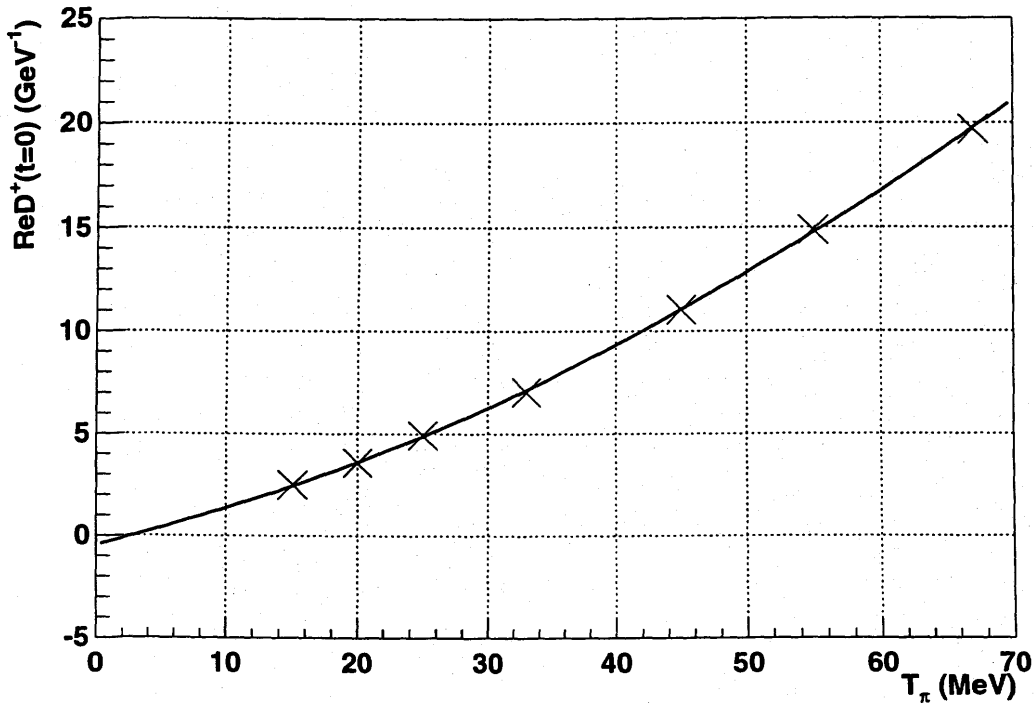


Figura 9.4: Dipendenza energetica dell'ampiezza $ReD^\dagger(t=0)$. I valori di T_π scelti corrispondono alle energie dell'esperimento CNI.

dove il primo passaggio e' ottenuto per sostituzione di $A(T_\pi, t)$ nella definizione di $E(T_\pi, t)$ in 2.24, ed il secondo passaggio tiene conto che per $t=0$ e' $\nu = \omega$.

Un'equazione analoga alla 9.10 vale per \bar{E}^\dagger [Ga88]:

$$\bar{E}^\dagger = 6\pi(1+x) \cdot a_{1+}^\dagger + \frac{g^2 x^2}{m_\pi^3 (2-x)^2}. \quad (9.15)$$

E' in programma uno studio dell'ampiezza $ReE^\dagger(T_\pi, t)$ in funzione dell' energia T_π con lo scopo di ricavare il volume di *scattering* a_{1+}^\dagger .

Si osservi che entrambe le equazioni 9.10 e 9.15 valgono in generale per l'ampiezza complessa; poiche' pero' per il teorema ottico

$$ImD(\nu, t=0) = k\sigma, \quad (9.16)$$

a soglia, la parte immaginaria si annulla e $D^\dagger = ReD^\dagger$. Considerazioni analoghe valgono per E^\dagger .

Si osservi inoltre che con questo metodo la lunghezza di *scattering* a_{0+}^\dagger e il volume di *scattering* a_{1+}^\dagger possono essere determinati direttamente dai dati sperimentali senza ricorrere ne' ad una PWA ne' alle relazioni di dispersione.

9.1.3 Estrapolazione sotto soglia. Termine σ .

In [Ga88] si dimostra che il termine Σ nel punto di Cheng-Dashen ($\nu = 0, t = 2m_\pi^2$) puo' essere parametrizzato nel modo seguente:

$$\Sigma = \pi F_\pi^2 [(4 + 2x + x^2)a_{0+}^\dagger - 4m_\pi^2 b_{0+}^\dagger + 12xm_\pi^2 a_{1+}^\dagger] + \Sigma_0, \quad (9.17)$$

dove $\Sigma_0 = -12.6$ MeV in χ PT ad un loop. Il range effettivo b_{0+}^\dagger e' connesso a a_{0+}^\dagger e a_{1+}^\dagger dalla regola di somma di Geffen

$$b_{0+}^\dagger = -0.043 - 0.17 \cdot (a_{0+}^\dagger + 0.010) - 2.8 \cdot (a_{1+}^\dagger - 0.133), \quad (9.18)$$

che viene derivata tramite relazioni di dispersione. A differenza dunque delle espressioni per a_{0+}^\dagger e a_{1+}^\dagger , l'espressione 9.17 per Σ e' un risultato che deriva dalle relazioni di dispersione. Sebbene sia quindi possibile misurare a_{0+}^\dagger e a_{1+}^\dagger direttamente dall'esperimento CNI, non e' possibile ottenere Σ senza ricorrere alle relazioni di dispersione per guidare l'estrapolazione attraverso la regione non fisica fino al punto di Cheng-Dashen. Questa estrapolazione e' d'altra parte facilitata dall'equazione 9.17 che non richiede il calcolo di integrali, generalmente presenti in altre relazioni di dispersione.

Da osservare che un'equazione per Σ , piu' semplice della 9.17, puo' essere ottenuta dall'espansione in serie di Taylor in ν^2 e t attorno a $\nu = t = 0$

$$\bar{D}^\dagger = d_{00}^\dagger + d_{10}^\dagger \nu^2 + d_{01}^\dagger t + d_{20}^\dagger \nu^4 + d_{02}^\dagger t^2 + \dots |_{\nu=0, t=2m_\pi^2} \quad (9.19)$$

$$\Sigma(t = 2m_\pi^2) = F_\pi^2 (d_{00}^\dagger + 2m_\pi^2 d_{01}^\dagger) + \Delta_D, \quad (9.20)$$

dove Δ_D rappresenta i termini di ordine superiore in t . I coefficienti d sono uguali, a soglia, alle ampiezze in avanti

$$d_{00}^\dagger = \bar{D}^\dagger(T_\pi = 0) \quad (9.21)$$

$$d_{01}^\dagger = \bar{E}^\dagger(T_\pi = 0). \quad (9.22)$$

Il problema e' dato dal termine di correzione Δ_D , non trascurabile. Il suo valore e' stato calcolato sia nell'ambito della χ PT che tramite PWA.

9.2 Sensibilita' del metodo.

La sensibilita' del metodo e' stata studiata in due passaggi:

- indeterminazione sull'ampiezza $ReD^\dagger(T_\pi)$ per $t = 0$;
- indeterminazione sulla lunghezza di scattering a_{0+}^\dagger .

Per ottenere l'indeterminazione su $ReD^\dagger(T_\pi, t = 0)$, la procedura descritta nel paragrafo 9.1.1 e' stata ripetuta variando a caso i valori delle sezioni d'urto. In particolare, per ciascuna energia, sono stati presi i valori delle sezioni d'urto dal *database* KH80 corrispondenti alla regione angolare accessibile all'esperimento. L'incertezza statistica e' stata simulata variando ciascun valore angolare indipendentemente dagli altri. L'incertezza nella normalizzazione e' stata simulata variando l'intera distribuzione angolare della stessa quantita'. Il valore per $t = 0$ e' stato istogrammato. Questa procedura e' stata ripetuta diverse centinaia di volte con diverse variazioni scelte a caso. Un errore statistico del 5% conduce ad un'incertezza (σ) del 2.5% su $ReD^\dagger(T_\pi, t = 0)$. Un'indeterminazione del 5% sulla normalizzazione produce invece un'incertezza del 4.2%.

L'incertezza nella determinazione di a_{0+}^\dagger e' stata ottenuta ripetendo la procedura descritta nel paragrafo 9.1.2 variando a caso i punti in figura 9.4 del 4% e studiando la distribuzione delle estrapolazioni per $T_\pi = 0$. Questo ha portato ad un valore di $-0.74 \pm 0.4 \text{ GeV}^{-1}$, che corrisponde ad un valore per a_{0+}^\dagger di $-0.007 \pm 0.004 m_\pi^{-1}$, che e' compatibile con il valore della KH80 indicato in tabella 3.1.

Bibliografia

- [Ne94] J.W.Negele, Proc. del Workshop "Chiral Dynamics: Theory and Experiment", Bernstein-Holstein (Springer Verlag) (1994)
- [We67] S.Weinberg, Phys. Rev. Lett, 18, 1 (1967) 88
- [Ga85] J.Gasser e H.Leutwyler, Phys. Lett. **125B** (1985) 321
- [Le94] H.Leutwyler, Proc. del Workshop "Chiral Dynamics: Theory and Experiment", Bernstein-Holstein (Springer Verlag) (1994)
- [Do92] J.F.Donoghue, E.Golowich e B.R.Holstein, "Dinamics of the Standard Model", Cambridge Monographs (1992)
- [Sc94] C.Schütz *et al.*, Proc. del Workshop "Chiral Dynamics: Theory and Experiment", Bernstein-Holstein (Springer Verlag) (1994)
- [Ba94] A.Badertscher, Proc. del Workshop "Chiral Dynamics: Theory and Experiment", Bernstein-Holstein (Springer Verlag) (1994)
- [Bo96] F.Bonutti *et al.*, Phys. Rev. Lett. 77, 4 (1996) 603
- [Er88] T.Ericson e W.Weise, Pions and Nuclei, Clarendon Press (1988)
- [Ho83] G. Höhler, in Landolt Börnstein, vol I/9b2, ed. H. Schopper (Springer Verlag) (1983)
- [Sa94] M.E.Sainio, Proc. del Workshop "Chiral Dynamics: Theory and Experiment", Bernstein-Holstein (Springer Verlag) (1994)

- [Gi69] G. Giacomelli, P. Pini e S. Stagni, "A compilation of pion-nucleon scattering data", CERN-HERA 69-1 (1969)
- [Al72] S.Almehed e C.Lovelace, Nucl. Phys. B **40** (1972) 157
- [Bu73] P.J.Bussey *et al.*, Nucl. Phys. B **58** (1973) 363
- [Be76] P.Y.Bertin, Nucl. Phys. B **106** (1976) 341
- [Ko80] R.Koch e E.Pietarinen, Nucl. Phys. A **336** (1980) 331
- [Ko92] R.Koch, Z. Phys. C **15**, 162 (1992)
- [Ko86] R.Koch, Nucl. Phys. A **448** (1986) 707
- [Fr83] Frank *et al.* Phys. Rev. D **28** (1983) 1569
- [Br86] J.T.Brack *et al.*, Phys. Rev. C **34** (1986) 1771
- [Br88] J.T.Brack *et al.*, Phys. Rev. C **38** (1988) 2427
- [Br90] J.T.Brack *et al.*, Phys. Rev. C **41** (1990) 2202
- [Ri83] B.G.Ritchie *et al.*, Phys. Lett. 125 B, 128 (1983)
- [Wi89] U.Wiedner *et al.*, Phys. Rev. D **40** (1989) 3568
- [Br95] J.T.Brack *et al.*, Phys. Rev. C **51** (1995) 929
- [Jo95] Ch.Joram *et al.*, Phys. Rev. C **51**, (1995) 2144
- [Ar95] R.A.Arndt, I.I.Strakovsky, R.L.Workman e M.M.Pavan, Phys. Rev. C **52**, (1995) 2120
- [Ar90] R.A.Arndt *et al.*, Phys. Rev. D **43**, (1991) 2131
- [Ar93] R.A.Arndt, R.L.Workman e M.M.Pavan, Phys. Rev. C **49**, (1994) 2729
- [SA94] SAID: Partial-Wave Analysis Facility, <http://said.phys.vt.edu/>
- [Fe97] N.Fettes e E.Matsinos, Phys. Rev. C **55**, (1997) 464

- [Ar98] R.A.Arndt, I.I.Strakovsky, R.L.Workman e M.M.Pavan, nucl-th/9807087
- [Ga99] A.Gashi *et al.*, hep-ph/9902207
- [We66] S.Weinberg, Phys. Rev. Lett. **17** (1966) 616
- [Fe98] N.Fettes, U.Meissner e S.Steininger, Nucl. Phys. **A 640** (1998) 199-234
- [Bu73] D.V.Bugg, Nucl. Phys. **B58** (1973) 397
- [Ha77] B.Tromborg, S.Waldenstrom ed I.Overbo, Phys. Rev. D **15** (1977) 725
- [Ga99bis] A.Gashi *et al.*, hep-ph/9902224 (1999)
- [Ga99ter] A.Gashi *et al.*, hep-ph/9902224 (1999)
- [Ga99quater] A.Gashi *et al.*, hep-ph/9903434 (1999)
- [Ga91] J.Gasser, H.Leutwyler e M.E.Sainio, Phys. Lett. **B 253** (1991) 252
- [Lo95] B.Loiseau e T.E.O.Ericson, Phys. Rev. Lett. **75** (1995) 1046
- [Fe98bis] N.Fettes, U.Meissner, S.Steininger, hep-ph/9811366 (1998)
- [Be98] A.M.Bernstein, hep-ph/9810376 (1998)
- [Me98] U.Meissner, hep-ph/9805440 (1998)
- [Sm89] G.R.Smith, CHAOS design note, 1989 (unpublished)
- [Sm95] G.R.Smith *et al.*, Nucl. Instr. Meth. **A 362**, 349-360 (1995)
- [Ho93] G.J. Hofman, J.T. Brack, P.A. Amaudruz, e G.R. Smith, Nucl. Instr. and Meth. **A325** 384-392 (1993)
- [Ke93] M.A. Kermani, "The CHAOS Dector and Commissioning Results", M.Sc., Univ. of British Columbia, Dec. 1993 (unpublished)
- [Ra95] K. Raywood *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **A357**, 296-305 (1995)
- [Bo94] F.Bonutti *et al.*, Nucl. Instr. Meth. **A 350**, 136-143 (1994)

- [Le96] LeCroy Research System, 1996 Catalog (1996)
- [Ri97] S.Ritt, The MIDAS Project, <http://midas.psi.ch/> (1997)
- [Ra95] K.J.Raywood *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A **357**, 296-305 (1995)
- [GE93] GEANT - Detector Description and Simulation Tool, Application Software Group, CERN (1993)
- [Od96] R.Odorico, Comp. Phys. Comm. **96**, 314 (1996)
- [Mu90] B.Müller, J. Reinhardt, Neural Networks, Springer-Verlag (1990)
- [Se92] M.E.Sevior, "The SUSI-YBOS data analysis system", CHAOS internal document (1992)
- [CVS] <http://cellworks.washington.edu/pub/docs/cvs/index.html>
- [Wi74] H. Wind, Nucl. Inst. Meth. **115**, 431 (1974).
- [Ha84] F.Halzen e A.Martin, "Quarks and Leptons", John Wiley & Sons, New York, (1984)
- [Re82] W. Reuter *et al.*, Phys. Rev. C **26**, 806 (1982)
- [Ga88] J.Gasser, H.Leutwyler, M.P.Locher e M.E.Sainio, Phys. Lett. **213B**, 85 (1988)