

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Sede Amministrativa del Dottorato di Ricerca
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

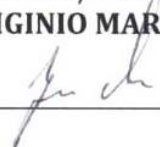
XXIV CICLO DEL
DOTTORATO DI RICERCA IN
INGEGNERIA CIVILE E AMBIENTALE
INDIRIZZO INFRASTRUTTURE, STRUTTURE E TRASPORTI

PROBLEMI DI STABILITÀ NEGLI ELEMENTI IN VETRO STRUTTURALE E STUDIO INNOVATIVO DI FACCIATE IN VETRO-ACCIAIO SOTTOPOSTE A CARICO DA ESPLOSIONE

Settore scientifico-disciplinare **ICAR/08**

DOTTORANDA
CHIARA BEDON

RESPONSABILE DOTTORATO DI RICERCA
(Coordinatore Corso/Direttore Scuola)
PROF. IGINIO MARSON

FIRMA:  _____

RELATORE
SUPERVISORE/TUTORE
PROF. CLAUDIO AMADIO
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

FIRMA:  _____

ANNO ACCADEMICO 2010/2011

Indice

Indice	1
Sommario	3
Abstract	5
1. Introduzione	7
2. Il vetro nelle applicazioni strutturali	9
2.1. Proprietà chimico-fisiche e meccaniche del vetro	9
2.2. Tipologie di vetro	10
2.2.1. Vetro <i>float</i>	10
2.2.2. Vetro a mezza tempra (<i>heat strengthened glass</i>) e vetro temperato (<i>fully tempered glass</i>).....	11
2.2.3. Vetro stratificato (<i>laminated glass</i>).....	13
3. Stabilità dell'equilibrio	15
3.1. Introduzione	15
3.2. Travi compresse	16
3.2.1. Modelli analitici per travi in vetro monolitico.....	17
3.2.2. Modelli analitici per travi in vetro stratificato	21
3.2.3. Modelli analitici per travi in vetro camera (IGU)	34
3.3. Instabilità laterale di travi inflesse	46
3.3.1. Modelli analitici per travi in vetro monolitico.....	46
3.3.2. Modelli analitici per travi in vetro stratificato	48
3.4. Pannelli sottoposti a compressione nel piano	62
3.4.1. Modelli analitici per pannelli in vetro monolitico	62
3.4.2. Modelli analitici per pannelli in vetro stratificato	64
3.4.3. Modello analitico a spessore equivalente.....	66
3.4.4. Relazione carico N – spostamento trasversale w	69
3.4.5. Validazione numerica	73
3.4.6. Carico critico per pannelli in vetro stratificato in diverse condizioni di vincolo	76
3.5. Pannelli sottoposti a taglio nel piano	80
3.5.1. Modelli analitici per pannelli in vetro monolitico.....	80
3.5.2. Modelli analitici per pannelli in vetro stratificato	81

3.6. Metodo di verifica alternativo.....	85
4. Comportamento di facciate sottoposte a carico da esplosione.....	91
4.1. Introduzione	91
4.2. Facciate in vetro-acciaio sostenute da cavi pretesi	93
4.2.1. Caso studio	95
4.2.2. Carico da esplosione (<i>air blast loading</i>)	95
4.2.3. Modello EF della facciata a cavi pretesi.....	97
4.2.4. Giunto rigido-plastico.....	105
4.2.5. Giunto elastoplastico	118
4.2.6. Connettori viscoelastici	130
4.3. Facciate a pannelli.....	144
4.3.1. Caso studio	144
4.3.2. Modello EF della facciata a pannelli.....	146
4.3.3. Dispositivi viscoelastici.....	154
5. Conclusioni.....	165
6. Bibliografia	167
Publicazioni scientifiche.....	175

Sommario

Recentemente, la richiesta architettonica sempre più spinta di trasparenza e luminosità ha favorito la diffusione nell'edilizia del vetro come materiale da costruzione. Sebbene si tratti di un materiale ancora poco conosciuto rispetto ad altri materiali convenzionali, il vetro trova, infatti, ampia applicazione nelle realizzazioni strutturali più innovative.

Anche se le soluzioni architettoniche proposte trovano ampio consenso, spesso la difficoltà principale consiste nel dimensionare adeguatamente tali elementi e nel preservarne l'integrità da eventuali fenomeni di instabilità.

Con riferimento a questo tema, nella presente tesi vengono proposte alcune significative formulazioni analitiche per la verifica di stabilità di elementi in vetro monolitico, stratificato o vetro-camera, con particolare attenzione per il comportamento di travi compresse, travi inflesse, pannelli sottoposti a compressione nel piano o taglio nel piano.

Allo stesso tempo, viene studiato il comportamento di facciate in vetro-acciaio sottoposte a carico da esplosione, con riferimento specifico a due tipologie di facciata note come facciate continue a lastre indipendenti, controventate da un sistema di cavi pretesi, e facciate a pannelli, nelle quali le lastre di vetro sono sostenute da un telaio metallico di supporto. Per ciascuna tipologia di facciata, vengono evidenziate le criticità dovute a carichi da esplosione di varia intensità mediante opportuni modelli numerici. Inoltre, viene analizzato l'effetto di eventuali dispositivi in grado di mitigarne le componenti principali assorbendo e/o dissipando parte dell'energia d'ingresso associata all'evento esplosivo.

Parole chiave: laminated glass beams and panels; buckling verification; air blast loads; glass-steel façades; dissipative devices; energy approach.

Abstract

Recently, due to aesthetic and architectural requirements of transparency and lightness, the use of glass as a structural material showed a strong increase. Although its load carrying behavior is actually not well-known, glass finds large application in modern and innovative buildings.

Nevertheless, the main difficulties are related to the proper design of these structural elements and in the preservation of their integrity, avoiding possible buckling phenomena.

In this context, this Doctoral Thesis proposes a series of interesting analytical formulations suitable for the buckling verification of monolithic, laminated, insulated structural glass element, with particular attention for the load carrying behavior of beams in compression or in bending, as well as for the buckling response of glass panels subjected to in-plane compression or shear.

At the same time, the Thesis focuses also on the dynamic behavior of two different typologies of steel-glass façades subjected to air blast loads, with particular attention to the analysis of cable-supported façades and conventional curtain walls, in which a metallic frame supports the glass panels. In both the circumstances, accurate numerical simulations are performed to highlight the criticalities of similar structural systems, in presence of high-level or medium / low-level air blast loads. Finally, the structural benefits of possible devices able to mitigate the effects of explosions in the main components of these façades, by partly storing / dissipating the incoming energy, are investigated numerically and analytically.

Keywords: laminated glass beams and panels; buckling verification; air blast loads; glass-steel façades; dissipative devices; energy approach.

1. Introduzione

Lo scopo principale di questa Tesi di Dottorato consiste nello studio della stabilità dell'equilibrio di elementi in vetro strutturale e nell'analisi del comportamento dinamico di facciate in vetro-acciaio sottoposte a carico da esplosione.

In particolare, la prima parte della tesi è dedicata allo sviluppo di modelli analitici atti a svolgere la verifica di stabilità per diverse tipologie di elementi in vetro strutturale (vetro monolitico, vetro stratificato, vetro-camera), con comportamento a trave o a pannello, in diverse condizioni di carico e di vincolo. Inizialmente viene analizzato il comportamento di travi compresse in vetro stratificato. A tale scopo, viene proposto un modello analitico sviluppato sulla base della teoria delle travi composte a connessione deformabile originariamente proposto da Newmark per l'analisi delle travi composte inflesse. Il modello, pur applicabile solo a sistemi strutturali semplici, permette di descrivere con accuratezza lo stato tensionale e deformativo dell'elemento, permettendo di prendere in considerazione l'effettivo spessore degli strati costituenti l'elemento stratificato, così come l'effettiva rigidità a taglio offerta dall'intercalare e la presenza di eventuali imperfezioni iniziali. Come proposto nei paragrafi successivi, con opportune modifiche, lo stesso modello può essere applicato anche allo studio della stabilità flessione-torsionale di travi in vetro stratificato. Una simile formulazione non è invece facilmente applicabile ad elementi stratificati con comportamento a pannello. Per tale motivo, la verifica di stabilità di pannelli in vetro stratificato sottoposti a compressione o taglio nel piano viene sviluppata sulla base di un approccio basato sul concetto di spessore equivalente.

La seconda parte della tesi è invece dedicata allo studio innovativo di facciate in vetro-acciaio sottoposte a carico da esplosione. Nello specifico, vengono proposti alcuni modelli numerici in grado di simulare in modo realistico il comportamento dinamico di una facciata sostenuta da cavi pretesi e di una facciata convenzionale a pannelli. In entrambe le circostanze, i modelli numerici proposti, calibrati su dati sperimentali e numerici disponibili in letteratura, permettono di evidenziarne le criticità in presenza di carichi da esplosione di forte intensità, così come in presenza di esplosioni di medio / basso livello o di generici carichi dinamici ordinari. Per ciascuna tipologia di facciata vengono quindi proposti appositi dispositivi in grado di mitigare gli effetti di un'eventuale esplosione sulle principali componenti strutturali.

Sulla base di semplici considerazioni di carattere energetico, sono ricavate alcune formulazioni semplificate per una stima dei massimi effetti dell'esplosione di progetto e per un primo dimensionamento dei dispositivi proposti.

2. Il vetro nelle applicazioni strutturali

2.1. Proprietà chimico-fisiche e meccaniche del vetro

Il vetro comune è un materiale solido costituito da una matrice amorfa di silice (SiO_2) alla quale vengono aggiunti, al fine di migliorarne le caratteristiche di lavorabilità, stabilità chimica e resistenza, altre sostanze (ossidi di sodio, potassio, calcio, magnesio, alluminio e boro). Il sodio ed il calcio, in particolare, vengono utilizzati con l'obiettivo di ridurre la temperatura di fusione e la viscosità del materiale, così come di rendere il vetro meno solubile all'acqua (Cagnacci et al. 2010). È proprio in tale circostanza che si parla di "vetro sodico-calcico", il quale rappresenta la tipologia di vetro maggiormente utilizzata in edilizia (Tabella 1).

Tabella 1. Composizione chimica del vetro comune (Cagnacci et al. 2010).

Componente	% in peso	Funzione
SiO_2 Ossido di silicio	47 - 69	Base
Na_2O Ossido di sodio	12 - 16	Abbassa il punto di fusione
K_2O Ossido di potassio	0 - 1	Modificatore di reticolo
CaO Ossido di calcio	5 - 12	Stabilizzante antisolvente Abbassa il punto di fusione
MgO Ossido di magnesio	0 - 6	Aumenta la stabilità chimica
Al_2O_3 Ossido di alluminio	0 - 3	Aumenta la stabilità chimica
B_2O_3 Ossido di boro	0 - 12	Migliora la resistenza agli sbalzi termici

Tabella 2. Proprietà meccaniche del vetro comune (Cagnacci et al. 2010).

Caratteristica	Valore
Densità ρ [kg/m^3]	2500
Modulo di Young E [N/mm^2]	68000 - 70000
Coefficiente di Poisson ν	0.23
Coefficiente di dilatazione termica lineare α_T [$^\circ\text{C}^{-1}$]	$7.7 - 8.8 \times 10^{-6}$
Durezza (scala Mohs)	6
Resistenza a compressione [N/mm^2]	900 - 1000
Resistenza a trazione [N/mm^2]	20 - 200

Come proposto nella Tabella 2, è possibile notare che il vetro è un materiale caratterizzato da buone caratteristiche meccaniche e da una notevole resistenza a compressione (valore teorico). Tuttavia, il vetro presenta un comportamento tipicamente elasto-fragile e se sottoposto a trazione uniassiale, la rottura si presenta in modo improvviso, senza alcuna deformazione plastica apprezzabile.

La ridotta resistenza a trazione del materiale, inoltre, presenta un'ampia variabilità dipendente da molteplici fattori (stato di usura superficiale, durata dei carichi applicati, trattamenti termici e chimici subiti).

2.2. Tipologie di vetro

Sono molteplici i trattamenti cui viene normalmente sottoposto il materiale vetro in fase di produzione delle lastre comunemente utilizzate in edilizia.

Il vetro *float*, tra questi, rappresenta circa il 90% dell'intera produzione di vetro piano per l'edilizia e costituisce la base per ulteriori trattamenti quali la tempra, la laminazione, ecc.

2.2.1. Vetro *float*

L'invenzione del vetro *float* risale al 1952, per opera di Sir Alastair Pilkington. Si tratta di un processo di produzione estremamente innovativo, che indubbiamente ha rivoluzionato l'industria del vetro piano, in quanto richiede basso costo di produzione, consente di operare a ciclo continuo, e di realizzare lastre di grandi dimensioni quasi perfette (Cagnacci et al. 2010).

Il processo *float* prevede quattro diverse fasi: fusione, bagno di galleggiamento, ricottura, taglio (Fig.1).

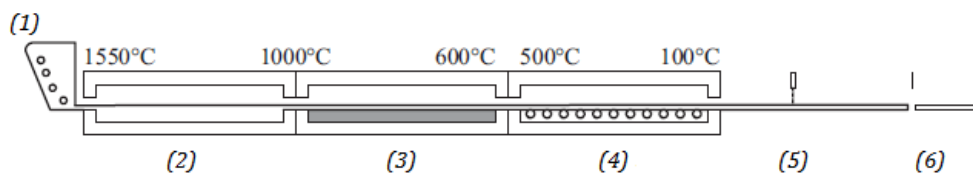


Fig.1. Fasi del processo *float*. (1) materiale grezzo; (2) fusione; (3) bagno di galleggiamento; (4) ricottura; (5) ispezione; (6) taglio (Wörner et al. 2001).

Durante la prima fase, gli ingredienti macinati e mescolati vengono introdotti in fornace, dove si raggiungono temperature dell'ordine di 1500°C. La pasta vetrosa che se ne ricava entra quindi nel bagno di galleggiamento, dal quale prende il nome lo stesso vetro ("to *float*", galleggiare). Il bagno di galleggiamento è costituito da un letto di stagno fuso (circa 1000°C), il quale porta la temperatura della pasta vetrosa a circa 600°C e consente la formazione di un nastro di vetro di forma perfettamente piana. In questa fase, variando la velocità di scorrimento, è possibile regolare lo spessore del nastro di vetro da meno di 1mm a 25mm.

La superficie inferiore del nastro, direttamente a contatto con lo stagno fuso, presenta ottime qualità ottiche. Anche la superficie superiore, a contatto con un'atmosfera inerte, presenta buone qualità ottiche ed in alcuni casi viene spianata mediante pulitura a fuoco. Durante questa fase di formatura, il rapido raffreddamento della pasta vetrosa può provocare forti autotensioni, tali da causare la rottura della lastra di vetro o comunque effetti negativi sulle caratteristiche

meccaniche (diminuzione di resistenza, maggiore predisposizione alla frattura). Per questo motivo, il nastro di vetro viene sottoposto ad un trattamento di ricottura. Si tratta di una fase del processo di fabbricazione nella quale il nastro di vetro, trasportato su una serie di rulli, attraversa una “camera di ricottura” (fornace a temperatura controllata), ovvero viene portato lentamente dalla temperatura di uscita dal bagno di galleggiamento (circa 600°C) a temperatura ambiente. È al termine di tale fase che il vetro prende anche il nome equivalente di vetro *ricotto* o *annealed glass*. Al termine del processo di ricottura, il nastro di vetro non presenta infatti tensioni residue e può essere tagliato in “lastre di colata” (3210mm x 6000mm).

Il vetro *ricotto* o *annealed*, le cui caratteristiche sono specificate nella norma UNI EN 572-2 (2004), è un vetro caratterizzato da una bassa resistenza a trazione (45N/mm²). Inoltre, in caso di rottura, il vetro *annealed* si frammenta in grandi schegge, aguzze e taglienti, potenzialmente pericolose.

Al fine di aumentare la resistenza a trazione del vetro e di ridurne la pericolosità in caso di rottura, le quattro fasi principali di produzione del vetro *float* possono essere integrate con altri trattamenti termici, quali la *tempra fisica* o *chimica*.

2.2.2. Vetro a mezza tempra (*heat strengthened glass*) e vetro temperato (*fully tempered glass*)

Il procedimento di tempera fu introdotto nel 1929 dalla Saint-Gobain. Si parla, nel caso di vetro temperato, anche di “vetro di sicurezza”, dal momento che in caso di rottura il vetro si frammenta in piccole schegge dai bordi non taglienti, quindi non pericolosi. La resistenza di un vetro temperato è inoltre notevolmente superiore rispetto a quella di un vetro *float*.

Si dicono temprati i vetri in cui con processi particolari, di tipo *fisico* o *chimico*, vengono create delle tensioni permanenti di compressione in superficie e di trazione al centro del vetro.

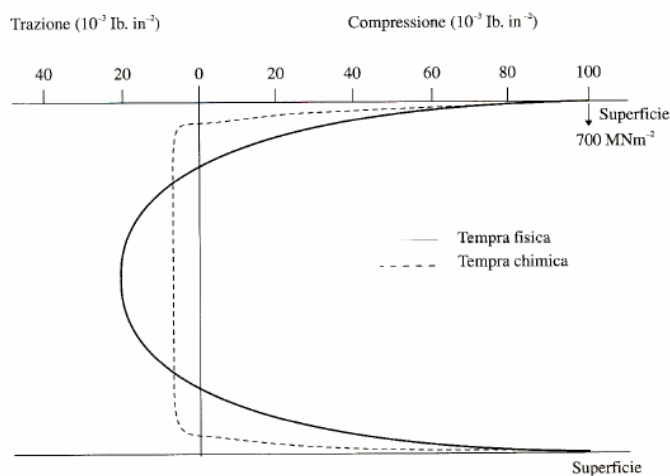


Fig.2. Andamento delle tensioni nello spessore di un vetro temperato fisicamente o chimicamente.

La tempra *termica* (di tipo fisico) consiste nel riscaldamento delle lastre di vetro in appositi forni, fino a raggiungere la temperatura di rammollimento (620 – 675°C) e nel successivo rapido raffreddamento con getti d'aria. A causa della scarsa conducibilità termica del vetro, nel corso di tale raffreddamento si genera una grande differenza di temperatura tra la superficie esterna indurita e la parte interna relativamente fluida (e quindi in grado di adattarsi per scorrimento viscoso alla contrazione dell'esterno). Dalla fine della solidificazione, fino al raggiungimento delle condizioni isoterme a temperatura ambiente, la parte interna si raffredda mediante un salto termico superiore a quello della superficie esterna e quindi tende a contrarsi maggiormente. Essendo però già rigido il vetro, la parte esterna oppone resistenza e viene posta in compressione, mentre la parte interna non potendo contrarsi quanto vorrebbe, va in trazione. Si instaura così nel pezzo un regime tensionale autoequilibrato, in cui le superfici risultano fortemente compresse e la parte interna della lastra è tesa. Il profilo di distribuzione degli sforzi è parabolico, con circa il 1/5 dello spessore del vetro, su entrambi i lati, posto in compressione. L'assenza di fenomeni viscosi nel vetro fa sì che a temperatura ambiente le autotensioni da tempra non si rilassino mai.

Esistono diversi gradi di tempra termica, dipendenti dalla velocità di raffreddamento. Si distinguono quindi i vetri a mezza tempra (vetro indurito termicamente, *heat strengthened glass*), con tensioni residue di compressione superficiale comprese tra 40-80N/mm², ed i vetri temprati termicamente (*fully tempered glass, heat toughened glass*), con tensioni residue di compressione pari a 80-170N/mm² (Cagnacci et al. 2010). I primi presentano una resistenza caratteristica a trazione pari a 70N/mm², con rottura di tipo radiale e frammenti di medie dimensioni; i secondi presentano una maggiore resistenza a trazione (120N/mm²) e una rottura con frammenti molto piccoli (Fig.3).

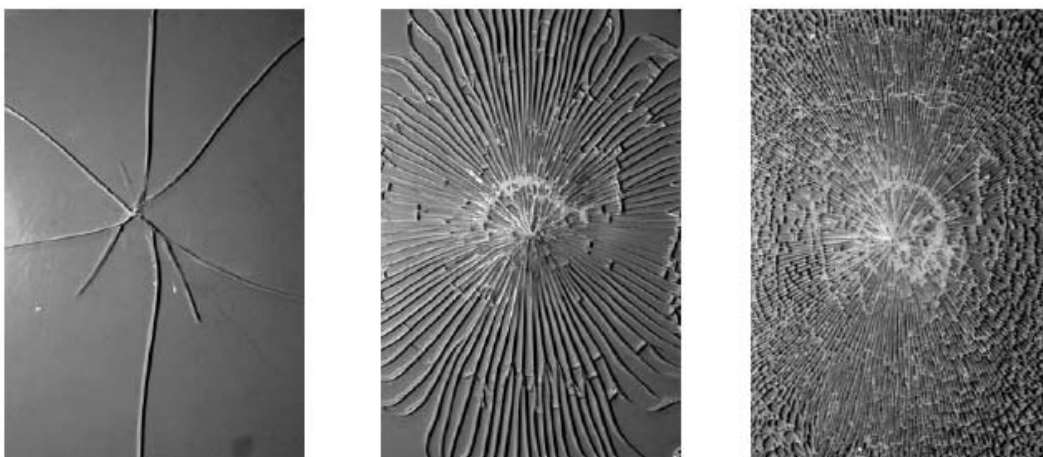


Fig.3. Modalità di rottura in diverse tipologie di vetro: da sinistra, vetro ricotto (*annealed*), vetro a mezza tempra (*heat strengthened*), vetro temprato (*fully tempered*) (Haldimann 2006).

Effetti simili a quelli dati dalla tempra termica possono essere ottenuti con il processo di tempra *chimica*. Tuttavia, rispetto alla tempra termica, la tempra chimica comporta effetti solo in spessori di pochi centesimi di millimetro sotto la superficie del vetro. Per questo motivo, i vetri temprati chimicamente sono più sensibili ai danni superficiali.

2.2.3. Vetro stratificato (*laminated glass*)

I vetri stratificati sono ottenuti dall'unione per riscaldamento e pressaggio in autoclave di almeno due lastre di vetro con uno strato di materiale trasparente interposto, in genere di spessore inferiore al millimetro, aderente su tutta la superficie della lastra. Lo strato interposto (intercalare, *interlayer*), è costituito da un foglio di materiale termoplastico che deve presentare una buona aderenza al vetro e un allungamento elevato prima della lacerazione.

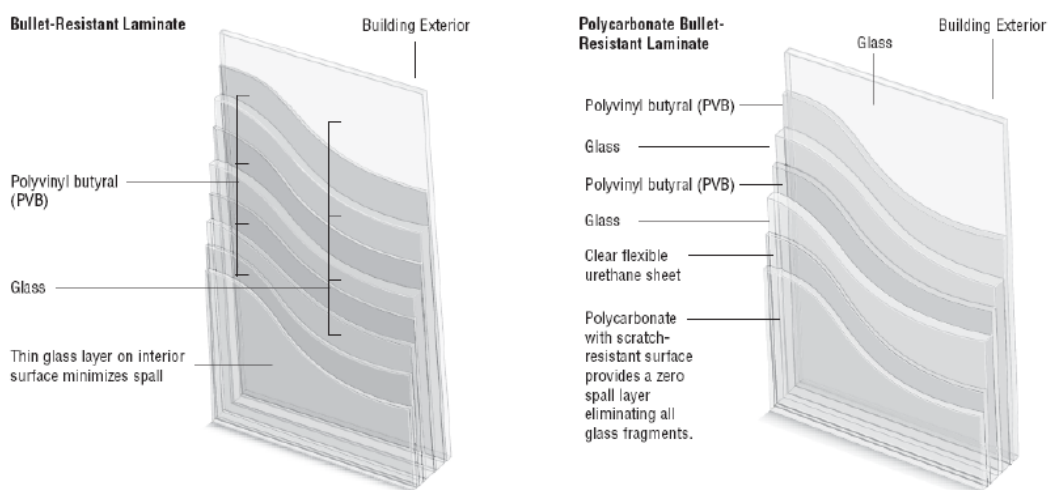


Fig.4. Esempi di vetro stratificato antiproiettile.

Le lastre che formano il vetro stratificato possono essere di vetro semplice (*annealed*), a mezza tempra (*heat strengthened*) e temprato (*fully tempered*) o una combinazione di questi. La scelta del tipo di vetro influenza notevolmente il comportamento post-rottura della lastra stratificata.

L'intercalare termoplastico conferisce al vetro un'eccezionale resistenza agli urti, che può essere ulteriormente incrementata creando una vetrata multipla, ovvero aumentando il numero di lastre (anche più di 5) tra le quali è inserito un intercalare.

La principale funzione dell'intercalare consiste nel trattenere i frammenti di vetro in caso di rottura. È proprio in tale contesto che vengono realizzati i vetri blindati ed i vetri resistenti alle esplosioni.

Il materiale plastico più utilizzato è il polivinilbutirrale (PVB®), ma sono molteplici i materiali ionoplastici (SGP®), policarbonati (PC) o etilene-vinil-acetati (EVA) attualmente proposti per le migliori caratteristiche meccaniche e/o di aderenza.

3. Stabilità dell'equilibrio

3.1. Introduzione

In genere, nella progettazione di una data struttura, si è soliti pensare che una situazione di crisi si verifichi per esaurimento della capacità resistente del materiale utilizzato. Una situazione simile può manifestarsi comunemente sotto forma di collasso plastico, rottura fragile o rottura per fatica.

Tuttavia, esistono situazioni in cui la crisi della struttura si verifica anche in presenza di sforzi inferiori all'effettiva capacità resistente del materiale. Si consideri per esempio un elemento in acciaio, notoriamente caratterizzato da un uguale limite di snervamento in trazione e in compressione. Mentre un'asta tesa in acciaio sopporta senza problemi una tensione pari al limite di snervamento, una membratura compressa può collassare ed inflettersi sotto carichi sensibilmente inferiori, tanto più piccoli quanto più è elevata la snellezza dell'elemento. Tale fenomeno non è dovuto alle sollecitazioni presenti nella membratura compressa, bensì al fatto che piccole deviazioni da una data configurazione ne alterano in modo significativo la risposta. Al raggiungimento di un dato valore di carico, si verificano inflessioni notevoli tali da indurre nell'elemento picchi di sforzo ben più elevati di quanto previsto dal calcolo. Fenomeni simili vengono comunemente classificati come fenomeni di *instabilità*.

Un loro inquadramento globale può essere ottenuto all'interno della *Teoria generale della stabilità*, che ha avuto inizio dagli studi compiuti da Lyapunov nei primi anni del 1900 (Matrosov e Malikov 1993), e affronta il problema dal punto di vista dinamico.



Fig.5. Equilibrio stabile, instabile, indifferente.

Si parla di *equilibrio stabile* se il sistema a seguito di un disturbo piccolo a piacere si mantiene in un intorno altrettanto piccolo a piacere. Si parla di *equilibrio instabile* se il sistema si allontana in modo incontrollabile con l'entità del disturbo (Fig.5).

In questo caso la perturbazione è intesa in senso dinamico (variazione di configurazione, velocità imposta, forza impulsiva, ecc.) e la configurazione del sistema evolve seguendo le leggi della dinamica. Oltre alle forze attive considerate nella valutazione dell'equilibrio, intervengono

forze di tipo dissipativo che tendono a smorzare il moto e tendono a riportare il sistema nella sua configurazione originaria.

Esiste una particolare classe di sistemi, una delle più importanti dal punto di vista delle implicazioni strutturali, e la prima ad essere stata affrontata staticamente, quella dei sistemi definiti *conservativi* (in cui le forze che agiscono nel sistema ammettono un potenziale) che possono essere affrontati con un criterio di equilibrio statico.

In tal caso si ricorre in genere a formulazioni di tipo energetico, ricordando che: “per un sistema conservativo che subisca spostamenti infinitesimi, fra tutte le configurazioni equilibrate, è stabile quella che rende stazionaria l’energia potenziale totale” (Teorema di Menabrea).

In questa ottica le perturbazioni che si considerano riguardano solo la variazione di configurazione. Accanto alla configurazione stabile e instabile, si parla anche di configurazione di *equilibrio indifferente* se dopo lo spostamento imposto il sistema si mantiene ancora in equilibrio in una nuova configurazione prossima a quella iniziale.

3.2. Travi compresse

Recentemente, la richiesta architettonica di trasparenza e luminosità ha favorito la diffusione nell’edilizia del vetro come materiale da costruzione. Sebbene si tratti infatti di un materiale ancora poco conosciuto rispetto ad altri materiali convenzionali, il vetro trova ampia applicazione nelle realizzazioni strutturali più innovative.

Sempre più spesso, è possibile osservare che solai, coperture, scale, facciate, vengono irrigidite con travi in vetro alle quali è affidato il compito di sostenere i carichi. Frequentemente, i pilastri convenzionali in cemento armato o acciaio vengono sostituiti con colonne di vetro (Fig.6-7).

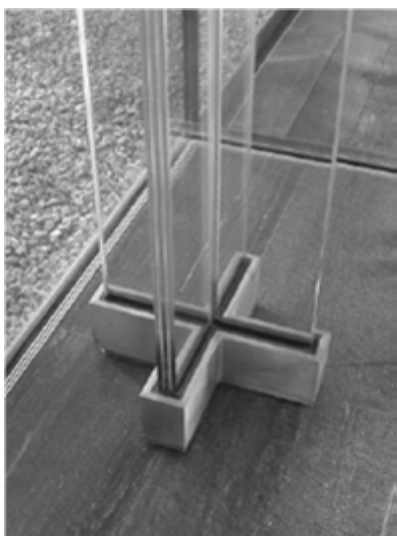


Fig.6. Colonna in vetro (Bagger e Petersen 2009).

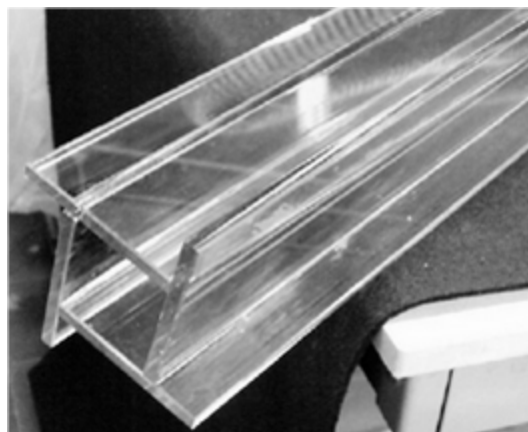


Fig.7. Colonna in vetro (Veer et al. 2005).

Nonostante tali soluzioni architettoniche trovino ampio consenso, spesso la difficoltà principale consiste nel dimensionare adeguatamente tali elementi particolarmente snelli e nel preservarne l'integrità nei confronti di eventuali fenomeni di instabilità.

Per la verifica di stabilità di elementi strutturali tradizionali, realizzati mediante materiali come l'acciaio o il cemento armato, esistono metodi di verifica consolidati. Diversamente, tali metodi non possono essere direttamente applicati agli elementi in vetro, per una serie di motivi geometrici (influenza delle tolleranze di produzione, imperfezioni iniziali) e meccanici (comportamento elasto-fragile del vetro, e nel caso del vetro stratificato, comportamento viscoelastico degli intercalari plastici utilizzati).

In tale contesto, può essere utile definire delle formulazioni analitiche che consentano di verificare elementi in vetro con comportamento a trave sottoposti a compressione assiale.

3.2.1. Modelli analitici per travi in vetro monolitico

Si consideri per esempio la trave in vetro monolitico (avente modulo di Young E , coefficiente di Poisson ν), di dimensioni $b \times L_0$, spessore t , incernierata alle estremità, affetta da un'imperfezione iniziale sinusoidale di ampiezza massima w_0 e sottoposta ad un carico assiale di compressione N (Fig.8).

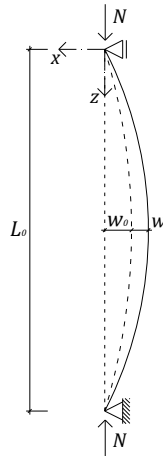


Fig.8. Trave in vetro monolitico caricata di punta.

Con riferimento alla teoria classica delle travi inflesse, l'equazione differenziale in grado di descriverne il comportamento flessionale è:

$$w''(z) + \frac{N}{EJ} [w(z) + w_0 \sin(\pi z/L_0)] = 0, \quad (1)$$

con $J = bt^3/12$ il momento d'inerzia della sezione.

Assumendo che la trave sia incernierata alle estremità, ed imponendo all'Eq.(1) le corrispondenti condizioni di vincolo per gli spostamenti $[w(0) = w(L_0) = 0]$ e la curvatura $[w''(0) = w''(L_0) = 0]$, la soluzione è:

$$w(z) = w_0 \sin\left(\frac{\pi z}{L_0}\right) \frac{NL_0^2}{EJ \pi^2 - NL_0^2}, \quad (2)$$

di conseguenza la massima inflessione w_{max} della trave, valutata considerando gli effetti del secondo ordine, risulta:

$$w_{max} = w(L_0/2) = \frac{w_0}{1 - N/N_{cr}^{(E)}}, \quad (3)$$

con:

$$N_{cr}^{(E)} = \frac{\pi^2 EJ}{L_0^2} \quad (4)$$

il carico critico per instabilità della trave monolitica.

In tali ipotesi, la massima tensione di trazione σ_{max} nell'elemento può essere valutata come:

$$\sigma_{max} = -\frac{N}{A} + \frac{N w_{max}}{W_y}, \quad (5)$$

con $A = bt$ l'area della sezione trasversale e $W_y = bt^2/6$ il modulo elastico resistente.

Ragionevolmente, la verifica di stabilità dell'elemento compresso dovrebbe essere condotta assumendo, quale ampiezza massima w_0 dell'imperfezione sinusoidale iniziale, un valore in grado di descrivere opportunamente la presenza di eventuali imperfezioni geometriche (w , dovuta a tolleranze geometriche di produzione, imperfezioni strutturali, tensioni residue) o possibili eccentricità accidentali (e_{acc}), di carico (e_c), di vincolo (e_v), così come una combinazione di queste.

A tale scopo, può essere conveniente considerare un'unica imperfezione iniziale di massima ampiezza w_0 , definita come:

$$w_0 = w + 1.25 (e_{acc} + e_c + e_v), \quad (6)$$

dove il coefficiente 1.25 rappresenta con buona approssimazione il rapporto tra la generica eccentricità e e l'ampiezza massima della deflessione sinusoidale w ad essa corrispondente. D'altra parte, la soluzione esatta dell'equazione differenziale in grado di descrivere il comportamento flessionale della trave monolitica compressa, affetta da imperfezioni iniziali e vari termini di eccentricità, è piuttosto complicata e di difficile applicazione per i progettisti:

$$w_0 = w + \frac{e_{acc} + e_c + e_v}{\cos\left(\frac{L_0}{2\sqrt{N/N_{cr}}}\right)}. \quad (7)$$

Recentemente, da alcune misurazioni condotte da Belis et al. (2011) su oltre 300 travi in vetro monolitico e stratificato è emerso che l'imperfezione totale iniziale w_0 , al fine della verifica di stabilità dell'elemento, può essere assunta pari ad $1/400$ della luce libera d'inflessione. Allo stesso tempo, l'eccentricità e dovrebbe essere almeno pari ad $1/6$ dello spessore totale t dell'elemento.

In tali ipotesi, la verifica di stabilità di una trave in vetro monolitica compressa dovrebbe essere eseguita, in accordo con l'approccio progettuale agli Stati Limite, considerando contemporaneamente tre diversi aspetti, riguardanti rispettivamente la resistenza strutturale, la deformabilità e la durabilità dell'elemento.

Per esempio, assumendo per il vetro una resistenza caratteristica a trazione σ_{Rk} ed un opportuno coefficiente di sicurezza del materiale γ_M , la limitazione delle massime tensioni dovrebbe richiedere che venga rispettata la condizione:

$$1. \quad \sigma_{Ed} \leq \frac{\sigma_{Rk}}{\gamma_M} = \sigma_{Rd}, \quad (8)$$

con σ_{Ed} la massima tensione di trazione di progetto (Eq.(5)) dovuta al carico assiale N_{Ed} .

Allo stesso tempo, la massima inflessione δ_{max} della trave (Eq.(3)), valutata considerando un'imperfezione iniziale di ampiezza minima $w_0 = L_0/400$ (Belis et al. 2011) ed un'eccentricità minima $e = t/6$, non dovrebbe superare un prefissato valore limite, espresso in funzione della luce libera d'inflessione L_0 come:

$$2. \quad \delta_{max} \leq \frac{L_0}{k}. \quad (9)$$

Ragionevolmente, dato il comportamento estremamente fragile delle travi in vetro e l'assenza di risorse duttili in campo post-critico (Luible 2004), si potrebbe assumere $k = 120$.

Infine, la verifica di stabilità di una trave compressa dovrebbe richiedere il confronto tra il carico assiale di progetto N_{Ed} e la resistenza di progetto alla stabilità per carico di punta $N_{b,Rd}$:

$$3. \quad N_{Ed} \leq N_{b,Rd} = \frac{N_{cr}^{(E)}}{\gamma_{M1}}, \quad (10)$$

con $N_{cr}^{(E)}$ il carico critico euleriano dell'elemento (Eq.(4)) e per esempio $\gamma_{M1} = 1.40$ un coefficiente di sicurezza.

3.2.1.1. Elementi compressi sottoposti all'azione di ulteriori carichi esterni

Qualora l'elemento in vetro monolitico sia soggetto, oltre al carico di punta N , ad un carico esterno q trasversale al piano dell'elemento, come mostrato nella Fig.9, è necessario tenerne opportunamente conto nella valutazione della sua stabilità.

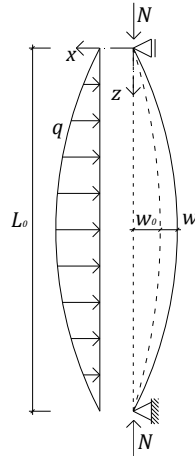


Fig.9. Modello analitico per trave in vetro monolitico sottoposta a compressione assiale e carichi sinusoidali distribuiti.

In tal caso, l'equazione differenziale che ne descrive il comportamento flessionale è infatti:

$$w''(z) + \frac{N}{EJ} [w(z) + w_0 \sin(\pi z/L_0)] + \frac{qL_0^2}{8EJ} \sin(\pi z/L_0) = 0, \quad (11)$$

dove q rappresenta la massima ampiezza del carico sinusoidale ortogonale al piano dell'elemento. Una simile distribuzione di carico determina nella trave effetti flessionali pressoché coincidenti con quelli dovuti ad un carico uniformemente distribuito q .

Dall'Eq.(11), la massima inflessione w_{max} provocata dalla presenza contemporanea della compressione assiale N e del carico q è data da:

$$w_{max} = \frac{L_0^2 (L_0^2 q + 8Nw_0)}{8(EJ\pi^2 - NL_0^2)} + w_0, \quad (12)$$

mentre il carico critico $N_{cr}^{(E)}$ dell'elemento, definito come valore asintotico a cui tende la compressione N al crescere della deformazione massima w_{max} , può essere espresso dall'Eq.(12) come:

$$N_{cr}^{(E)} = \frac{\pi^2 EJ}{L_0^2} - \frac{qL_0^4}{w_{max}} = (N_{cr}^{(E)})_{q=0} - \frac{qL_0^4}{w_{max}}, \quad (13)$$

con $w_{max} \rightarrow \infty$, di conseguenza l'Eq.(13) coincide con l'Eq.(4).

In tali ipotesi, la massima tensione di trazione σ_{max} nell'elemento può essere valutata come:

$$\sigma_{max} = -\frac{N}{A} + \frac{Nw_{max}}{W_y} \pm \frac{qL_0^2}{W_y}, \quad (14)$$

con $A = bt$ l'area della sezione trasversale e $W_y = bt^2/6$ il modulo elastico resistente.

Anche in tale circostanza, la verifica di stabilità dell'elemento può ritenersi soddisfatta se sono rispettate contemporaneamente le condizioni espresse dalle Eq.(8), (9) e (10).

3.2.2. Modelli analitici per travi in vetro stratificato

3.2.2.1. Elementi compressi

Attualmente, la verifica di stabilità di travi composte a connessione deformabile costituisce un argomento di grande interesse per vari ambiti dell'ingegneria civile. D'altra parte, l'impiego di elementi strutturali a sezione composta, per una serie di motivazioni strutturali ed economiche, sta riscontrando un significativo incremento. Spesso, si ricorre anche all'utilizzo di profili metallici inglobati nella sezione trasversale dell'elemento stratificato, in modo da garantire, anche dopo la rottura delle lastre di vetro, una minima capacità portante residua (Louter 2011). In tale contesto, numerosi autori si sono recentemente dedicati all'analisi numerica e analitica di travi o colonne composte (Čas et al. 2007; Schnabl et al. 2007; Xu e Wu 2007; Kryžanowski et al. 2009). Nell'ambito specifico delle travi in vetro stratificato compresse, viene spesso fatto riferimento a formulazioni basate sul concetto di spessore equivalente, sviluppate in accordo con la teoria elastica delle travi sandwich (Stamm e Witte 1974).

Con riferimento alla teoria delle travi sandwich, Luible e Crisinel (2004), così come Haldimann et al. (2008), propongono lo studio di una trave monolitica, a spessore equivalente t_{eff} , il cui comportamento flessionale equivale a quello di un'asta stratificata compressa di pari rigidità. Indubbiamente, si tratta di un approccio di facile applicazione per i progettisti. Il suo vantaggio principale consiste infatti nel poter descrivere il comportamento dell'elemento compresso mediante la teoria classica delle travi inflesse. D'altra parte, si tratta di un genere di formulazione che non permette di prendere in considerazione l'effettivo spessore dei vari strati costituenti l'elemento stratificato. Allo stesso tempo, un simile modello analitico non consente di evidenziare in che modo eventuali variazioni delle proprietà meccaniche dell'intercalare, dovute a modifiche di temperatura o di durata di applicazione del carico, influiscano sull'effettivo livello di connessione tra le lastre di vetro, e quindi sul comportamento globale dell'elemento stratificato.

Recentemente, Blaauwendraad (2007) ha analizzato le varie formulazioni analitiche proposte da diversi autori per la verifica di travi stratificate compresse, evidenziando le similitudini presenti tra più modelli analitici derivati dalla teoria delle travi sandwich. Sulla base di tali considerazioni, Blaauwendraad ha quindi proposto una nuova formulazione semplificata mediante la quale individuare i noti valori limite di carico critico (*monolithic limit* e *layered limit*) e stimare il carico critico effettivo di una generica asta compressa in vetro stratificato. In tal caso, viene introdotto un coefficiente adimensionale in grado di esprimere l'effettivo grado di connessione offerto dall'intercalare e di stimare in modo approssimativo le massime tensioni di trazione nelle lastre di vetro.

Un'alternativa a simili formulazioni è costituita da un modello analitico, sviluppato in questo lavoro di tesi, sulla base della teoria elastica proposta originariamente da Newmark et al. (1951) per l'analisi del comportamento flessionale di travi composte a connessione deformabile.

Uno dei vantaggi impliciti in tale formulazione consiste nella possibilità di prendere in considerazione l'effettiva geometria della trave in vetro stratificato da verificare, e quindi gli spessori effettivi di ciascuno strato. D'altra parte, si tratta di una teoria che può essere applicata solo a sistemi strutturali semplici, ovvero travi ottenute per assemblaggio di due lastre esterne, le quali interagiscono tra loro grazie ad una connessione in grado di trasferire le forze di taglio da un elemento all'altro. La formulazione originale di Newmark è infatti stata sviluppata sulle seguenti ipotesi:

- continuità della connessione a taglio tra i due elementi interagenti, per tutta la lunghezza della trave;
- proporzionalità diretta tra lo scorrimento consentito dalla connessione a taglio e l'intensità della forza trasmessa;
- distribuzione lineare delle deformazioni nello spessore dei due strati interagenti;
- medesima inflessione dei due strati interagenti, per tutta la lunghezza della trave.

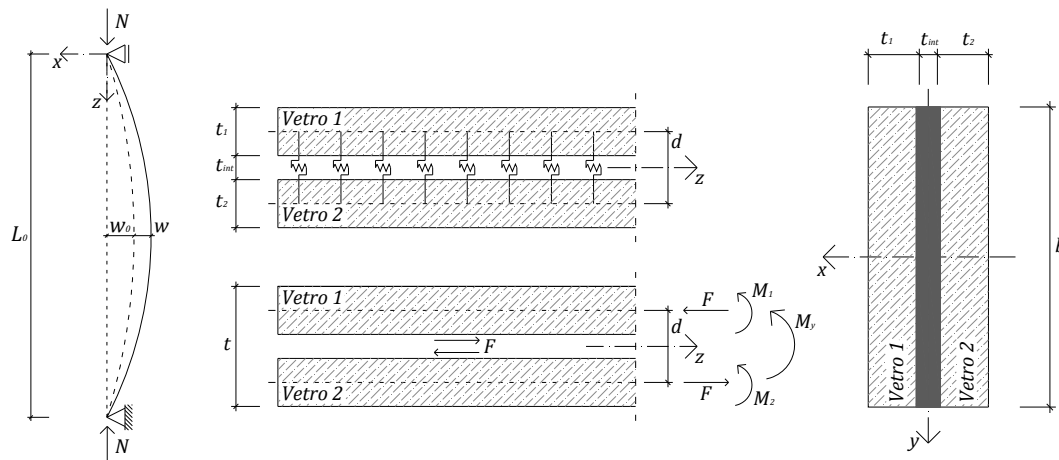


Fig.10. Modello analitico per trave composta a connessione deformabile sottoposta a compressione assiale.

In tali ipotesi, si consideri una trave in vetro stratificato, di luce libera di inflessione L_0 , affetta da un'imperfezione iniziale sinusoidale di massima ampiezza w_0 , e sottoposta ad un'azione di compressione assiale N (Fig.10). assumendo che la sua sezione trasversale, di larghezza b , sia ottenuta per assemblaggio di due lastre in vetro monolitico (spessori $t_1 \neq t_2$, modulo di elasticità normale E , modulo di elasticità tagliante G) e un intercalare (spessore t_{int} , modulo di elasticità tagliante G_{int}) a comportamento elastico lineare, l'equazione differenziale di quarto grado in grado di descriverne la deformazione flessionale $w(z)$ e la sua capacità portante, in accordo con la teoria di Newmark, è:

$$w^{IV}(z) - \alpha^2 w''(z) = \alpha^2 \frac{N}{EJ_{full}} \left[w(z) + w_0 \sin\left(\frac{\pi z}{L_0}\right) \right] - \frac{N}{EJ_{abs}} \left[w''(z) + w_0 \frac{\pi^2}{L_0^2} \sin\left(\frac{\pi z}{L_0}\right) \right] \quad (15)$$

dove:

$$\alpha^2 = \frac{K}{EA^*} \frac{EJ_{full}}{EJ_{abs}}, \quad (16)$$

$$K = \frac{G_{int} b}{t_{int}}. \quad (17)$$

Nell'Eq.(16), la rigidezza assiale equivalente EA^* , la rigidezza flessionale EJ_{full} (determinata nell'ipotesi di connessione rigida tra le lastre di vetro) e la rigidezza flessionale EJ_{abs} (valutata in assenza di connessione tra le lastre di vetro) sono rispettivamente definite come:

$$EA^* = \frac{(EA_1)(EA_2)}{EA_1 + EA_2} = \frac{Ebt_1 t_2}{t_1 + t_2}, \quad (18)$$

$$EJ_{full} = EJ_{abs} + Eb \left[t_1 \left(\frac{t_1}{2} + \frac{t_{int}}{2} \right)^2 + t_2 \left(\frac{t_2}{2} + \frac{t_{int}}{2} \right)^2 \right], \quad (19)$$

$$EJ_{abs} = \frac{Eb}{12} (t_1^3 + t_2^3), \quad (20)$$

con:

$$A_1 = bt_1, \quad A_2 = bt_2. \quad (21)$$

L'Eq.(15), in particolare, è ottenuta esprimendo in termini di spostamento trasversale $w(z)$ l'equazione differenziale di Newmark (Eq.(22)), la quale fornisce la curvatura $\chi(z)$ di una trave composta a connessione deformabile per effetto di un momento flettente $M(z)$:

$$\chi''(z) - \alpha^2 \chi(z) = \alpha^2 \frac{M(z)}{EJ_{full}} + \frac{q(z)}{EJ_{abs}}, \quad (22)$$

dove $M(z)$ è il momento flettente esterno al quale è sottoposta la trave; $q(z)$ è il carico esterno distribuito, ortogonale al piano dell'elemento; α , EJ_{full} e EJ_{abs} sono definite rispettivamente dalle Eq.(16), (19) e (20).

Effettuando le seguenti sostituzioni:

$$\chi(z) = w''(z), \quad (23)$$

$$M(z) = Nw(z) + Nw_0 \sin \frac{\pi x}{L_0}, \quad (24)$$

$$q(z) = -M''(z) = -Nw''(z) + Nw_0 \frac{\pi^2}{L_0^2} \sin \frac{\pi x}{L_0}, \quad (25)$$

ed imponendo nell'Eq.(15) le condizioni di vincolo per gli spostamenti [$w(0)= w(L_0)= 0$] e la curvatura [$w''(0)= w''(L_0)= 0$] della trave in semplice appoggio, la soluzione è:

$$w(z) = \frac{(\alpha^2 EJ_{abs} L_0^2 + EJ_{full} \pi^2) L_0^2 N w_0 \sin(\pi z / L_0)}{\alpha^2 EJ_{abs} L_0^2 (EJ_{full} \pi^2 - NL_0^2) + EJ_{full} \pi^2 (EJ_{abs} \pi^2 - NL_0^2)}. \quad (26)$$

Di conseguenza, la deformazione flessionale totale massima w_{max} della trave può essere valutata come:

$$w_{max} = w_0 + w\left(\frac{L_0}{2}\right). \quad (27)$$

L'Eq.(27) permette di calcolare il massimo spostamento trasversale in mezzeria di un elemento in vetro stratificato, con comportamento a trave, affetto da un'imperfezione sinusoidale iniziale di ampiezza massima w_0 e sottoposto ad una compressione assiale N .

Al graduale crescere di tale compressione N , la trave stratificata è sottoposta a problemi di stabilità dell'equilibrio che si manifestano in un improvviso e non proporzionale aumento della deformazione w_{max} corrispondente ad N . Di conseguenza, il carico critico dell'elemento compresso, ottenuto come valore al quale tende asintoticamente N al crescere della deformazione w_{max} , è:

$$N_{cr}^{(E)} = \frac{\pi^2 EJ_{abs} EJ_{full}}{L_0^2} \left(\frac{\alpha^2 L_0^2 + \pi^2}{\alpha^2 EJ_{abs} L_0^2 + EJ_{full} \pi^2} \right). \quad (28)$$

In tale contesto, è interessante notare che, in funzione del valore G_{int} caratterizzante il materiale utilizzato per l'intercalare, il carico critico $N_{cr}^{(E)}$ della trave stratificata è sempre compreso tra i due noti valori limite $N_{cr,full}^{(E)}$ e $N_{cr,abs}^{(E)}$, definiti rispettivamente:

- in presenza di connessione rigida tra le lastre di vetro (*monolithic limit*, $G_{int} \rightarrow \infty$, ovvero $\alpha \rightarrow \infty$):

$$N_{cr,full}^{(E)} \cong \frac{\pi^2 EJ_{full}}{L_0^2}, \quad (29)$$

- in assenza di connessione tra le lastre di vetro (*layered limit*, $G_{int} \rightarrow 0$, ovvero $\alpha \rightarrow 0$):

$$N_{cr,abs}^{(E)} \cong \frac{\pi^2 EJ_{abs}}{L_0^2}. \quad (30)$$

Da alcune prove sperimentali eseguite da diversi autori sui materiali comunemente utilizzati per realizzare l'intercalare di elementi in vetro stratificato, quali per esempio PVB Butacite®, SGP®, EVA, ecc... è emerso che le proprietà meccaniche di tali materiali termoplastici sono fortemente dipendenti dalla temperatura e dalla durata di applicazione del carico (Bennison et al. 1999; Meissner e Sackmann 2006; Weller et al. 2005). Indubbiamente, questo aspetto assume una particolare importanza nell'analisi di elementi in vetro stratificato il cui intercalare sia realizzato in PVB Butacite®, il quale è notoriamente caratterizzato da buone proprietà

meccaniche se sottoposto a condizioni normali (temperatura ambiente e carichi di breve durata), ma caratterizzato da un modulo di elasticità tagliante G_{int} che decresce rapidamente all'aumentare della temperatura o della durata di applicazione del carico (Aşik e Tezcan 2005; Belis et al. 2007; Weller et al. 2005).

Nella Tabella 3, per esempio, si riportano i valori sperimentali del modulo G_{int} definiti da Bennison et al. (1999) per un intercalare in PVB sottoposto a diverse temperature ($20^{\circ}\text{C} \leq T \leq 50^{\circ}\text{C}$) e tempi di applicazione del carico (3 secondi - 1 anno). Gli effetti del degrado di rigidità nella connessione offerta dall'intercalare possono essere osservati nella Fig.11, nella quale si riportano, in funzione di G_{int} ($10^{-4}\text{N/mm}^2 \leq G_{int} \leq 10^4\text{N/mm}^2$) i valori di carico critico $N_{cr}^{(E)}$ (Eq.(28)) di una trave in vetro stratificato (5/1.52/5mm, $b= 200\text{mm} \times L_0= 3000\text{mm}$) sottoposta a carico di punta.

Tabella 3. Proprietà meccaniche del PVB Butacite® (Bennison et al. 1999).

	G_{int} [N/mm ²]	Durata del carico				v_{int} [-]
		3 secondi	1 giorno	1 mese	1 anno	
Temperatura	20°C	8.060	0.840	0.372	0.266	0.498
	30°C	0.971	0.441	0.069	0.052	
	40°C	0.610	0.234	0.052	0.052	
	50°C	0.440	0.052	0.052	0.052	

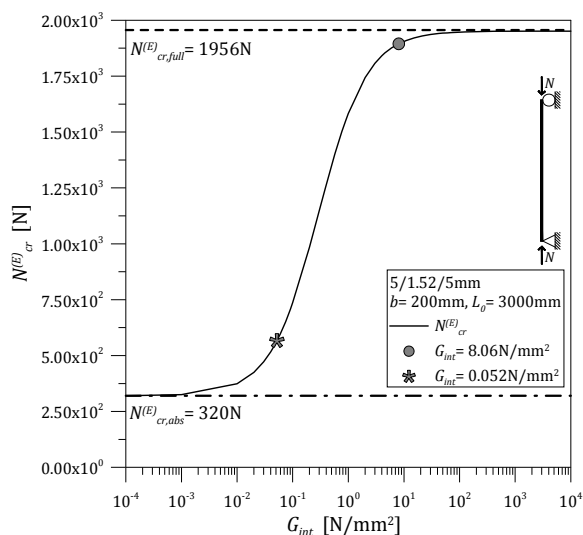


Fig.11. Effetto delle variazioni di temperatura e di durata di applicazione del carico sul valore di carico critico $N_{cr}^{(E)}$ di una trave compressa in vetro stratificato (5/1.52/5mm, $b=200\text{mm} \times L_0=3000\text{mm}$). (Tabella 3, Bennison et al. 1999).

Per evidenziare l'effetto di eventuali variazioni di temperatura o della durata di applicazione del carico sull'effettivo grado di connessione tra le lastre di vetro costituenti una trave stratificata compressa, può anche essere interessante definire:

- la snellezza effettiva (Luible e Crisinel 2004)

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\sigma_{Rk}}{\sigma_{cr}^{(E)}}}, \text{ e} \quad (31)$$

- il fattore di riduzione

$$R = \frac{N^*}{\sigma_{Rk} A}, \quad (32)$$

con:

σ_{Rk} la resistenza caratteristica a trazione del vetro;

$$\sigma_{cr}^{(E)} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad \text{la tensione critica Euleriana;} \quad (33)$$

$$\lambda = \frac{L_0}{\rho_{full}} \quad \text{la snellezza della trave stratificata;} \quad (34)$$

$$\rho_{full} = \sqrt{\frac{J}{A}} \quad \text{il raggio d'inerzia della sezione trasversale totale (ipotesi di} \\ \text{connessione rigida tra le lastre di vetro);} \quad (35)$$

$J = bt^3/12$ il momento d'inerzia della sezione trasversale totale, con $t = t_1 + t_{int} + t_2$;

$A = A_1 + A_{int} + A_2$ l'area della sezione trasversale totale; (36)

N^* il carico di compressione che determina, nella sezione maggiormente sollecitata, il raggiungimento della tensione di rottura σ_{Rk} .

Assumendo per esempio $\sigma_{Rk} = 17\text{N/mm}^2$ (valore suggerito dalla prEN 1990 e dalla prEN 13474 per il vetro *float* sottoposto a carichi di lunga durata o a variazioni di temperatura stagionali), si consideri una trave in vetro stratificato, di dimensioni $b = 200\text{mm} \times L_0 = 3000\text{mm}$, ottenuta per assemblaggio di due lastre in vetro monolitico ($t_1 = t_2 = 5.00\text{mm}$) ed un intercalare in PVB ($t_{int} = 1.52\text{mm}$). La trave è inoltre considerata affetta da un'imperfezione iniziale sinusoidale di ampiezza massima $w_0 = L_0/500$. Con riferimento ai valori del modulo G_{int} riportati nella Tabella 3, ed alle grandezze $\bar{\lambda}$ e R (Eq.(31), (32)), è possibile ottenere le curve di stabilità proposte nelle Fig.12-14.

La Fig.12, in particolare, evidenzia gli effetti di eventuali variazioni di temperatura sulla stabilità globale della trave in vetro stratificato analizzata. In essa, si nota che la connessione offerta dall'intercalare tra le due lastre di vetro può ritenersi accettabile, indipendentemente dal valore

di $\bar{\lambda}$, solo in presenza di temperature ambiente ($T= 20^{\circ}\text{C}$, $G_{int}= 8.06\text{N/mm}^2$, Tabella 3). Diversamente, in presenza di temperature $T \geq 30^{\circ}\text{C}$, il comportamento della trave stratificata compressa tende progressivamente a coincidere con il *layered limit*, ovvero la connessione a taglio presente tra le due lastre di vetro è pressoché nulla, di conseguenza queste ultime reagiscono ai carichi esterni indipendentemente l'una dall'altra. Questo aspetto dovrebbe essere opportunamente preso in considerazione nella progettazione e verifica di simili elementi, specialmente in riferimento a quegli elementi in vetro strutturale impiegati nella realizzazione di facciate o superfici direttamente esposte all'irraggiamento solare, e quindi soggette a forti escursioni termiche durante il giorno.

D'altra parte, numerosi autori hanno dimostrato che per temperature superiori alla temperatura T_g di vetrificazione ($12^{\circ}\text{C} < T_g < 16^{\circ}\text{C}$), le proprietà meccaniche dei fogli in PVB manifestano un'improvvisa e significativa riduzione, specialmente nell'intervallo $10^{\circ}\text{C} < T < 25^{\circ}\text{C}$ (Weller et al. 2005). Inoltre, nella Fig.12 si può anche osservare che in generale elevati valori di snellezza $\bar{\lambda}$ sono associati a comportamenti delle travi in vetro stratificato prossimi al *monolithic limit* ($\bar{\lambda} > 4$), mentre valori ridotti di $\bar{\lambda}$ ($\bar{\lambda} < 1$) implicano quasi un'assenza totale di connessione tra le lastre di vetro (*layered limit*). Sulla base di tali osservazioni, si può quindi concludere che la rigidità a taglio del materiale utilizzato per realizzare l'intercalare influenza la capacità portante degli elementi in vetro stratificato solo per un limitato intervallo di valori $\bar{\lambda}$ ($1 < \bar{\lambda} < 4$).

Il vantaggio della formulazione analitica proposta consiste proprio nella possibilità di individuare l'effettivo grado di connessione a taglio offerta dall'intercalare, tenendo al contempo in considerazione eventuali variazioni di temperatura, di durata di applicazione del carico o una combinazione di entrambe.

Le curve di stabilità riportate nella Fig.13 sono infatti riferite, a parità di temperatura ($T= 20^{\circ}\text{C}$), a carichi di durata istantanea (3 secondi, $G_{int}= 8.06\text{N/mm}^2$, Tabella 3) o permanente (1 anno, $G_{int}= 0.266\text{N/mm}^2$, Tabella 3). Anche in tale circostanza, è evidente che la presenza di carichi non istantanei o di snellezze elevate è associata ad una connessione tra le lastre pressoché nulla (*layered limit*).

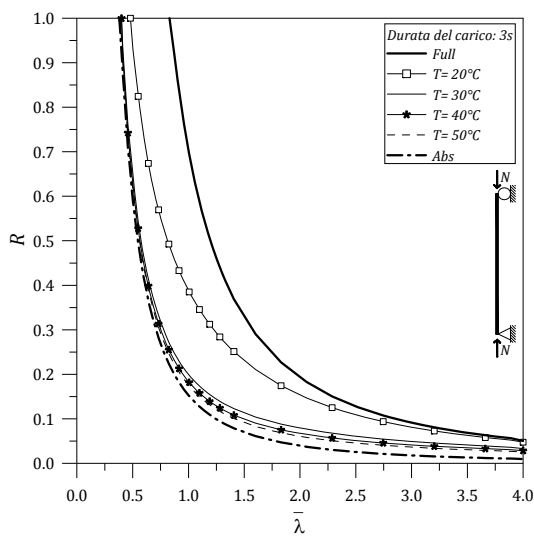


Fig.12. Effetti della temperatura ($20^{\circ}\text{C} < T < 50^{\circ}\text{C}$). Durata di applicazione dei carichi: 3 secondi (Bennison et al. 1999). Ampiezza massima dell'imperfezione iniziale: $w_0 = L_0/500$.

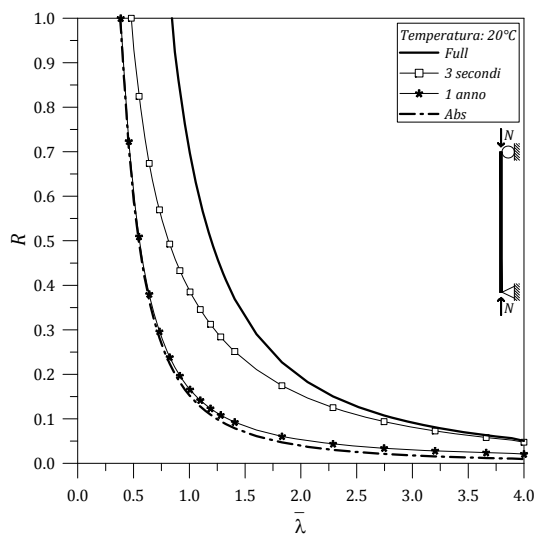


Fig.13. Effetti della durata di applicazione del carico (3 secondi, 1 anno). Temperatura: 20°C (Bennison et al. 1999). Ampiezza massima dell'imperfezione iniziale: $w_0 = L_0/500$.

Nella Fig.14, infine, viene evidenziato l'effetto dell'ampiezza massima dell'imperfezione iniziale sulla stabilità globale delle travi compresse in vetro stratificato. In tale circostanza, le proprietà meccaniche dell'intercalare in PVB sono infatti mantenute costanti ($G_{int} = 8.06\text{N/mm}^2$, Tabella 3), mentre le curve di stabilità sono definite in funzione di un'ampiezza d'imperfezione iniziale pari a $w_0 = L_0/1000$, $w_0 = L_0/500$, $w_0 = L_0/300$.

L'imperfezione iniziale contribuisce fortemente ad anticipare gli eventuali fenomeni di instabilità, di conseguenza se ne dovrebbe tenere opportunamente conto nella verifica di tali elementi.

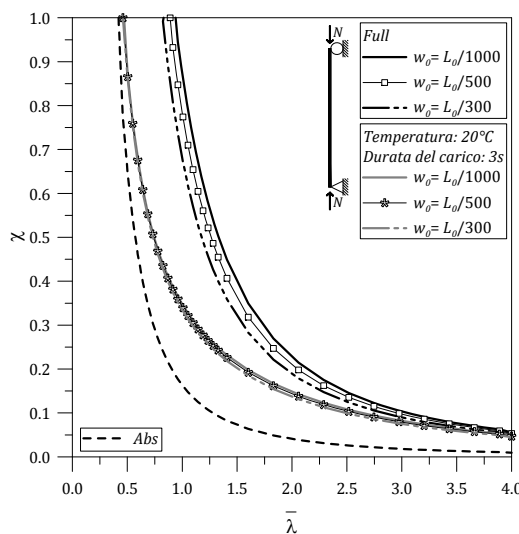


Fig.14. Effetti dell'ampiezza massima dell'imperfezione iniziale ($w_0 = L_0/1000$, $w_0 = L_0/500$, $w_0 = L_0/300$). Temperatura: 20°C . Durata di applicazione dei carichi: 3 secondi (Bennison et al. 1999).

3.2.2.2. Elementi stratificati sottoposti all'azione di ulteriori carichi esterni

Un altro aspetto che dovrebbe essere preso in considerazione al fine di eseguire un'analisi realistica delle travi compresse in vetro stratificato è la presenza, contemporanea al carico di punta N , di ulteriori carichi esterni q ortogonali al piano dell'elemento (Fig.9). Si tratta di una condizione particolare di carico che, nonostante sia spesso trascurata, rappresenta una tipica condizione di carico per travi o pannelli in vetro stratificato utilizzati, per esempio, nella realizzazione di facciate esposte alla pressione del vento.

Anche in tale circostanza, si può dimostrare che l'Eq.(28) permette di valutare correttamente il carico critico $N_{cr}^{(E)}$ dell'elemento compresso. L'equazione differenziale che descrive il comportamento flessionale della trave è infatti:

$$w^{IV}(z) - \alpha^2 w''(z) = \alpha^2 \frac{N}{EJ_{full}} \left[w(z) + w_0 \sin\left(\frac{\pi z}{L_0}\right) \right] + \frac{\alpha^2 q L_0^2}{EJ_{abs}} \sin\left(\frac{\pi z}{L_0}\right) - \frac{N}{EJ_{abs}} \left[w''(z) - w_0 \frac{\pi^2}{L_0^2} \sin\left(\frac{\pi z}{L_0}\right) \right] + \frac{\pi^2 q}{8EJ_{abs}} \sin\left(\frac{\pi z}{L_0}\right), \quad (37)$$

dove q rappresenta la massima ampiezza del carico sinusoidale ortogonale al piano dell'elemento. Una simile distribuzione di carico determina infatti nella trave stratificata effetti flessionali pressoché coincidenti con quelli causati da un carico uniformemente distribuito q . Dall'Eq.(27), la massima inflessione w_{max} provocata dalla presenza contemporanea della compressione assiale N e del carico q è data da:

$$w_{max} = \frac{L_0^2 (\alpha^2 EJ_{abs} L_0^2 + EJ_{full} \pi^2) (L_0^2 q + 8Nw_0)}{8 [\alpha^2 EJ_{abs} L_0^2 (EJ_{full} \pi^2 - NL_0^2) + EJ_{full} \pi^2 (EJ_{abs} \pi^2 - NL_0^2)]} + w_0, \quad (38)$$

mentre il carico critico $N_{cr}^{(E)}$ dell'elemento, definito come valore asintotico a cui tende la compressione N al crescere della deformazione massima w_{max} , può essere espresso dall'Eq.(38) come:

$$N_{cr}^{(E)} = \frac{\pi^2 EJ_{abs} EJ_{full}}{L_0^2} \left(\frac{\alpha^2 L_0^2 + \pi^2}{\alpha^2 EJ_{abs} L_0^2 + EJ_{full} \pi^2} \right) - \frac{q L_0^4}{w_{max}} = \left(N_{cr}^{(E)} \right)_{q=0} - \frac{q L_0^4}{w_{max}}, \quad (39)$$

con $w_{max} \rightarrow \infty$, di conseguenza l'Eq.(39) coincide con l'Eq.(28).

In tale contesto, dall'Eq.(38), appare quindi evidente che la presenza del carico aggiuntivo q amplifica la deformazione della trave caricata di punta, anticipandone il collasso. Di conseguenza, nella progettazione e verifica di simili elementi, sarebbe opportuno porre particolare attenzione non solo alle proprietà meccaniche dei materiali (ed in particolar modo alla rigidezza dell'intercalare G_{int}) o a fattori geometrici (ampiezza dell'imperfezione iniziale w_0 , eventuali eccentricità di carico o di vincolo), ma anche all'incremento delle deformazioni per effetto di eventuali carichi distribuiti q concomitanti con la compressione assiale N .

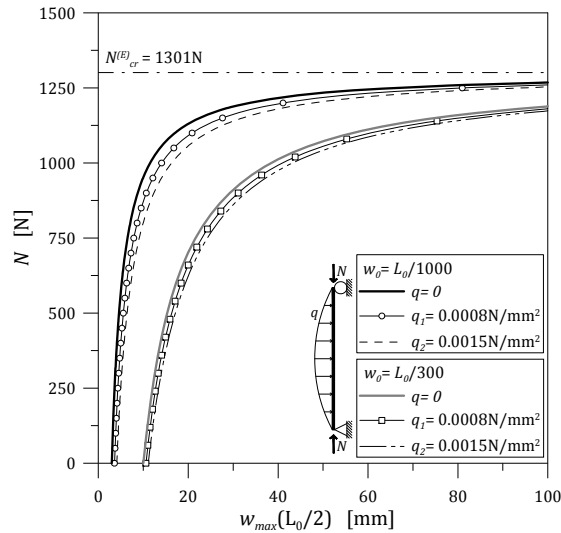


Fig. 15. Effetti di carichi sinusoidali ortogonali q contemporanei alla compressione assiale N ($q_1 = 0.0008\text{N/mm}^2$, $q_2 = 0.0015\text{N/mm}^2$). Temperatura: 50°C . Durata di applicazione del carico: 3 secondi (Bennison et al. 1999). Ampiezza massima dell'imperfezione iniziale: $w_0 = L_0/1000$, $w_0 = L_0/300$.

Le curve proposte nella Fig.15, per esempio, si riferiscono ad una trave in vetro stratificato (5/1.52/5mm), di dimensioni $b = 200\text{mm} \times L_0 = 3000\text{mm}$, affetta da un'imperfezione iniziale sinusoidale di ampiezza massima rispettivamente pari a $w_0 = L_0/1000$ e $w_0 = L_0/300$. La trave in esame viene analizzata nelle ipotesi che sia sottoposta ad elevate temperature ($T = 50^\circ\text{C}$) e carichi istantanei (3 secondi), di conseguenza, $G_{int} = 0.44\text{N/mm}^2$ (Tabella 3). Al fine di evidenziare gli effetti di eventuali carichi distribuiti q sulla stabilità globale dell'elemento, la trave è sottoposta ad una compressione assiale N crescente e ad un contemporaneo carico trasversale q , di ampiezza massima pari a $q_1 = 0.0008\text{N/mm}^2$ e $q_2 = 0.0015\text{N/mm}^2$. Anche in tale circostanza è possibile osservare che, nonostante i carichi q_1 e q_2 siano assimilabili per intensità a carichi da vento ordinari (q_1) o a raffiche di vento moderate (q_2), aumentano sensibilmente la deformazione flessionale dell'elemento, e quindi le massime tensioni di trazione nelle lastre di vetro, pur rimanendo inalterato il carico critico $N_{cr}^{(E)}$. Indubbiamente, simili effetti dipendono principalmente dall'intensità del carico q , ma nel caso la trave in vetro stratificato sia particolarmente snella, anche carichi q di ridotta intensità possono influire in modo significativo sulla stabilità globale dell'elemento.

3.2.2.3. Validazione numerica

Al fine di validare le formulazioni analitiche proposte ai paragrafi precedenti, è stato realizzato un modello tridimensionale (3D) non lineare ad elementi finiti (EF). A tale proposito, è stato utilizzato il codice di calcolo non lineare ABAQUS (2009). Per modellare la sezione trasversale dell'elemento esaminato (5/1.52/5mm), sono stati utilizzati elementi 3D a 8 nodi (C3DI, *incompatibile modes*) per descrivere le lastre in vetro monolitico, ed elementi 3D a 8 nodi, del

tipo C3D8H (*incompatible modes, hybrid formulation*) per l'intercalare in PVB. All'elemento in vetro stratificato, di larghezza $b= 20\text{mm}$ e luce libera d'inflessione L_0 variabile ($200\text{mm} < L_0 < 1000\text{mm}$, Tabella 4) è quindi stata applicata una *mesh* sufficientemente accurata, sia nello spessore che nel piano dello stesso. Per quanto riguarda la caratterizzazione dei materiali, il vetro è stato descritto come materiale isotropo, lineare elastico, caratterizzato da un modulo di Young $E= 70000\text{N/mm}^2$ e da un coefficiente di Poisson $\nu= 0.23$. Anche il PVB è stato considerato come materiale isotropo, a comportamento elastico lineare, assumendo quali proprietà meccaniche i valori riportati nella Tabella 5.

Tabella 4. Proprietà geometriche utilizzate nella modellazione delle travi in vetro stratificato (ABAQUS).

Spessore delle lastre di vetro	$t_1 = t_2 = 5.00\text{mm}$
Spessore dell'intercalare in PVB	$t_{int} = 1.52\text{mm}$
Larghezza della trave	$b = 20.00\text{mm}$
Luce libera d'inflessione della trave	$L_0 = 200, 400, 600, 800, 1000\text{mm}$

Tabella 5. Proprietà meccaniche utilizzate per nella modellazione dell'intercalare in PVB (ABAQUS).

Connessione	G_{int}	ν_{int}
[-]	[N/mm ²]	[-]
Full (<i>monolithic limit</i>)	500	0.498
$T= 20^\circ\text{C}$, 3 secondi	8.06	
Abs (<i>layered limit</i>)	0.0001	

Nello specifico, si sono presi in considerazione tre diversi livelli di connessione a taglio tra le lastre di vetro, al fine di poter simulare la presenza di un intercalare infinitamente rigido (*full, monolithic limit*), di un intercalare estremamente soffice (*abs, layered limit*) e di un intercalare "convenzionale" ($T= 20^\circ\text{C}$, durata di applicazione del carico: 3 secondi, Tabella 5). Di conseguenza, è stato necessario realizzare più modelli FE per la trave analizzata, al fine di poter prendere in considerazione diversi valori di snellezza λ .

Inoltre, per descrivere in modo più realistico il comportamento flessionale di tali elementi compressi, in ciascuna analisi è stata presa in considerazione anche un'imperfezione sinusoidale iniziale di ampiezza massima w_0 ($w_0 = L_0/1000$, $w_0 = L_0/500$, $w_0 = L_0/300$), imposta sottoforma di spostamento iniziale trasversale. La compressione assiale N è quindi stata applicata, come pressione uniformemente distribuita superficie di base e di sommità, a ciascuna trave deformata (Fig.16).

A titolo de'esempio, i confronti tra risultati analitici e numerici proposti nella Fig.17 sono riferiti a travi stratificate affette da un'imperfezione iniziale sinusoidale di ampiezza massima $w_0 = L_0/500$. Per ciascuna delle analisi numeriche svolte, i risultati sono proposti come rapporto tra i

fattori di riduzione R (Eq.(32)) e snellezza λ (Eq.(34)), con riferimento ad una prefissata resistenza caratteristica a trazione del vetro ($\sigma_{Rk} = 17\text{N/mm}^2$ (prEN 13474)).

Come riportato nella Fig.17, è possibile osservare una buona corrispondenza tra i risultati numerici ed i risultati ottenuti sulla base della formulazione analitica proposta.



Fig.16. Modello numerico (ABAQUS).

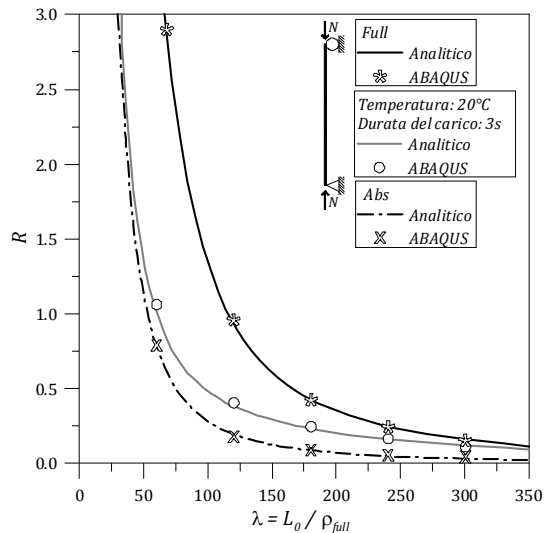


Fig.17. Curve di stabilità per travi stratificate compresse. Confronto tra risultati analitici e numerici (ABAQUS). Ampiezza massima dell'imperfezione iniziale: $w_0 = L_0/500$.

3.2.2.4. Verifica di stabilità di travi compresse in vetro stratificato

Sulla base di quanto proposto nei paragrafi precedenti e in accordo con l'approccio di progettazione agli Stati Limite, la verifica di stabilità di travi compresse in vetro stratificato dovrebbe richiedere la valutazione in ogni sezione trasversale della massima tensione di trazione σ_{Ed} e il confronto di quest'ultima con la resistenza caratteristica a trazione del vetro σ_{Rk} . Dal momento che la massima deflessione w_{max} di travi stratificate sottoposte a compressione assiale N può essere calcolata mediante l'Eq.(27), con riferimento alla Fig.8, la massima tensione di trazione σ_{Ed} corrispondente ad una deformazione flessionale w_{max} dovuta ad una compressione assiale di progetto N_{Ed} , è data da:

$$\sigma_{Ed} = -\frac{N_{Ed}}{A} + \frac{N_{Ed}w_{max}}{W_y} + \frac{F}{A_{min}}, \tag{40}$$

dove:

F è il carico assiale agente in ciascuna delle lastre di vetro, provocato dall'inflessione della trave, definito come:

$$F = \frac{N_{Ed} w_{max} + \chi_{max} EJ_{abs}}{d}; \quad (41)$$

d è la distanza tra gli assi baricentrici delle lastre di vetro;
 χ_{max} è la curvatura della trave in vetro stratificato, valutata in corrispondenza della mezzeria, corrispondente all'inflessione w_{max} :

$$\chi_{max} = -\frac{\pi^2}{L_0^2} w_{max}; \quad (42)$$

W_y è il modulo resistente elastico della sezione trasversale (Eq.(14));

t è lo spessore totale della sezione trasversale;

A_{min} è la minore tra le aree delle sezioni trasversali di ciascuna lastra di vetro, con $t_{min} = \min(t_1, t_2)$;

$$A_{min} = bt_{min}. \quad (43)$$

Ragionevolmente, come già osservato nel caso delle travi compresse in vetro monolitico, il calcolo della massima tensione di trazione dovrebbe essere eseguito prendendo in considerazione anche la presenza di un'imperfezione sinusoidale iniziale rappresentativa di eventuali imperfezioni geometriche della trave o possibili eccentricità (Eq.(6)).

In presenza di eventuali carichi trasversali sinusoidali di progetto di massima ampiezza q_{Ed} , l'Eq.(40) diventa:

$$\sigma_{Ed} = -\frac{N_{Ed}}{A} + \frac{N_{Ed} w_{max}}{W_y} + \frac{q_{Ed} L_0^2}{8W_y} + \frac{F}{A_{min}}, \quad (44)$$

dove:

w_{max} è la massima deformazione flessionale, data dell'Eq.(38);

F è il carico assiale agente in ciascuna lastra di vetro, per effetto dell'inflessione della trave:

$$F = \frac{(N_{Ed} w_{max} + q_{Ed} L_0^2) + \chi_{max} EJ_{abs}}{d}. \quad (45)$$

In tali ipotesi, la verifica di stabilità di travi in vetro stratificato compresse può ritenersi soddisfatta se sono valide le condizioni espresse mediante le Eq.(8), (9), (10).

3.2.3. Modelli analitici per travi in vetro camera (IGU)

Grazie alle loro apprezzabili capacità di isolamento termico ed acustico, gli elementi in vetro-camera (IGUs) sono ampiamente utilizzati negli edifici moderni per realizzare facciate continue energeticamente efficienti. Il tipico elemento in vetro-camera costituisce una combinazione di vetro multistrato, ottenuta sigillando ermeticamente un'intercapedine d'aria interposta tra due o più pannelli di vetro. Le deformazioni del sistema accoppiato generalmente derivano da carichi esterni abituali (per esempio carichi da vento) ma anche da carichi interni (*climatic loads*), che dipendono da una serie di fattori non facilmente stimabili (geometria dell'elemento, variazioni di temperatura, pressione o altitudine). Nella pratica, alcune condizioni di carico supplementari potrebbero compromettere la loro integrità, come ad esempio le particolari configurazioni dovute alla deformabilità della struttura portante o alla dilatazione termica impedita. Per questi motivi, può essere utile analizzare la resistenza all'instabilità di elementi in vetro-camera compressi, e definirne una semplice formulazione analitica per la stima della loro capacità portante.

Un elemento in vetro-camera è costituito da due o più lastre di vetro connesse tra loro da un distanziatore perimetrale metallico ("*spacer*"), tra le quali è interposta un'intercapedine d'aria. Rispetto ad altre tipologie strutturali, gli elementi in vetro-camera si distinguono per il fatto che le deformazioni e le corrispondenti sollecitazioni nelle lastre di vetro che li costituiscono derivano non solo da carichi esterni (es. vento, neve,...) ma anche da carichi interni (*climatic loads*) dovuti a variazioni climatiche (temperatura, pressione, altitudine). Affinché un elemento in vetro-camera sia in grado di offrire la massima efficienza e durabilità, è pertanto fondamentale che la sigillatura perimetrale dell'intercapedine, generalmente realizzata in materiale polimerico, si mantenga integra ed impedisca lo scambio d'aria con l'esterno (Panait et al. 2007).

In letteratura, esistono modelli analitici che permettono di calcolare in modo semplificato, per effetto di un carico esterno uniformemente distribuito o per una data variazione climatica, le massime tensioni e deformazioni che ne derivano su ciascuna delle lastre componenti un'unità IG (Feldmeier 2003; Neugebauer 2009). Si tratta però di formulazioni che trovano applicazione solo nella verifica di elementi piani o curvi in vetro-camera costituiti da due lastre di vetro e appoggiati su tutti i bordi. Qualora si voglia analizzarne il comportamento in particolari condizioni di vincolo (es. tre appoggi continui ed un lato libero, appoggi puntuali), è invece necessario ricorrere a modelli numerici sofisticati (Chesnokov e Chesnokov 2005). Similmente, in presenza di carichi eccezionali quali urti o esplosioni, per descriverne adeguatamente l'effetto su entrambe le lastre si devono utilizzare opportuni codici di calcolo (Brendler et al. 2004; Deng et al. 2010).

Nella pratica, sono molteplici le condizioni di carico che possono interessare tali elementi, generalmente caratterizzati da un'elevata snellezza. L'impiego di elementi in vetro-camera nella

realizzazione di facciate strutturali dalla geometria complessa o pareti portanti di edifici tecnologicamente sofisticati (Eekhout et al. 2009a, 2009b; Vollers et al. 2005), può essere ad esempio causa di sollecitazioni nel piano del singolo pannello. Tali sollecitazioni possono essere indotte dall'affidare al pannello la funzione di sopportare carichi significativi, dalla deformabilità della struttura portante per effetto di carichi ordinari (ad es. neve) o eccezionali (ad es. sisma) e da dilatazioni termiche impedito. Dette azioni nel piano possono fare insorgere nell'elemento problemi di stabilità dell'equilibrio, per cui risulta importante individuare idonei criteri di verifica nei confronti di questo possibile stato limite ultimo. Nel caso degli elementi in vetro-camera, non esistono attualmente formulazioni analitiche che permettano di condurre un'adeguata verifica di stabilità. In questo contesto, può essere utile definire un modello analitico per la verifica di stabilità di elementi in vetro-camera compressi, con comportamento a trave, semplicemente appoggiati alle estremità.

3.2.3.1. Modelli analitici esistenti per elementi in vetro-camera

3.2.3.1.1. Carichi esterni ortogonali al piano dell'elemento

Si consideri un elemento in vetro-camera di dimensioni $b \times L_0$, costituito da due lastre in vetro monolitico aventi spessore t_1 (vetro esterno) e t_2 (vetro interno), con intercapedine di spessore t_{int} , soggetto ad un carico distribuito q ortogonale al piano dell'elemento (es. peso proprio, vento, neve,...), come illustrato nella Fig.18.

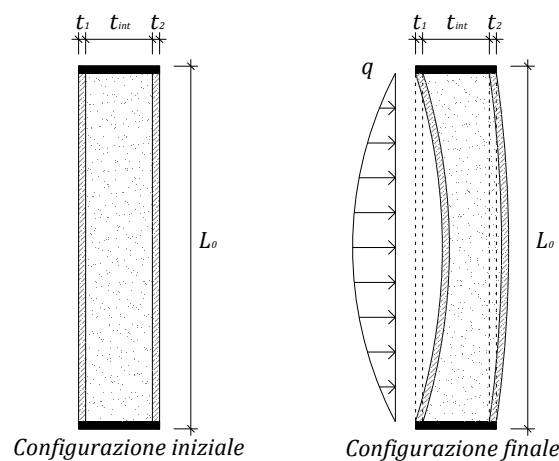


Fig.18. Diminuzione del volume dell'intercapedine per effetto di un carico distribuito ortogonale al piano dell'elemento in vetro-camera.

Secondo i modelli di calcolo attualmente adottati da diversi codici normativi (normativa europea prEN 13474, normativa tedesca TRLV, normativa austriaca ÖNORM 3716,...) per il calcolo degli elementi strutturali in vetro, si può pensare che il carico q venga ripartito tra le due

lastre costituenti l'elemento in vetro-camera in esame. Questa ripartizione (*load sharing*) dipende principalmente dai rapporti di rigidezza k_1 e k_2 delle lastre componenti.

La presenza del gas nell'intercapedine che separa le due lastre di vetro comporta infatti che il carico esterno q si ripartisca su entrambe le lastre, secondo i termini q_1 e q_2 , da valutarsi come indicato nella Tabella 6.

Tabella 6. ripartizione dei carichi (*load sharing*) tra le lastre di vetro.

Lastra caricata	Carico ripreso	
	Lastra 1	Lastra 2
1 (esterno)	$q_1 = (k_1 + \varphi k_2) q$	$q_2 = (1 - \varphi) k_2 q$
2 (interno)	$q_1 = (1 - \varphi) k_1 q$	$q_2 = (\varphi k_1 + k_2) q$

Nello specifico, k_1 e k_2 possono essere calcolate rispettivamente come:

$$k_1 = \frac{t_1^3}{t_1^3 + t_2^3}, \quad k_2 = \frac{t_2^3}{t_1^3 + t_2^3}, \quad (46), (47)$$

mentre il coefficiente φ è definito da (ÖNORM B 3716):

$$\varphi = \frac{1}{1 + (a^*/a)^4}, \quad (48)$$

con a^* la lunghezza caratteristica dell'elemento:

$$a^* = 28.9 \sqrt[4]{\frac{t_1^3 t_2^3 t_{int}}{(t_1^3 + t_2^3) B_v}}, \quad (49)$$

a la minore tra le dimensioni dell'elemento e B_v un coefficiente per il calcolo del suo volume, dipendente dalla geometria dello stesso (Feldmeier 2003).

3.2.3.1.2. Carichi interni (*climatic loads*)

Come noto, gli elementi in vetro-camera risentono fortemente di cambiamenti climatici. Eventuali variazioni di temperatura ΔT , pressione atmosferica Δp o altitudine Δh tra il luogo di produzione ed il luogo di installazione, associate alla presenza di gas presente nell'intercapedine, sono infatti causa di azioni interne che provocano effetti in entrambe le lastre. In tal caso, ciò si traduce in una pressione isocora p_0 da valutarsi come:

$$p_0 = p_{h,0} + p_{C,0}, \quad (50)$$

essendo:

$$p_{h,0} = c_h (h - h_p) \quad (51)$$

la pressione isocora generata da una variazione di altitudine tra la quota h_p [m] di produzione e la quota h di installazione, con $c_h = 0.012 \text{ kPa/m}$, e

$$p_{c,0} = c_T(T - T_p) - (p - p_p) \quad (52)$$

la pressione isocora causata da un'eventuale variazione di temperatura T [K] o di pressione p [kPa] rispetto all'ambiente di produzione (T_p, p_p) , con $c_T = 0.34 \text{ kPa/K}$.

Complessivamente, la pressione p_0 (Eq.(50)) che ne risulta si ripartisce tra le due lastre di vetro secondo le quantità $\pm \varphi p_0$, con φ dato dall'Eq.(48), come indicato nella Fig.19.

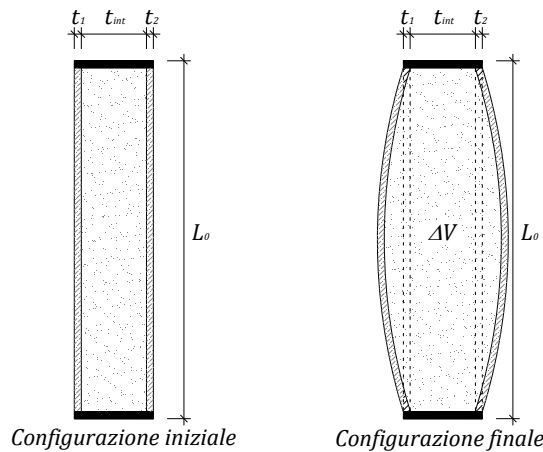


Fig.19. Aumento del volume dell'intercapedine per effetto di variazioni climatiche.

3.2.3.2. Modelli analitici per elementi compressi

I modelli analitici precedentemente esposti costituiscono attualmente un valido strumento per la verifica semplificata di elementi in vetro-camera prevalentemente inflessi. In riferimento all'elemento in vetro-camera di dimensioni $b \times L_0$, costituito da due lastre di vetro monolitico (di spessore t_1, t_2) ed intercapedine di spessore t_{int} , precedentemente analizzato, si presenta ora un modello analitico per lo studio della stabilità sotto un carico di compressione N . L'ipotesi alla base del modello proposto è che l'elemento in vetro-camera compresso possa essere assimilato a una trave stratificata caricata di punta, nella quale la connessione tra le due lastre, per effetto dell'intercapedine, è nulla. Assumendo che il carico N sia uniformemente distribuito sulla sezione trasversale dell'elemento, questo viene quindi ripartito tra le due lastre di vetro secondo la relazione:

$$N_i = N \frac{A_i}{A_{tot}}, \quad (53)$$

dove:

$A_i = bt_i$ rappresenta l'area della singola sezione trasversale ($i= 1, 2$);

$$A_{tot} = \sum_{i=1}^2 A_i \quad \text{è l'area totale resistente dell'elemento.}$$

Il controllo della risposta in termini di carico N_i – massimo spostamento trasversale $w_{max,i}$ di ciascuna lastra componente, può essere effettuata facendo riferimento al concetto di spessore equivalente $t_{eq,i}$, valutato per $i = 1, 2$ come:

$$t_{eq,i} = \sqrt{\frac{12 J_{eq,i}}{b}}, \quad (54)$$

con:

$$J_{eq,i} = \frac{N_{cr,eq,i}^{(E)} L_0^2}{\pi^2 E} \quad \text{il momento d'inerzia equivalente della singola sezione trasversale;} \quad (55)$$

$$N_{cr,eq,i}^{(E)} = \frac{A_i}{A_{tot}} N_{cr}^{(E)} \quad \text{il carico critico euleriano della singola lastra (interazione reciproca);} \quad (56)$$

$$N_{cr}^{(E)} = \frac{\pi^2 EJ_{abs}}{L_0^2} \quad \text{carico critico euleriano dell'intero elemento in vetro-camera;} \quad (57)$$

EJ_{abs} la rigidezza flessionale equivalente dell'elemento, valutata nelle ipotesi di assenza di connessione tra le lastre (Eq.(20)).

Il comportamento flessionale della singola lastra monolitica, di spessore equivalente $t_{eq,i}$ (Eq.(54)), soggetta al carico di punta N_i (Eq.(53)), può essere descritto mediante la nota teoria classica delle travi inflesse (Eq.(1)).

Anche in tale circostanza, nella valutazione della massima deformazione flessionale $w_{max,i}$ (Eq.(3)) e della corrispondente tensione massima $\sigma_{max,i}$ (Eq.(5)), sarebbe opportuno prendere in considerazione un'adeguata ampiezza massima di imperfezione iniziale $w_{0,i}$ (Eq.(6)).

In realtà, poiché gli elementi in vetro-camera sono fortemente influenzati da possibili variazioni climatiche, gli effetti di un eventuale carico di punta N dovrebbero sempre essere valutati in concomitanza di un'eventuale variazione di temperatura ΔT (es. elementi esposti al sole,...). Allo stesso modo, la presenza di carichi esterni distribuiti contemporanei ad una compressione di punta N (vento, ad esempio) non dovrebbe essere trascurata, in quanto potrebbe aggravare ulteriormente lo stato de formativo dell'elemento. In tale ottica, ciascuna delle due lastre risulterebbe sottoposta contemporaneamente a sforzi flessionali e membranali (Fig.9).

Con riferimento alla Fig.9, indicato con $q_{tot,i}$ ($i=1, 2$) il carico sinusoidale, ortogonale al piano dell'elemento, che agisce sulla lastra i quale risultante di eventuali carichi esterni q_i (Tabella 6) o pressioni interne $\pm \varphi p_0$ dovute a variazioni climatiche (Eq.(48), (50)), lo spostamento massimo $w_{max,i}$ che ne consegue può essere valutato mediante l'Eq.(12). Analogamente, la tensione

massima di trazione $\sigma_{max,i}$ è definita dall'Eq.(14). In tale contesto, è importante osservare che l'eventuale carico aggiuntivo $q_{tot,i}$ comporta effetti in termini di deformazioni (Eq.(12)) e quindi massime tensioni (Eq.(14)) differenti in ciascuna lastra, mentre il carico critico per instabilità della singola lastra (Eq.(56)) e dell'intero elemento (Eq.(57)) si mantengono inalterati.

Sulla base di quanto proposto, la verifica di stabilità di un elemento in vetro camera compresso, con comportamento a trave, può essere condotta in riferimento alle condizioni riportate alle Eq.(8), (9), (10).

3.2.3.3. Rapporto tra gli spessori dei vetri

Nell'ambito dei grandi spostamenti, la risposta carico N -freccia w di un elemento in vetro-camera costituito da due lastre di vetro può risentire in modo significativo di diversi fattori. Tali fattori possono essere connessi tanto a condizioni climatiche, come già specificato, quanto a fattori puramente geometrici (imperfezioni iniziali, eccentricità di carico o di vincolo, snellezza dell'elemento, rapporto tra gli spessori dei vetri,...).

Il rapporto tra gli spessori dei vetri, per esempio, può rappresentare un interessante parametro da prendere in considerazione nell'ottimizzazione della risposta strutturale degli elementi in vetro-camera prevalentemente compressi.

Lastre di uguale spessore

Nel caso in cui l'elemento sia costituito da lastre di uguale spessore, il carico di punta sollecitante N si ripartisce in modo uniforme tra le due lastre, che per effetto di tale compressione si deformano in parallelo. Da ciò consegue che anche nella configurazione deformata, a meno di variazioni climatiche, la pressione interna all'intercapedine rimane costante. Il comportamento delle singole lastre è pertanto riconducibile a quello di due lastre monolitiche di spessore $t = t_1 = t_2$, tra loro prive di connessione, sottoposte ciascuna ad una compressione $N_i = 0.5N$ ($i = 1, 2$). Il carico critico $N_{cr}^{(E)}$ dell'elemento in vetro-camera è quindi dato dalla somma dei due carichi critici euleriani $N_{cr,eq,1}^{(E)}$ ed $N_{cr,eq,2}^{(E)}$ di ciascuna lastra (Eq.(56)).

Lastre di diverso spessore

Qualora gli spessori delle due lastre siano diversi, come comunemente accade nella pratica (es. $t_1 < t_2$), il carico di punta N si ripartisce tra le due lastre proporzionalmente al rapporto tra le aree delle sezioni trasversali A_1 ed A_2 , ovvero in funzione di $R_i = A_i/A_{tot}$ ($i = 1, 2$), pertanto $N_i = R_i N$. In tale ipotesi, dalle analisi condotte numericamente si è potuto osservare che le due

lastre compresse non si deformano perfettamente in parallelo in presenza di carichi di punta elevati. Di conseguenza, la pressione interna all'intercapedine tende a variare, aumentando o riducendosi rispetto al valore iniziale in funzione della direzione di eventuali imperfezioni iniziali dell'elemento.

Trattandosi comunque di variazioni di pressione modeste, il modello analitico proposto è stato sviluppato sulla base dell'ipotesi che, per effetto del solo carico di punta, le variazioni di pressione interne all'intercapedine potessero essere del tutto trascurate.

Per quanto riguarda quindi il comportamento della singola lastra caricata di punta, il concetto di spessore equivalente $t_{eq,i}$ permette anche in tal caso di analizzare la risposta carico N_i - spostamento w_i di singole lastre monolitiche, osservando in particolare che nell'ipotesi di $t_1 < t_2$ si ha:

- il carico critico $N_{cr}^{(E)}$ dell'elemento in vetro-camera coincide con quanto espresso dall'Eq.(57):

$$N_{cr}^{(E)} = \sum_{i=1}^2 N_{cr,eq}^{(E)} = \sum_{i=1}^2 \frac{\pi^2 EJ_{eq,i}}{L_0^2} = \frac{\pi^2 EJ_{abs}}{L_0^2}; \quad (58)$$

- $t_{eq,1} > t_1$, ovvero la lastra di spessore minore risente in modo benefico della lastra adiacente più rigida e di conseguenza risulta:

$$N_{cr,eq,1}^{(E)} = \frac{\pi^2 EJ_{eq,1}}{L_0^2} > N_{cr,1}^{(E)} = \frac{\pi^2 EJ_1}{L_0^2}; \quad (59)$$

- $t_{eq,2} < t_2$, pertanto la lastra di spessore maggiore viene invece indebolita dalla lastra più deformabile adiacente, essendo:

$$N_{cr,eq,2}^{(E)} = \frac{\pi^2 EJ_{eq,2}}{L_0^2} < N_{cr,2}^{(E)} = \frac{\pi^2 EJ_2}{L_0^2}. \quad (60)$$

Questo aspetto particolare di interazione reciproca tra le due lastre costituenti l'elemento in esame può essere osservato nella Fig.20, nella quale sono state riportate le curve carico N_i -spostamento massimo in mezzzeria $w_{max,i}$ di ciascuna lastra. Nello specifico, tali curve si riferiscono ad un elemento compresso, costituito da due lastre in vetro monolitico ($t_1 = 10mm$, $t_2 = 20mm$), spessore dell'intercapedine $t_{int} = 10mm$, avente dimensioni $b = 400mm$ x $L_0 = 2000mm$ ed affetto da un'imperfezione iniziale sinusoidale di ampiezza massima $w_0 = L_0/500$.

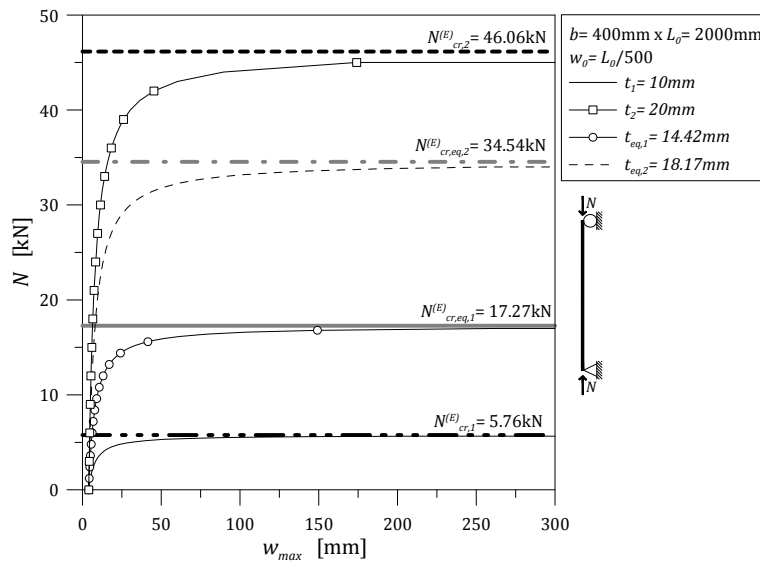


Fig.20. Relazione carico N -spostamento trasversale w_{max} per lastre monolitiche a spessore equivalente (Eq.(54)).

Gli spessori equivalenti di ciascuna lastra risultano $t_{eq,1} = 14.42mm$ e $t_{eq,2} = 18.17mm$ (Eq.(54)), di conseguenza i corrispondenti carichi critici euleriani equivalenti valgono $N_{cr,eq,1}^{(E)} = 17.27kN$ e $N_{cr,eq,2}^{(E)} = 35.54kN$ (Eq.(56)). Le rispettive curve $N-w_{max}$ proposte nella Fig.20 sono definite mediante l'Eq.(3). Nello stessa figura possono inoltre essere osservate le curve analitiche $N-w_{max}$ che si otterrebbero per $t_1 = 10mm$ e $t_2 = 20mm$, in assenza di interazione reciproca tra le lastre costituenti l'elemento in vetro-camera ($N_{cr,1}^{(E)} = 5.76kN$, $N_{cr,2}^{(E)} = 46.06kN$). Si nota come il carico critico complessivo, valutato considerando la somma dei carichi critici calcolati con gli spessori equivalenti o reali, sia lo stesso. Diverso è invece il contributo delle singole lastre, che con lo spessore equivalente risulta più uniforme e vantaggioso.

Sulla base del concetto appena esposto, al fine di indagare più approfonditamente in che modo il rapporto tra gli spessori dei vetri t_1 e t_2 possa influire sulla resistenza alla stabilità di un elemento in vetro-camera compresso, sono stati eseguiti ulteriori confronti analitici.

In particolare, fissate le dimensioni dell'elemento ($b= 400mm$, $L_0= 2000mm$), lo spessore di uno dei due vetri ($t_1= 10mm$, con t_2 variabile) e l'ampiezza massima dell'imperfezione iniziale sinusoidale ($w_0= L_0/500$), si sono valutati i corrispondenti spessori equivalenti (Eq.(54)) e definite le relative curve N_t-w_i (Eq.(12)). Successivamente, fissato un valore convenzionale per la resistenza a trazione del vetro ($\sigma_{Rk}= 17N/mm^2$ (prEN 13474)), mediante un procedimento iterativo si è determinato per ciascuna lastra monolitica equivalente il valore del carico assiale sollecitante $N_{sd,R,i}$ in corrispondenza del quale la massima tensione di trazione $\sigma_{max,i}$ (Eq.(14)) eguaglia la resistenza σ_{Rk} .

Di conseguenza, la resistenza globale può essere espressa mediante un coefficiente di riduzione χ per l'elemento, definito come:

$$\chi = \min\left(\frac{N_{sd,R,1}}{N_{res,tot}}, \frac{N_{sd,R,2}}{N_{res,tot}}\right), \quad (61)$$

dove:

$N_{sd,R,1}$, $N_{sd,R,2}$ rappresentano, per ciascuna lastra, il valore del carico di punta N_i ($i= 1, 2$) che determina nella sezione maggiormente tesa (Eq.(14)) il raggiungimento della resistenza a trazione σ_{Rk} ;

$$N_{res,tot} = \sigma_R (A_1 + A_2).$$

Le curve riportate nella Fig.21 sono state ottenute per l'elemento di dimensioni $b = 400mm$, $L_0 = 2000mm$, caricato di punta ($w_0 = L_0/500$), calcolando χ (Eq.(61)) per un fissato $t_1 = 10mm$, al variare di t_2 .

Appare evidente che per effetto dell'interazione reciproca tra le lastre componenti, il coefficiente χ globale (Eq.(61)) coincide con il minore tra i coefficienti χ calcolati, per le singole lastre, sulla base degli spessori equivalenti ($t_{eq,1}$ e $t_{eq,2}$), o dei corrispondenti spessori effettivi ($t_1 = 10mm$ e t_2 variabile), trascurando quindi qualsiasi interazione reciproca. Dalle curve riportate risulta inoltre evidente che a governare il problema della stabilità sia sempre la lastra più sottile, valutata sulla base dello spessore equivalente.

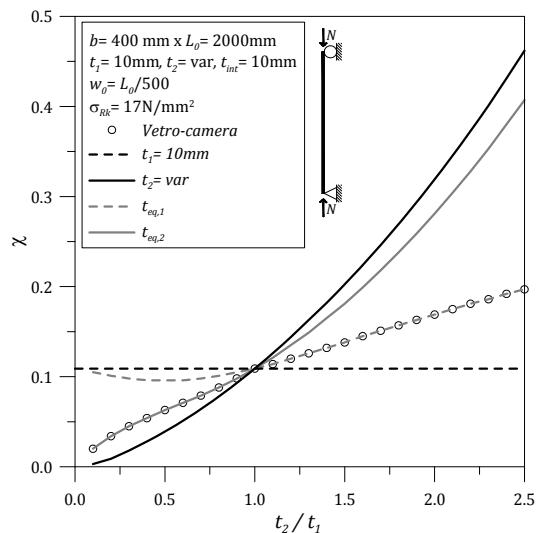


Fig.21. Effetto del rapporto t_1/t_2 sulla stabilità dell'elemento in vetro-camera.

3.2.3.4. Variazioni di temperatura

Si è già visto in precedenza che eventuali variazioni climatiche comportano un aggravio di sollecitazione su entrambe le lastre componenti un elemento in vetro-camera (Eq.(50)). Qualora queste si presentino in concomitanza con una compressione assiale, è opportuno valutare questi effetti tramite l'Eq.(14). Al fine di evidenziare l'influenza della temperatura, può essere utile introdurre alcune curve di stabilità per l'elemento in vetro-camera compresso (Fig.22). Nello specifico, tali curve sono definite in termini del coefficiente di riduzione χ (Eq.(61)) e della snellezza $\lambda = L_0/\rho$, con $\rho = \sqrt{J_{abs}/A_1 + A_2}$.

Le curve proposte nella Fig.22(a), sono riferite ad un elemento di dimensioni $b = 400\text{mm}$, con L_0 variabile, costituito da due lastre di vetro monolitico ($t_1 = t_2 = 10\text{mm}$) e intercapedine di spessore $t_{int} = 10\text{mm}$. L'ampiezza massima dell'imperfezione iniziale sinusoidale è assunta rispettivamente pari a $w_0 = L_0/1000$ e $w_0 = L_0/300$. Per tenere conto degli effetti delle variazioni di temperatura rispetto alla temperatura T_p di produzione, la pressione isocora corrispondente (Eq.(50)) è stata calcolata assumendo $T_p = 20^\circ\text{C}$. Dalla Fig.22(a) è possibile osservare che anche modeste variazioni di temperatura ($T = 30^\circ\text{C}$) riducono sensibilmente la resistenza alla stabilità dell'elemento compresso. Tale aspetto deve essere quindi adeguatamente valutato, soprattutto per la verifica di quegli elementi che spesso vengono utilizzati nella realizzazione di facciate o coperture esposte a una forte escursione termica.

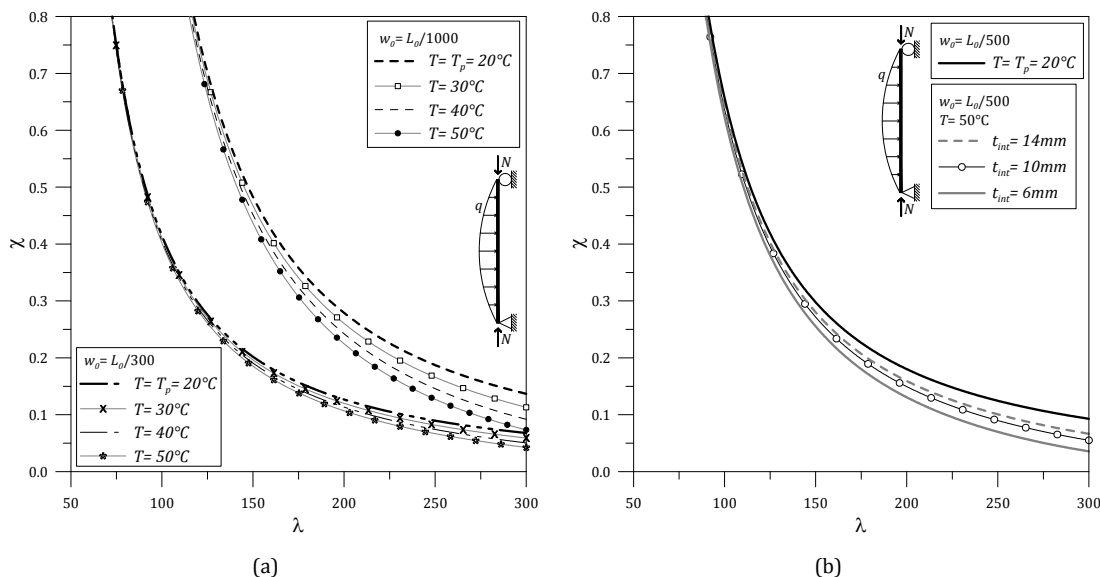


Fig.22. Curve di stabilità per elementi in vetro-camera compressi.
 (a) Effetto delle variazioni di temperatura. (b) Effetto dello spessore dell'intercapedine

In tale contesto, può essere interessante osservare la Fig.22(b), nella quale gli effetti di un eventuale incremento di temperatura (da $T = T_p = 20^\circ\text{C}$ a $T = 50^\circ\text{C}$) vengono analizzati in funzione dello spessore dell'intercapedine t_{int} , a parità di dimensioni dell'elemento ($b = 400\text{mm}$, L_0 variabile, $t_1 = t_2 = 10\text{mm}$) e di imperfezione iniziale ($w_0 = L_0/500$).

Come evidenziato nel grafico, a parità di temperatura ($T = 50^\circ\text{C}$), minore è lo spessore dell'intercapedine, maggiore è la pressione isocora esercitata su entrambe le lastre per effetto di ΔT (Eq.(50)), che quindi tenderanno ad instabilizzare prematuramente. In fase di dimensionamento degli elementi in vetro-camera, oltre a massimizzarne l'efficienza termica ed energetica, sarebbe quindi opportuno tenere in considerazione anche la risposta strutturale.

3.2.3.5. Validazione numerica

Al fine di validare il modello analitico proposto per la verifica di stabilità di elementi in vetro-camera compressi, è stato realizzato un opportuno modello ad elementi finiti, utilizzando il codice di calcolo non lineare ABAQUS (2009).

Date le caratteristiche degli elementi in vetro-camera analizzati, le lastre di vetro esterne sono state modellate mediante elementi *shell* (S4R), mentre per l'intercapedine sono stati utilizzati elementi fluidi idrostatici (F3D4), ovvero elementi solidi a 4 nodi (Fig.23).

Tali elementi risultano particolarmente adatti per la modellazione di cavità contenenti fluidi, a patto che per questa venga definito un nodo di riferimento (*cavity reference node*) al quale assegnare una specifica temperatura e pressione. Due ulteriori cavità d'aria sono successivamente state modellate su entrambi i lati esterni dell'elemento in vetro-camera, assumendo per queste una profondità tale che la deformazione dell'elemento, per effetto del carico di punta, non comportasse variazioni di pressione nelle stesse.

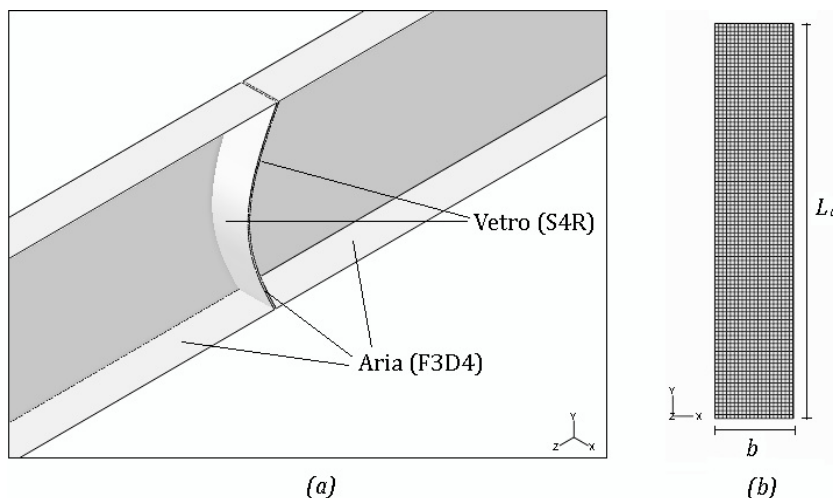


Fig.23. Modello numerico (S4R+F3D4) dell'elemento in vetro-camera compresso (ABAQUS).
(a) sezione verticale; (b) geometria dell'elemento e *mesh* adottata.

A ciascuna delle due *shell* è stata assegnata una sezione monolitica, rispettivamente di spessore t_1 e t_2 , avendo caratterizzato il materiale vetro con modulo di elasticità normale $E=70000\text{N/mm}^2$ e coefficiente di Poisson $\nu=0.23$.

Per gli elementi fluidi idrostatici è invece stato necessario definire le proprietà fluidodinamiche dell'aria. Nel caso specifico, ci si è riferiti ad una pressione atmosferica ($p=1\text{atm}$) e ad una temperatura ambiente $T=20^\circ\text{C}$ ($\rho_{aria}=1.204\text{Kg/m}^3$).

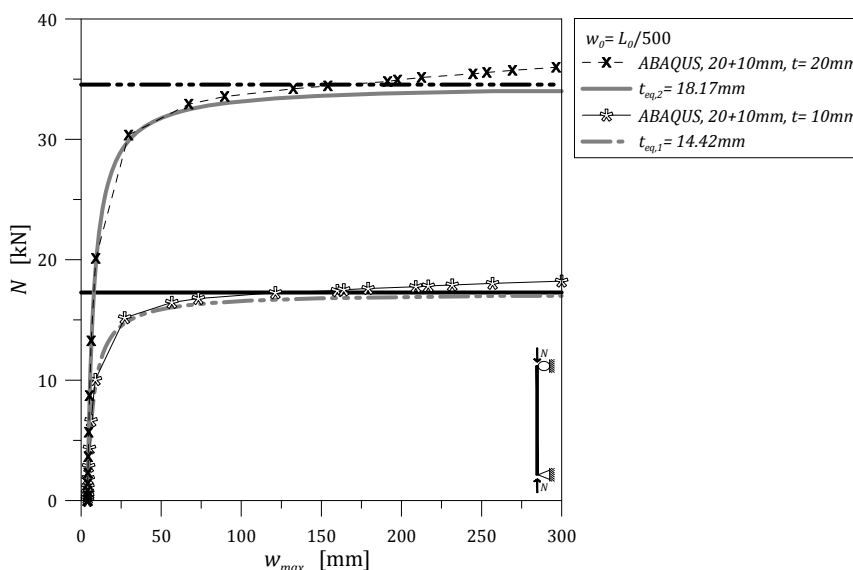


Fig.24. Relazione carico N -spostamento trasversale w_{max} per lastre monolitiche a spessore equivalente. Confronti analitici (Eq.(12)) e numerici (ABAQUS).

Un primo modello numerico è stato realizzato per analizzare il comportamento dell'elemento in vetro-camera di dimensioni $b=400\text{mm} \times L_0=2000\text{m}$, spessore dell'intercapedine $t_{int}=10\text{mm}$, costituito da due lastre di vetro monolitico di spessore $t_1=10\text{mm}$ e $t_2=20\text{mm}$, precedentemente esaminato. L'ampiezza massima dell'imperfezione sinusoidale iniziale dell'elemento (imperfezione di pari entità e direzione in entrambe le lastre di vetro) è stata pertanto mantenuta pari a $w_0=L_0/500$.

Mediante un'analisi statica incrementale è stato monitorato, al crescere del carico di punta N , lo spostamento trasversale in mezzzeria $w_{max,i}$ di ciascuna delle due lastre di vetro. I risultati numerici così ottenuti sono quindi stati confrontati con quelli analitici precedentemente presentati (Eq.(12), Fig.12). Come illustrato nella Fig.24, è possibile notare una buona corrispondenza tra i risultati analitici e numerici.

3.3. Instabilità laterale di travi inflesse

Spesso, la capacità portante di una trave inflessa in vetro monolitico o stratificato è associata ad un meccanismo di collasso fragile, generalmente causato dal raggiungimento di elevate tensioni di trazione sulla superficie del vetro. Contrariamente, diversi autori hanno recentemente dimostrato che frequentemente il collasso è associato a fenomeni di instabilità. Di conseguenza, il comportamento della trave è caratterizzato per lo più da deformazioni fuori piano, quali risultanti di inflessione laterale, torsione e flessione nel piano. È proprio per questo motivo che negli ultimi anni sono stati dedicati numerosi studi numerici e sperimentali al comportamento flessio-torsionale delle travi in vetro strutturale (Belis et al. 2003; Kasper et al. 2007; Lindner et al. 2006; Luible e Crisinel 2006).

3.3.1. Modelli analitici per travi in vetro monolitico

La tipica configurazione deformata di una trave sottoposta a flessione è rappresentata da una combinazione di flessione laterale e torsione (Fig.25).

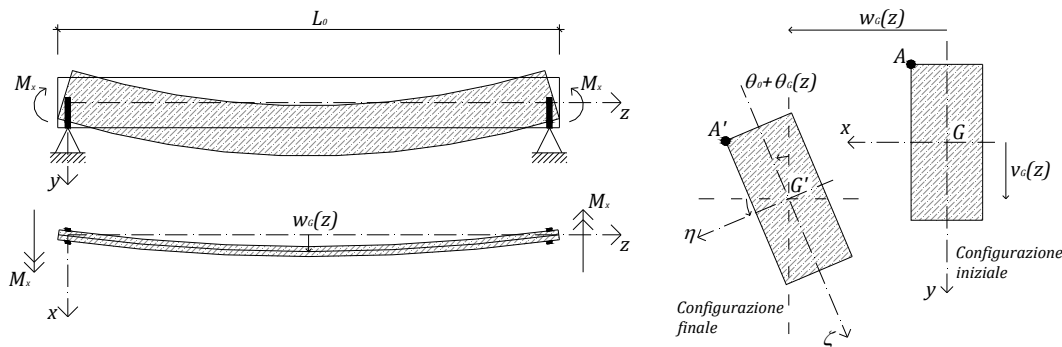


Fig.25. Modello analitico per la deformazione flessio-torsionale di una trave inflessa in vetro monolitico.

Con riferimento alla teoria classica della torsione, data una trave di dimensioni $b \times L_0$, spessore t , appoggiata alle estremità, sottoposta ad un momento flettente $M = M_x = \text{cost}$ ed affetta da un'imperfezione iniziale rotazionale ad andamento sinusoidale, con ampiezza massima θ_0 , lo spostamento trasversale baricentrico nella sezione di mezzzeria è:

$$w_G(L_0/2) = w_{G,max} = \frac{M G J_t L_0^2 \theta_0}{E J_y G J_t \pi^2 - M^2 L_0^2}, \quad (62)$$

con $J_y = bt^3/12$ il momento d'inerzia e $J_t = bt^3/3$ il momento d'inerzia torsionale della sezione. Per effetto di M , allo spostamento $w_{G,max}$ corrispondono una rotazione $\theta_{G,max}$ ed una curvatura $\chi_{G,max}$ definite rispettivamente come:

$$\theta_G(L_0/2) = \theta_{G,max} = \frac{M}{G J_t} w_{G,max}, \quad (63)$$

$$\chi_G(L_0/2) = \chi_{G,max} = -\frac{\pi^2}{L_0^2} w_{G,max}, \quad (64)$$

mentre la tensione massima di trazione risulta:

$$\sigma_{max} = \frac{M}{W_x} + \frac{\chi_{G,max} EJ_y}{W_y}, \quad (65)$$

con $W_x = b^2 t/6$ e $W_y = bt^2/6$ i moduli resistenti elastici della sezione in vetro monolitico.

Il momento critico dell'elemento, in accordo con la teoria classica della torsione, è infine dato da:

$$M_{cr}^{(E)} = C_1 \sqrt{EJ_y GJ_t}, \quad (66)$$

con $C_1 = 1.00$ ($M = \text{cost}$, Tabella 7).

Tabella 7. Coefficiente C_1 per il calcolo del momento critico $M_{cr}^{(E)}$.

Distribuzione del momento flettente	C_1
Costante	1.00
Bilineare (nullo in mezzeria)	2.70
Parabolico (nullo alle estremità e massimo in mezzeria)	1.13
Triangolare (nullo alle estremità e massimo in mezzeria)	1.36

Ragionevolmente, la verifica di stabilità flessione-torsionale di una trave in vetro monolitico dovrebbe essere eseguita, prendendo in considerazione un'imperfezione iniziale sinusoidale di adeguata rotazione θ_0 (rappresentativa di eventuali imperfezioni geometriche, difetti di fabbricazione, eccentricità), nel rispetto simultaneo delle condizioni:

$$1. \quad \sigma_{Ed} \leq \frac{\sigma_{Rk}}{\gamma_M} = \sigma_{Rd}, \quad (67)$$

con σ_{Rk} la resistenza caratteristica a trazione del vetro e γ_M un opportuno coefficiente di sicurezza del materiale;

$$2. \quad w_{max} = \theta_0 \frac{b}{2} + w_{G,max} \leq \frac{L_0}{k}, \quad (68)$$

con $k = 120$ un coefficiente espresso in funzione dello specifico Stato Limite considerato (e $w_0 = L_0/400$ o equivalentemente $\theta_0 = L_0/200 b$ l'ampiezza dell'imperfezione iniziale (Belis et al. 2011));

$$3. \quad M_{Ed} \leq M_{b,Rd} = \frac{M_{cr}^{(E)}}{\gamma_{M1}}, \quad (69)$$

con $\gamma_{M1} = 1.40$, per esempio, un opportuno coefficiente di sicurezza.

3.3.2. Modelli analitici per travi in vetro stratificato

Comunemente, il momento critico $M_{cr}^{(E)}$ di una trave in vetro stratificato viene calcolato con riferimento ad una trave monolitica sottoposta ad un momento flettente costante, caratterizzata da uno spessore equivalente t_{eff} , una rigidezza flessionale equivalente EJ_{eff} ed una rigidezza torsionale equivalente $GJ_{t,eff}$ (Kasper et al. 2007; Luible 2006). Queste rigidezze equivalenti, in generale, sono definite in modo tale da poter descrivere l'effettivo grado di connessione a taglio tra le lastre di vetro offerta dall'intercalare. In tale contesto, Luible (2006) ha proposto per la verifica di stabilità flesso-torsionale delle travi in vetro stratificato una formulazione analitica sviluppata sulla base della teoria degli elementi sandwich (Stamm e Witte 1974). Diversamente, il modello analitico proposto da Kasper (Kasper et al. 2007) richiede la valutazione di rigidezze flessionali e torsionali equivalenti, in grado di prendere in considerazione gli effetti di eventuali variazioni di temperatura o carico. Belis (Belis et al. 2003), al fine di semplificare la modellazione numerica di travi stratificate inflesse, introduce il concetto di rigidezza flessionale "virtuale", in modo da poter prendere in considerazione simultaneamente la rigidezza flessionale delle lastre di vetro, la deformabilità dell'intercalare, la durata di applicazione dei carichi. In generale, si tratta quindi di formulazioni che riducono la valutazione della stabilità flesso-torsionale delle travi in vetro stratificato allo studio di una trave inflessa, a sezione monolitica equivalente, il cui carico critico $M_{cr}^{(E)}$ può essere valutato mediante le formule della teoria classica delle travi inflesse.

In questo contesto, la teoria proposta da Newmark (Newmark et al. 1951) per l'analisi di travi composte a connessione deformabile, con opportune modifiche, può costituire un'interessante formulazione con la quale verificare la stabilità flesso-torsionale di travi in vetro stratificato inflesse, senza necessariamente ricorrere a sezioni monolitiche equivalenti. Indubbiamente, non si può tralasciare che la teoria originalmente sviluppata da Newmark è in grado di definire le sole rigidezze flessionale ed assiale di una generica trave composta, trascurando invece gli effetti torsionali dovuti alla connessione a taglio. Si tratta infatti di una limitazione che, specialmente nell'analisi di travi in vetro stratificato, non può essere trascurata, in quanto i risultati ne sarebbero fortemente compromessi. Per questo motivo, al fine di stimare in modo accurato la stabilità di travi in vetro stratificato inflesse, pur mantenendo inalterata la semplicità dell'approccio analitico di Newmark, può essere utile fare riferimento alla teoria proposta da Stamm e Witte (1974) per il calcolo della rigidezza torsionale $GJ_{t,int}$ di elementi sandwich. In tali ipotesi, si consideri la trave in vetro stratificato, incernierata alle estremità della luce libera d'inflessione L_0 , sottoposta ad un momento flettente costante $M = M_x = \bar{M}$ ed affetta da un'imperfezione sinusoidale iniziale caratterizzata da una rotazione baricentrica massima θ_0 (Fig.26).

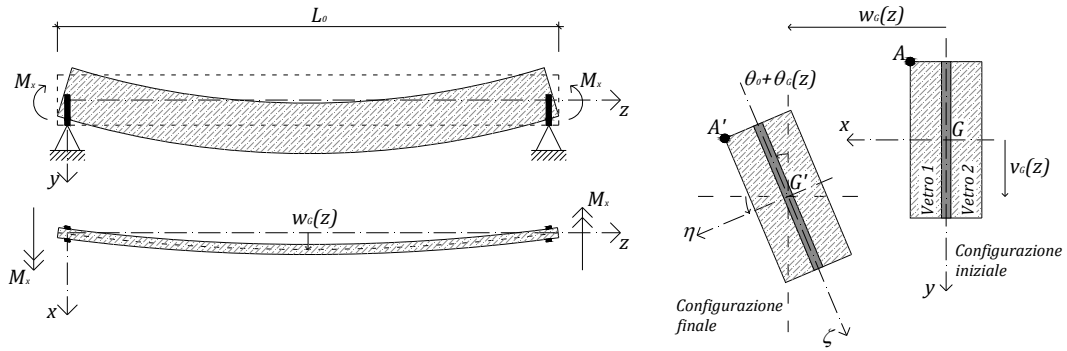


Fig.26. Modello analitico per la deformazione flesso-torsionale di una trave inflessa in vetro stratificato.

In particolare, assumendo che la trave in vetro stratificato sia costituita da due lastre in vetro monolitico (spessori $t_1 \neq t_2$, modulo di Young E , modulo di rigidezza tagliante G) e da un intercalare in PVB a comportamento elastico lineare (spessore t_{int} , modulo effettivo di rigidezza tagliante G_{int}), l'equazione differenziale di sesto grado in grado di descriverne il suo spostamento baricentrico laterale $w(z)$, in accordo con la formulazione di Newmark, è:

$$w^{VI}(z) - \alpha^2 w^{IV}(z) = \alpha^2 \frac{M}{EJ_{full}} \left[\frac{M}{GJ_t} w''(z) + \theta_0 \frac{\pi^2}{L_0^2} \sin\left(\frac{\pi z}{L_0}\right) \right] - \frac{M}{EJ_{abs}} \left[\frac{M}{GJ_t} w^{IV}(z) + \theta_0 \frac{\pi^4}{L_0^4} \sin\left(\frac{\pi z}{L_0}\right) \right], \quad (70)$$

dove α e K sono stati definiti dalle Eq.(16) e (17), le rigidzze EJ_{full} ed EJ_{abs} sono date dalle Eq.(19) e (20), mentre la rigidzza torsionale GJ_t della trave in vetro stratificato può essere valutata come:

$$GJ_t = G(J_{t,1} + J_{t,2} + J_{t,int}), \quad (71)$$

con:

$$J_{t,1} = bt_1^3/3, \quad J_{t,2} = bt_2^3/3 \quad \text{i momenti d'inerzia torsionale di ciascuna lastra di vetro;} \quad (72)$$

$$J_{t,int} = J_s \left(1 - \frac{\tanh(\lambda b/2)}{\lambda b/2} \right) \quad \text{il momento d'inerzia torsionale dell'intercalare;} \quad (73)$$

$$J_s = 4 \left(\frac{t_1 + t_2}{2} + t_{int} \right)^2 \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} b; \quad (74)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{G_{int} t_1 + t_2}{G t_1 t_2 t_{int}}}. \quad (75)$$

La rigidzza torsionale $GJ_{t,int}$, tratta dalla teoria dei pannelli sandwich (Stamm e Witte 1974) e già utilizzata per l'analisi flesso-torsionale di travi in vetro stratificato (Luible 2006), assieme alla formulazione di Newmark permette di prendere in considerazione l'effettivo grado di connessione offerto dall'intercalare. In tali ipotesi, la soluzione dell'Eq.(70) è:

$$w(z) = w_c(z) = \frac{M GJ_t L_0^2 (\alpha^2 EJ_{abs} L_0^2 + EJ_{full} \pi^2) \theta_0 \sin(\pi z/L_0)}{\alpha^2 EJ_{abs} L_0^2 (M^2 L_0^2 - EJ_{full} GJ_t \pi^2) + EJ_{full} \pi^2 (M^2 L_0^2 - EJ_{abs} GJ_t \pi^2)}, \quad (76)$$

di conseguenza, con riferimento alla teoria classica della torsione, la rotazione $\theta_G(z)$ associata allo spostamento baricentrico laterale $w_G(z)$ è:

$$\theta_G(z) = \frac{M}{GJ_t} w_G(z). \quad (77)$$

In conclusione, la configurazione deformata di una trave in vetro stratificato sottoposta ad un momento costante M può essere descritta in termini di massima rotazione totale e massimo spostamento baricentrico laterale:

$$\theta_{G,max} = \theta_G(L_0/2) + \theta_0, \quad e \quad (78)$$

$$w_{G,max} = w_G(L_0/2). \quad (79)$$

Dall'Eq.(76) è inoltre possibile ottenere l'espressione del momento critico $M_{cr}^{(E)}$ della trave in vetro stratificato inflessa, come valore asintotico cui tende M per $w_{G,max} \rightarrow \infty$:

$$M_{cr}^{(E)} = \frac{\pi}{L_0} \sqrt{EJ_{abs} EJ_{full} GJ_t} \sqrt{\frac{\alpha^2 L_0^2 + \pi^2}{\alpha^2 EJ_{abs} L_0^2 + EJ_{full} \pi^2}}. \quad (80)$$

È interessante notare che anche in tale circostanza, il valore $M_{cr}^{(E)}$ ottenuto mediante l'Eq.(80) è sempre compreso tra le due note condizioni limite, definite rispettivamente:

- in presenza di connessione rigida tra le lastre di vetro (*monolithic limit*, $G_{int} \rightarrow \infty$, ovvero $\alpha \rightarrow \infty$):

$$M_{cr,abs}^{(E)} \cong \frac{\pi}{L_0} \sqrt{EJ_{abs} GJ_t}, \quad (81)$$

- in assenza di connessione tra le lastre di vetro (*layered limit*, $G_{int} \rightarrow 0$, ovvero $\alpha \rightarrow 0$):

$$M_{cr,full}^{(E)} \cong \frac{\pi}{L_0} \sqrt{EJ_{full} GJ_t}. \quad (82)$$

In tale contesto, al fine di evidenziare gli effetti di eventuali variazioni di temperatura o di durata di applicazione del carico sulla stabilità globale di una trave inflessa in vetro stratificato, si considerino:

- la snellezza della trave (Luible e Crisinel 2006)

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{2 \sigma_{Rk} J_{x,full}}{b M_{cr,full}^{(E)}}}, \quad (83)$$

con:

$$J_{x,full} = \frac{b^3 (t_1 + t_{int} + t_2)}{12} \quad \text{il momento d'inerzia della sezione trasversale;} \quad (84)$$

$$M_{cr,full}^{(E)} \quad \text{il momento critico della trave (monolithic limit), dato dall'Eq.(80);} \quad (85)$$

- il fattore di riduzione

$$\chi = \frac{M_R}{M_{res,x-x}} \quad (86)$$

Nell'Eq.(86), M_R rappresenta il momento flettente che provoca il raggiungimento della resistenza a trazione σ_{Rk} nelle lastre di vetro. Numericamente, M_R può essere determinato monitorando, per un dato momento flettente M_{sd} e per una specifica storia di carico, l'andamento delle tensioni di trazione $\sigma(M_{sd})$ nella sezione di mezzzeria della trave. Al crescere del carico M_{sd} , infatti, aumenta il valore della corrispondente tensione $\sigma(M_{sd})$. M_R è noto quando $\sigma(M_{sd}) = \sigma_{Rk}$. Analiticamente, M_R può essere calcolato in modo analogo, mediante le Eq.(90) e (86). Inoltre, nell'Eq.(86), $M_{res,x-x}$ rappresenta il momento resistente della trave stratificata, nell'ipotesi che la connessione tra le lastre di vetro sia infinitamente rigida (*monolithic limit*):

$$M_{res,x-x} = \sigma_{Rk} W_{x,full} \quad (87)$$

mentre

$$W_{x,full} = J_{x,full} \frac{2}{b} \quad (88)$$

è il modulo resistente elastico della sezione trasversale totale (ipotesi di connessione rigida). In tali ipotesi, con riferimento ai dati sperimentali riportati nella Tabella 3, è possibile ottenere curve di stabilità per travi in vetro stratificato inflesse simili a quelle riportate nelle Fig.27-29. Tali figure, nello specifico, sono riferite a travi di dimensioni $b= 400\text{mm} \times L_0$ variabile, ottenute per assemblaggio di due lastre in vetro monolitico ($t_1= t_2= 10\text{mm}$) ed un intercalare in PVB ($t_{int}= 1.52\text{mm}$). L'imperfezione rotazionale iniziale θ_0 di ciascuna trave è inoltre espressa in termini di spostamento massimo della sezione in mezzzeria (punto A, Fig.26):

$$\theta_0 = w_{0,A} \frac{2}{b} \quad (89)$$

Come già osservato nell'analisi delle travi in vetro stratificato compresse, particolari condizioni atmosferiche, di carico e di imperfezione iniziale possono ridurre sensibilmente la stabilità globale di elementi simili sottoposti a flessione, pertanto se ne dovrebbe tenere conto nella loro progettazione e verifica (Amadio e Bedon 2010).

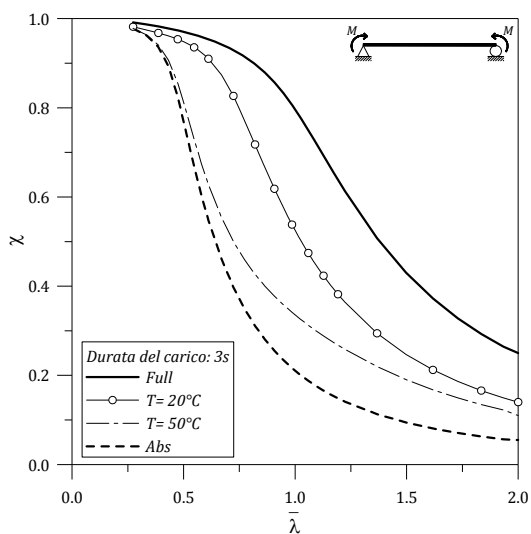


Fig.27. Effetti della temperatura ($20^\circ\text{C} < T < 50^\circ\text{C}$).
Durata del carico: 3 secondi (Bennison et al. 1999).
Ampiezza massima dell'imperfezione iniziale:
 $w_{\theta,A} = L_0/2000$.

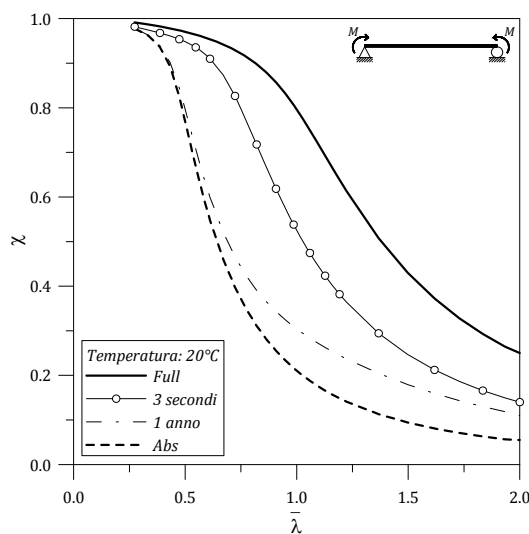


Fig.28. Effetti della durata del carico (3 secondi, 1 anno).
Temperatura: 20°C (Bennison et al. 1999).
Ampiezza massima dell'imperfezione iniziale:
 $w_{\theta,A} = L_0/2000$.

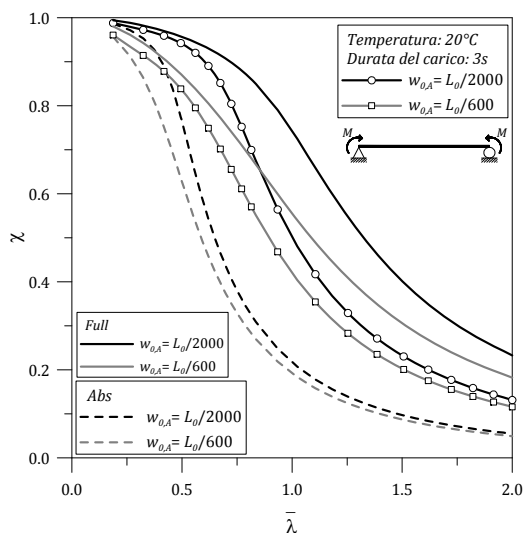


Fig.29. Effetti dell'ampiezza massima dell'imperfezione iniziale ($w_{\theta,A} = L_0/2000$, $w_{\theta,A} = L_0/600$).
Temperatura: 20°C . Durata del carico: 3 secondi (Bennison et al. 1999).

In tali ipotesi, una corretta verifica di stabilità può essere condotta, in accordo con l'approccio di progettazione agli Stati Limite, nel rispetto simultaneo delle condizioni espresse mediante le Eq.(67), (68) e (69), assumendo un'adeguata imperfezione iniziale θ_0 .

A tale scopo, la massima tensione di trazione σ_{max} nella sezione di mezzera della trave per effetto di $M = M_x$ può essere calcolata come:

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W_{x,full}} + \frac{\chi_{G,max} EJ_{y,i}}{W_{y,i}} + \frac{F}{A_i} \tag{90}$$

con:

- $J_{y,i}$ il minore momento d'inerzia della singola lastra di vetro;
- $W_{y,i}$ il minore momento resistente elastico della singola lastra di vetro;
- F la forza assiale agente in ciascuna lastra di vetro:

$$F = \frac{M\theta_{G,max} + \chi_{G,max} EJ_{abs}}{d}; \tag{91}$$
- $\theta_{G,tot}$ la rotazione baricentrica totale (Eq.(78));
- d la distanza tra gli assi baricentrici delle lastre di vetro;
- A_i l'area della sezione trasversale di ciascuna lastra di vetro.

3.3.2.1. Elementi inflessi sottoposti all'azione di ulteriori carichi esterni

Si faccia ora riferimento alla Fig.30.

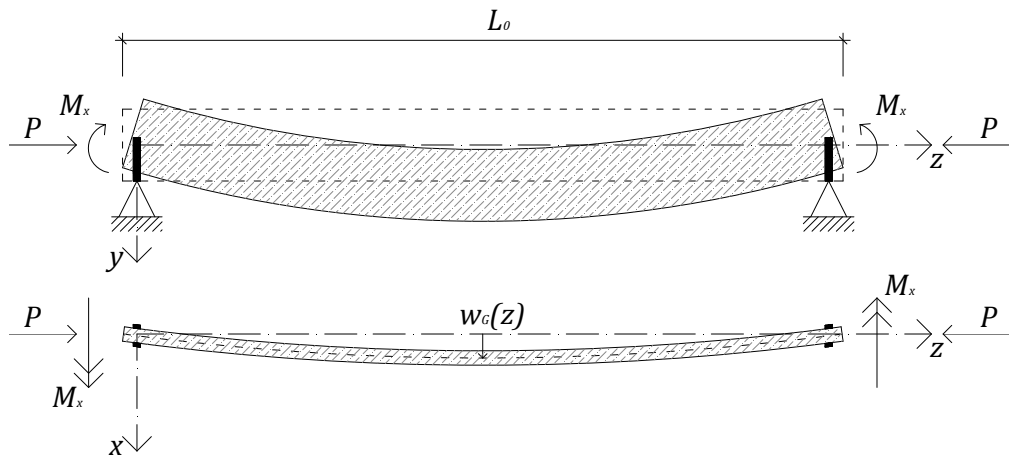


Fig.30. Modello analitico per la deformazione flessio-torsionale di una trave inflessa in vetro stratificato sottoposta a ulteriori carichi esterni.

Si tratta, indubbiamente, di una condizione di carico che deve essere opportunamente presa in considerazione nella verifica di stabilità flessio-torsionale di travi in vetro stratificato.

La presenza di una compressione P contemporanea al momento M implica non solo un aumento del massimo spostamento trasversale della trave inflessa, ma riduce il valore del momento critico $M_{cr}^{(E)}$ della stessa (Eq.(80)).

In tale circostanza, l'equazione differenziale in grado di descrivere il comportamento flessionale della trave è:

$$w^{VI}(z) - \alpha^2 w^{IV}(z) = \frac{\alpha^2}{EJ_{full}} \left[\left(\frac{M^2}{GJ_t} + P \right) w''(z) + M\theta_0 \frac{\pi^2}{L_0^2} \sin\left(\frac{\pi z}{L_0}\right) \right] - \frac{1}{EJ_{abs}} \left[\left(\frac{M^2}{GJ_t} + P \right) w^{IV}(z) + M\theta_0 \frac{\pi^4}{L_0^4} \sin\left(\frac{\pi z}{L_0}\right) \right], \quad (92)$$

di conseguenza, il massimo spostamento trasversale baricentrico $w_G(z)$ è:

$$w_G(z) = \frac{M GJ_t L_0^2 (\alpha^2 EJ_{abs} L_0^2 + EJ_{full} \pi^2) \theta_0 \sin(\pi z / L_0)}{\alpha^2 EJ_{abs} L_0^2 [(M^2 + GJ_t P) L_0^2 - EJ_{full} GJ_t \pi^2] + EJ_{full} \pi^2 [(M^2 + GJ_t P) L_0^2 - EJ_{abs} GJ_t \pi^2]}, \quad (93)$$

e l'espressione del momento critico $M_{cr}^{(E)}$, definito come valore asintotico cui tende il momento M per $w_G(z) \rightarrow \infty$, è:

$$M_{cr}^{(E)} = \left(M_{cr}^{(E)} \right)_{P=0} - \sqrt{GJ_t P}. \quad (94)$$

La verifica di stabilità, in tale circostanza, può essere ancora eseguita in riferimento alle Eq.(67), (68) e (69), valutando la massima tensione di trazione σ_{max} per effetto di $M = M_x$ e P come:

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W_{x,full}} + \frac{\chi_{G,max} EJ_{y,i}}{W_{y,i}} + \frac{F}{A_i} - \frac{P}{A} + \frac{P w_{G,max}}{W_{y,i}}, \quad (95)$$

con:

$$\begin{aligned} w_{G,max} & \text{ il massimo spostamento baricentrico trasversale della trave (Eq.(93));} \\ F & \text{ la forza assiale agente in ciascuna lastra di vetro:} \\ F & = \frac{(M\theta_{G,max} + Pw_{G,max}) + \chi_{G,max} EJ_{abs}}{d}; \\ A & \text{ l'area della sezione trasversale totale della trave.} \end{aligned} \quad (96)$$

La Fig.31, in tale contesto, rappresenta la graduale riduzione del momento critico $M_{cr}^{(E)}$ per effetto di una compressione P ($P = 0, P = 3000\text{N}, P = 6000\text{N}$) simultanea al momento flettente M . Le curve sono infatti riferite ad una trave in vetro stratificato (15/1.52/15mm), di dimensioni $b = 200\text{mm} \times L_0 = 5000\text{mm}$, affetta da un'imperfezione iniziale di ampiezza massima $w_{0,A} = L_0/600$. Il comportamento della trave è analizzato, per diversi valori di compressione P , nelle ipotesi che i carichi applicati siano istantanei (3 secondi), con $T = 50^\circ\text{C}$ ($G_{int} = 0.44\text{N/mm}^2$, Tabella 3).

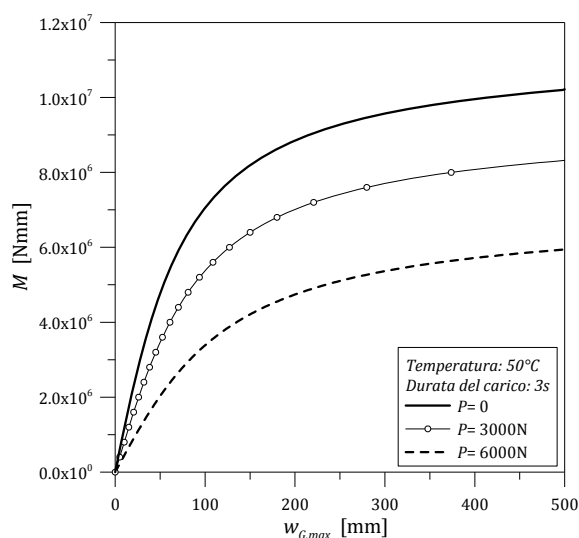


Fig.31. Effetti di carichi di compressione P contemporanei al momento flettente M ($P_1=3000\text{N}$, $P_2=6000\text{N}$).
 Temperatura: 50°C . Durata di applicazione del carico: 3 secondi (Bennison et al. 1999).
 Ampiezza massima dell'imperfezione iniziale: $w_{0,A}=L_0/600$.

3.3.2.2. Validazione numerica

Anche in tale circostanza, al fine di validare il modello analitico proposto, è stato realizzato un modello tridimensionale (3D) non lineare ad elementi finiti (EF), mediante il codice di calcolo non lineare ABAQUS (2009). Per modellare la sezione trasversale dell'elemento esaminato (15/1.52/15mm), sono stati utilizzati elementi 3D a 8 nodi (C3DI, *incompatibile modes*) per descrivere le lastre in vetro monolitico, ed elementi 3D a 8 nodi, del tipo C3D8H (*incompatibile modes, hybrid formulation*) per l'intercalare in PVB (Fig.32).

All'elemento in vetro stratificato, di larghezza $b=200\text{mm}$ e luce libera d'inflessione L_0 variabile ($200\text{mm} < L_0 < 22000\text{mm}$) è quindi stata applicata una *mesh* sufficientemente accurata, sia nello spessore che nel piano dello stesso (due elementi 3D nello spessore di ciascuno strato costituente la trave stratificata). Nel caso specifico, l'ampiezza massima dell'imperfezione iniziale di ciascuna trave è stata assunta pari a $w_{0,A}=L_0/2000$ (equivalente ad un'imperfezione rotazionale iniziale di ampiezza $\theta_0=L_0/1000b$).

Per quanto riguarda la caratterizzazione dei materiali, il vetro è stato descritto come materiale isotropo, lineare elastico, caratterizzato da un modulo di Young $E=70000\text{N/mm}^2$ e da un coefficiente di Poisson $\nu=0.23$. Anche il PVB è stato considerato come materiale isotropo, a comportamento elastico lineare, assumendo quali proprietà meccaniche i valori riportati nella Tabella 5. Come riportato nella Fig.33, in termini di snellezza adimensionale $\bar{\lambda}$ (Eq.(83)) e fattore di riduzione χ (Eq.(86)), si può osservare una buona corrispondenza tra i risultati analitici e numerici.

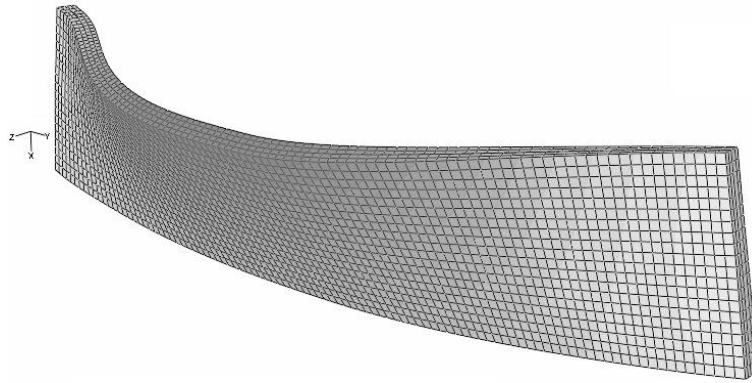


Fig.32. Modello numerico (ABAQUS).

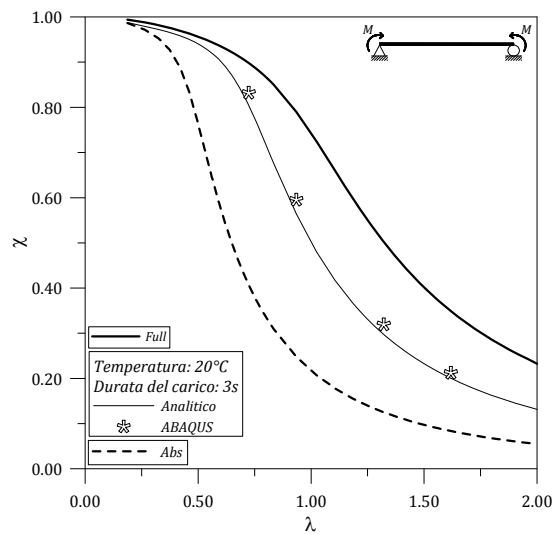


Fig.33. Curve di stabilità per travi stratificate inflesse (15/1.52/15mm).
 Confronto tra risultati analitici e numerici (ABAQUS). Ampiezza massima dell'imperfezione iniziale: $w_{0,A} = L_0/2000$.

3.3.2.3. Travi inflesse in vetro stratificato in diverse condizioni di carico

La formulazione analitica proposta, valida per travi in vetro stratificato sottoposte ad un momento flettente $M = M_x = \text{cost}$, può essere applicata anche a travi stratificate inflesse sottoposte a diverse condizioni di carico. Da alcuni confronti numerici, è infatti emerso che, come nel caso delle travi monolitiche inflesse, è possibile calcolare il momento critico $M_{cr}^{(E)}$ di travi in vetro stratificato in diverse condizioni di carico mediante l'introduzione di un coefficiente correttivo k_1 (Amadio e Bedon 2010). Si consideri, per esempio, una trave in vetro stratificato sottoposta ad un carico uniformemente distribuito q , applicato all'asse baricentrico della stessa. In tal circostanza, per eseguire una verifica di stabilità flesso-torsionale della trave, può essere conveniente definire il momento flettente equivalente M_{eq} :

$$M_{eq} = \frac{M_{x,max}}{k_1} \approx \bar{M}_x, \quad (97)$$

dove:

- $M_{x,max}$ è il massimo momento flettente dovuto al generico carico esterno
- $M_{x,max} = qL_0^2/8$ in presenza di un carico distribuito q ,
- $M_{x,max} = FL_0/4$ in presenza di un carico concentrato F ;
- \bar{M}_x è il momento flettente costante in grado di rappresentare nella trave gli Stessi effetti del generico carico esterno;
- k_1 coefficiente correttivo (Tabella 8).

Tabella 8. Coefficiente correttivo k_1 (UNI EN 1993-1-1).

Distribuzione del momento flettente	k_1
Costante	1.00
Parabolico (nullo alle estremità e massimo in mezzeria)	1.13
Triangolare (nullo alle estremità e massimo in mezzeria)	1.35

Noto $M_{x,max}$, la verifica di stabilità della trave può essere ancora effettuata con riferimento alle condizioni espresse alle Eq.(67), (68) e (69). In tal caso, la massima tensione di trazione σ_{max} è infatti definita come:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{x,max}}{W_{x,full}} + \frac{\chi_{G,max} EJ_{y,i}}{W_{y,i}} + \frac{F}{A_i}, \quad (98)$$

di conseguenza, l'Eq.(69) può anche essere espressa come:

$$M_{eq} \leq \frac{M_{cr}^{(E)}}{\gamma_{M1}}, \quad (99)$$

con $M_{cr}^{(E)}$ dato dall'Eq.(80).

I confronti proposti nelle Fig.34-36 dimostrano, per varie condizioni di carico (costante M , distribuito q , concentrato F), l'accuratezza dell'approccio analitico proposto.

Simili considerazioni possono essere estese anche alle Fig.37-39, nelle quali si riporta il confronto analitico e numerico tra curve di stabilità di travi in vetro stratificato (15/1.52/15mm) in diverse condizioni di carico.

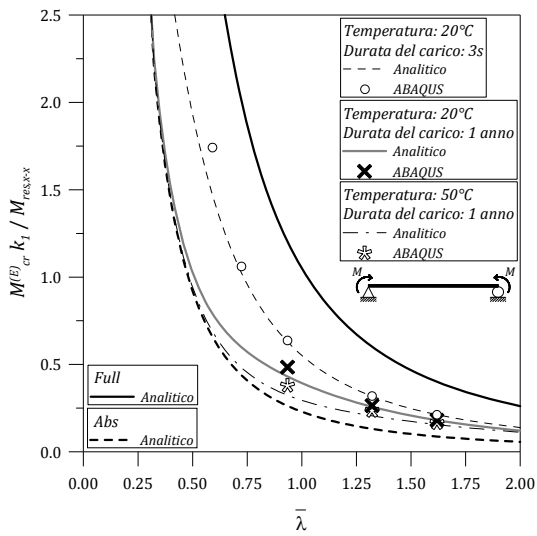


Fig.34. Momento critico di travi stratificate inflesse. Confronto tra risultati analitici e numerici (ABAQUS). Distribuzione del momento flettente: uniforme.

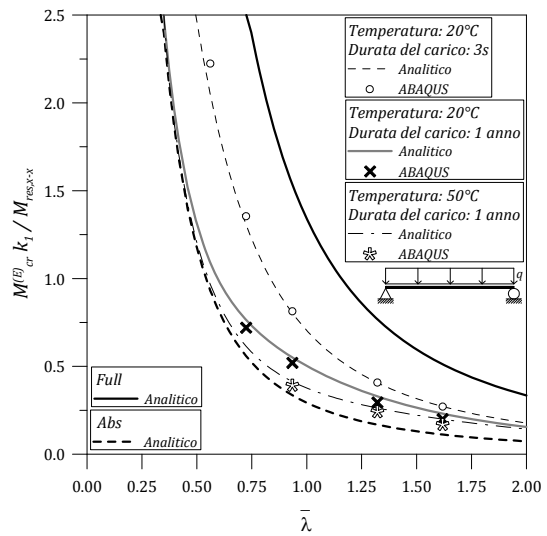


Fig.35. Momento critico di travi stratificate inflesse. Confronto tra risultati analitici e numerici (ABAQUS). Distribuzione del momento flettente: parabolica.

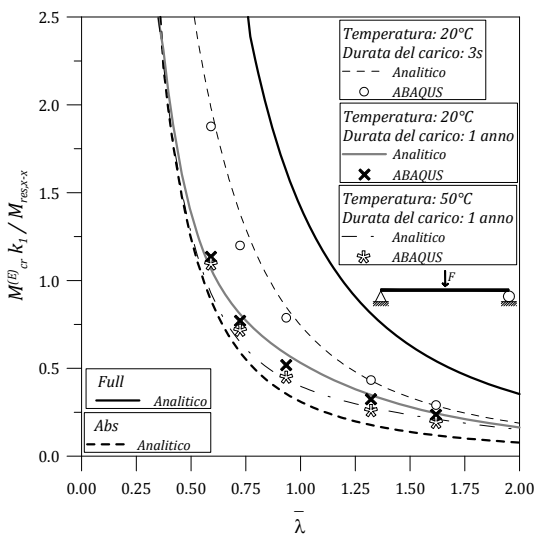


Fig.36. Momento critico di travi stratificate inflesse. Confronto tra risultati analitici e numerici (ABAQUS). Distribuzione del momento flettente: triangolare.

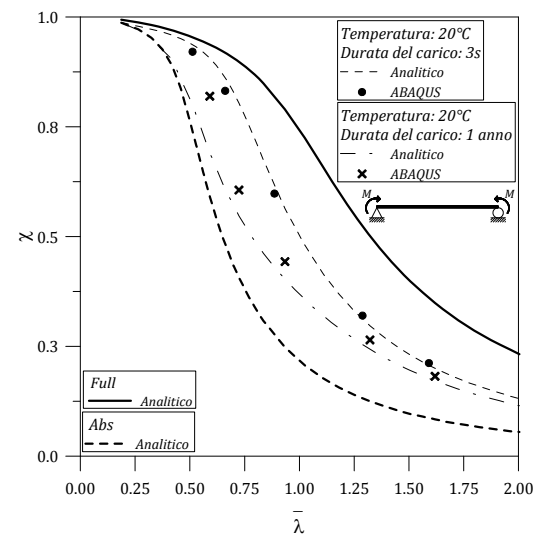


Fig.37. Curve di stabilità per travi stratificate inflesse. Confronto tra risultati analitici e numerici (ABAQUS). Distribuzione del momento flettente: uniforme.

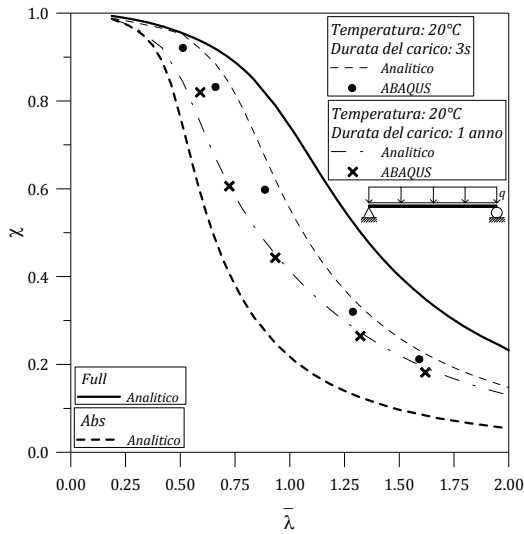


Fig.38. Curve di stabilità per travi stratificate inflesse. Confronto tra risultati analitici e numerici (ABAQUS). Distribuzione del momento flettente: parabolica.

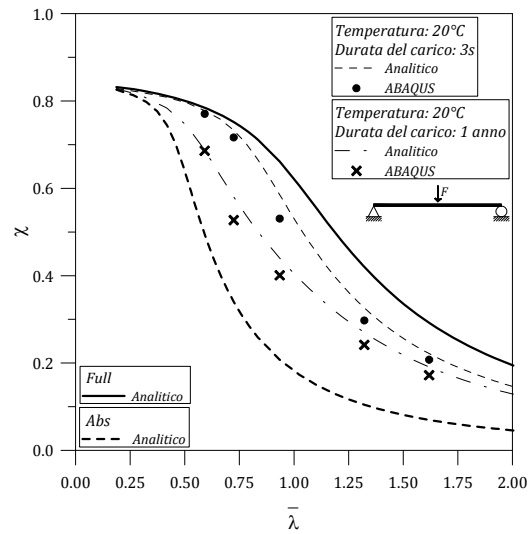


Fig.39. Curve di stabilità per travi stratificate inflesse. Confronto tra risultati analitici e numerici (ABAQUS). Distribuzione del momento flettente: triangolare.

Nelle Fig.40-41, ad ulteriore validazione del modello analitico proposto, si illustra il rapporto tra alcuni valori di carico critico sperimentale ed analitico ottenuti per una serie di travi in vetro stratificato inflesse sottoposte ad un carico concentrato F applicato nella mezzeria delle stesse (Belis 2006; Luible 2004).

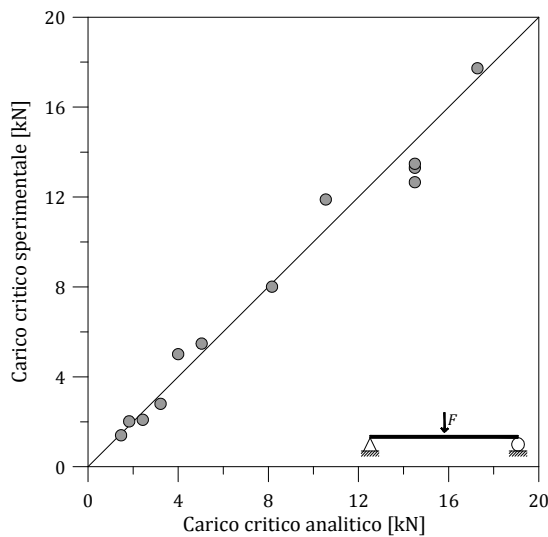


Fig.40. Confronto tra carichi critici sperimentali (Belis 2006, Tabella 9) e analitici (Eq.(97)) per travi in vetro stratificato inflesse (carico concentrato F).

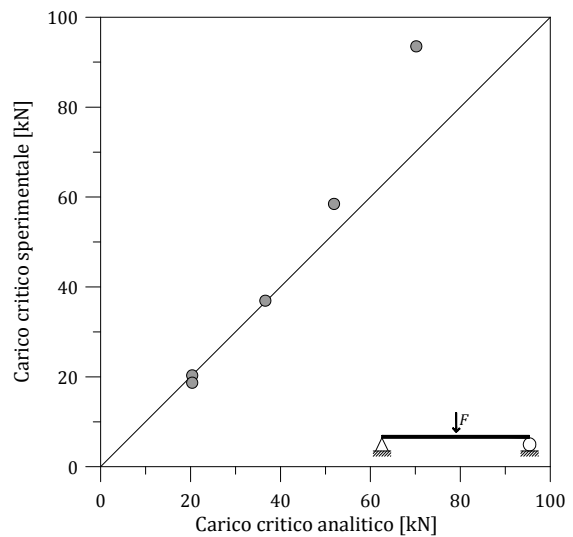


Fig.41. Confronto tra carichi critici sperimentali (Luible 2004, Tabella 10) e analitici (Eq.(97)) per travi in vetro stratificato inflesse (carico concentrato F).

Tabella 9. Caratteristiche geometriche delle travi in vetro stratificato sottoposte a prove di stabilità flessio-torsionale (carico concentrato F , Belis 2006).

Tipologia di trave	Sezione trasversale [mm]	Larghezza b [mm]	Luce L_0 [mm]	Intercalare
A	8/1.52/8	120	3000	PVB
B	6/1.52/6			
C	6/1.52/6	150		
D	8/1.52/8			
E	6/1.52/6	200		
F	10/1.52/10	300		
G	6/1.52/6	200		SGP
H	6/1.52/6	300		
I	8/1.52/8	200		
J	8/1.52/8	300		PVB
S	10/1.52/10			
T	10/1.52/10			

Tabella 10. Caratteristiche geometriche delle travi in vetro stratificato sottoposte a prove di stabilità flessio-torsionale (carico concentrato F , Luible 2004).

Tipologia di trave	Sezione trasversale [mm]	Larghezza b [mm]	Luce L_0 [mm]	Intercalare
A	10/1.52/10	200	860	PVB
B			1040	
C			1300	
D			1900	
E			1900	

I dati sperimentali proposti nella Fig.40, in particolare, sono definiti per ciascuna tipologia di trave come valore medio di 4 o 5 carichi critici sperimentali (Tabella 9). I corrispondenti carichi critici analitici sono invece ricavati mediante l'Eq.(97).

Analogamente, nella Fig.41 viene proposto il confronto tra valori analitici e dati sperimentali ottenuti come valore di carico critico (valore medio su 5 prove per ciascun tipo di trave) di travi stratificate aventi le caratteristiche geometriche riportate nella Tabella 10.

Infine, le Fig.42-45 propongono alcuni confronti con valori di carico critico calcolati mediante l'Eq.(97) ed i corrispondenti valori ottenuti da sofisticati modelli numerici viscoelastici (Belis 2006). Questi, in particolare, si riferiscono a travi in vetro stratificato caratterizzate da diversa luce libera d'inflexione (3m, 6m) e larghezza (120mm, 160mm, 200mm, 250mm, 300mm,

375mm), diverso rapporto tra gli spessori dei vetri (4mm, 10mm, 19mm) e dell'intercalare (1.52mm), diverse tipologie di intercalare (PVB, SGP) e condizioni di carico / temperatura (3 secondi, con $T= 20^{\circ}\text{C}$ o $T= 50^{\circ}\text{C}$).

Anche in tale circostanza è possibile osservare una buona corrispondenza tra risultati analitici e numerici, a conferma dell'accuratezza del modello proposto.

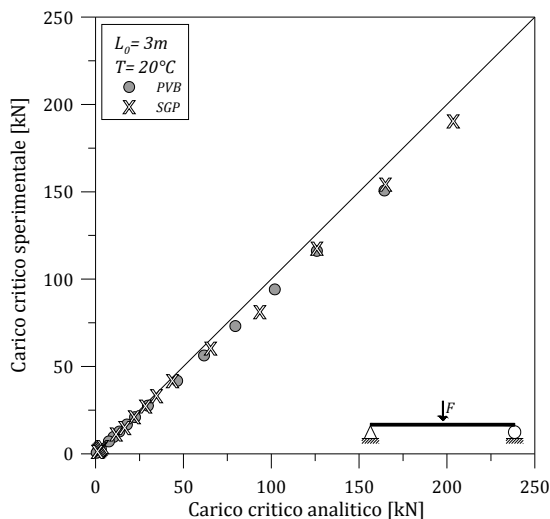


Fig.42. Confronto tra carichi critici numerici (Belis 2006) e analitici (Eq.(97)) per travi in vetro stratificato inflesse (carico concentrato F). $L_0= 3\text{m}$, $T= 20^{\circ}\text{C}$.

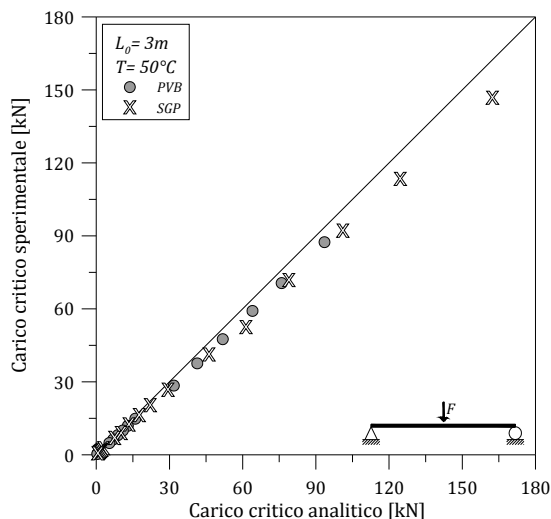


Fig.43. Confronto tra carichi critici numerici (Belis 2006) e analitici (Eq.(97)) per travi in vetro stratificato inflesse (carico concentrato F). $L_0= 3\text{m}$, $T= 50^{\circ}\text{C}$.

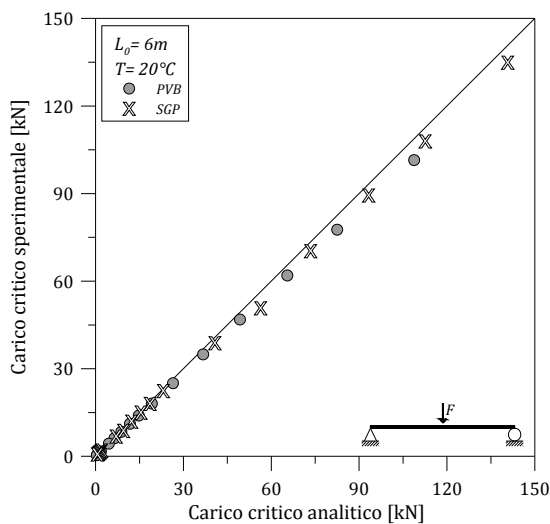


Fig.44. Confronto tra carichi critici numerici (Belis 2006) e analitici (Eq.(97)) per travi in vetro stratificato inflesse (carico concentrato F). $L_0= 6\text{m}$, $T= 20^{\circ}\text{C}$.

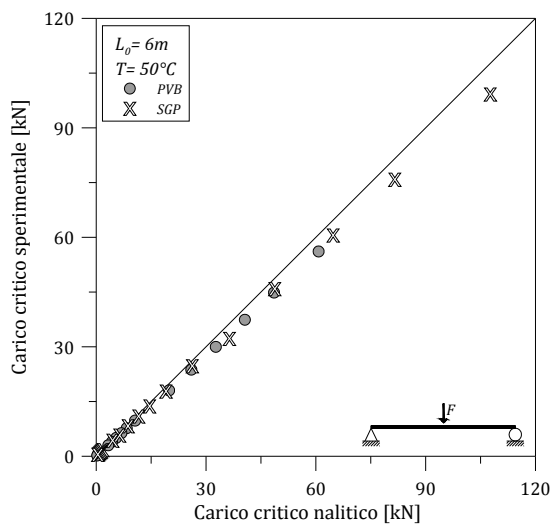


Fig.45. Confronto tra carichi critici numerici (Belis 2006) e analitici (Eq.(97)) per travi in vetro stratificato inflesse (carico concentrato F). $L_0= 6\text{m}$, $T= 50^{\circ}\text{C}$.

3.4. Pannelli sottoposti a compressione nel piano

Spesso, nella realizzazione di architetture contemporanee, si ricorre all'utilizzo di pannelli in vetro strutturale quali elementi di irrigidimento. Tali elementi, che nella maggior parte dei casi si estendono da un piano all'altro dell'edificio, sono sottoposti ad una combinazione di azioni di taglio nel piano (soprattutto per effetto dei carichi da vento laterali), compressione nel piano (per effetto del peso proprio, di dilatazioni termiche impedito,...), flessione (in presenza di carichi esterni ortogonali al loro piano, come per esempio la pressione del vento). Per questo motivo, sono spesso suscettibili a fenomeni di instabilità.

Recentemente, diversi autori hanno analizzato il comportamento di pannelli in vetro sottoposti a compressione nel piano (Englhardt 2007; Luible 2004). In generale, dai loro studi è emersa una notevole capacità portante residua in campo post-critico per tali elementi, garantita dall'instaurarsi di quel comportamento membranale che ne contraddistingue la risposta per azioni superiori al carico critico euleriano. Englhardt (2007), per esempio, ha eseguito numerose prove sperimentali e simulazioni numeriche su pannelli in vetro monolitico e stratificato appoggiati lungo i bordi, proponendo una serie di curve di stabilità utili per la loro verifica. Tuttavia, per descrivere in modo corretto il tipico comportamento di un pannello in vetro strutturale sottoposto a compressione nel piano, è spesso necessario ricorrere a modellazioni numeriche sofisticate.

Nei paragrafi successivi viene quindi proposto un nuovo approccio analitico, basato sul concetto di spessore equivalente, in grado di consentirne una semplice verifica nei confronti della stabilità ed una più semplice modellazione numerica di pannelli compressi in vetro monolitico o stratificato, anche in presenza di svariate condizioni di vincolo.

3.4.1. Modelli analitici per pannelli in vetro monolitico

Il carico critico $N_{y,cr}^{(E)}$ (forza per unità di lunghezza agente nella direzione y) di un pannello perfettamente piano, in vetro monolitico (spessore t , modulo di Young E) sottoposto ad una compressione uniforme nel piano N_y , semplicemente appoggiato lungo i quattro lati, viene comunemente calcolato mediante formulazioni analitiche classiche, basate sulla teoria lineare elastica della flessione, valide per lo studio di pannelli piani omogenei ed isotropi.

Con riferimento alla Fig.46, si suppone infatti che siano soddisfatte le seguenti ipotesi:

- nella configurazione in deformata il pannello è perfettamente piano;
- lungo i bordi del pannello, gli spostamenti nelle direzioni x e y sono trascurabili;
- le deformazioni per taglio nel pannello sono trascurabili;
- $N_x = N_{yx} = N_{xy} = 0$.

In tale contesto, lo spostamento trasversale $w = w(x, y)$ del pannello dovuto ad una pressione per unità di lunghezza $N_y = \sigma_y t$ può essere descritto mediante la nota equazione differenziale:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \Delta^2 w = \frac{N_y}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad (100)$$

con

- Δ l'operatore di Laplace;
- $D = Et^3/12(1-\nu^2)$ la rigidezza flessionale dell'elemento, per unità di larghezza b ;
- ν il coefficiente di Poisson del vetro.

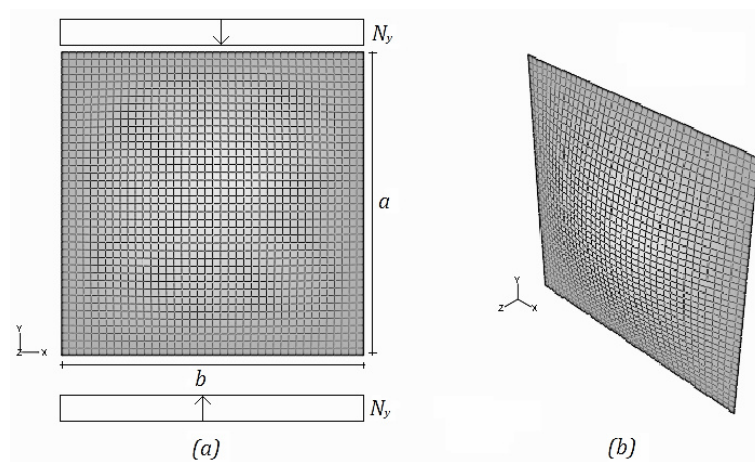


Fig.46. Modello analitico per la deformazione flessionale di un pannello in vetro monolitico appoggiato lungo i bordi, sottoposto a compressione nel piano. (a) geometria; (b) configurazione deformata.

Dall'Eq.(100), il carico critico viene descritto mediante la nota espressione (Timoshenko 1989):

$$N_{y,cr}^{(E)} = \left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb} \right)^2 \frac{\pi^2 D}{b^2} = k_\sigma \frac{\pi^2 D}{b^2}, \quad (101)$$

dove m rappresenta il numero di semionde nella direzione y , mentre k_σ è il coefficiente di stabilità.

La corrispondente relazione carico N -spostamento trasversale w può invece essere descritta, con riferimento alla formulazione proposta da Wolmir (1962), come:

$$N = N_y b = Eb \left(\frac{t}{a} \right)^2 \left\{ \frac{\pi^2}{3(1-\nu^2)} + \frac{\pi^2}{8} \left[\left(\frac{w}{t} \right)^2 + 3 \left(\frac{w}{t} \right) \left(\frac{w_0}{t} \right) + 2 \left(\frac{w_0}{t} \right)^2 \right] \right\} \frac{w}{w + w_0}, \quad (102)$$

dove w_0 è l'ampiezza massima dell'eventuale imperfezione iniziale sinusoidale del pannello. L'Eq.(102) rappresenta un caso limite della formulazione di Wolmir, originariamente proposta per l'analisi di pannelli monolitici di forma cilindrica (spessore t , raggio di curvatura r),

appoggiati lungo i bordi e sottoposti ad una compressione nel piano $N = N_y b$, di semplice applicazione a pannelli piani in vetro monolitico (spessore t , raggio di curvatura $r \rightarrow \infty$).

Dell'Eq.(102), lo spostamento trasversale w può essere esplicitato come:

$$w = \frac{\sqrt[3]{2} p_1 + 1}{p_2 (p_3 + \sqrt{p_3^2 + 4p_1^3})^3} - w_0, \quad (103)$$

dove:

$$p_1 = 9\sqrt[3]{2} b E \pi^2 (v^2 - 1) [-24a^2 N (v^2 - 1) - 8bE\pi^2 t^2 - 3bE\pi^2 w_0^2 (v^2 - 1)],$$

$$p_2 = 9 b E \pi^2 (v^2 - 1),$$

$$p_3 = 1944 b^3 E^3 \pi^6 t^2 w_0 (v^2 - 1)^2.$$

In tale contesto, in accordo con l'approccio di progettazione agli Stati Limite, la verifica di stabilità di un pannello in vetro monolitico, appoggiato lungo i bordi e sottoposto ad una compressione nel piano N_y potrebbe essere condotta in riferimento alle condizioni:

$$1. \quad w_{max} \leq \frac{a}{k}, \quad (104)$$

con w_{max} data dall'Eq.(103), k definito in funzione dello specifico Stato Limite considerato, e

$$2. \quad N_y \leq N_{y,b,Rd} = \frac{N_{y,cr}^{(E)}}{\gamma_{M1}}, \quad (105)$$

con γ_{M1} un opportuno coefficiente di sicurezza.

Englhardt (2007), sulla base di risultati sperimentali e numerici ottenuti dall'analisi di numerosi pannelli in vetro monolitico o stratificato, appoggiati lungo i bordi e sottoposti a compressione nel piano, suggerisce di considerare nella verifica di stabilità dell'elemento un'imperfezione iniziale di ampiezza massima $w_0 = a/1000$, ponendo $k = 300$ e $\gamma_{M1} = 1.30$.

3.4.2. Modelli analitici per pannelli in vetro stratificato

Nel caso dei pannelli in vetro stratificato, si è soliti fare riferimento alla teoria classica degli elementi sandwich. Si consideri infatti un pannello ottenuto per assemblaggio di due lastre in vetro monolitico (t_1, t_2) ed un intercalare (t_{int}), appoggiato lungo i bordi e sottoposto ad una compressione nel piano N_y (Fig.46). la capacità portante del pannello stratificato può essere descritta mediante la seguente equazione differenziale (Zenkert 1997):

$$\frac{D_1 + D_2}{A_s} \Delta^3 w - \frac{D}{D_s} \Delta^2 w = N_y \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\Delta w}{A_s} - \frac{1}{D_s} \right), \quad (106)$$

dove

$$D_i = \frac{E t_i^3}{12 (1 - \nu^2)} \quad \text{è la rigidità flessionale di ciascuna lastra di vetro, per unità di}$$

larghezza b (con $i = 1, 2$);

$$D_i = \frac{E (t_i z_i^2 + t_z z_z^2)}{(1 - \nu^2)};$$

$$D = D_1 + D_s + D_2;$$

$$A_s = \frac{G_{int} (z_1 + z_2)^2}{t_{int}};$$

z_1, z_2 è la distanza tra l'asse baricentrico dell'intercalare e l'asse baricentrico di ciascuna lastra di vetro.

Dall'Eq.(106), il carico critico del pannello $N_{y,cr,lam}^{(E)}$ può essere espresso come:

$$N_{y,cr,lam}^{(E)} = \left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb} \right)^2 \frac{\frac{D_1 + D_2}{D} \left[\left(\frac{mb}{a} \right)^2 + 1 \right] + \frac{A_s b^2}{\pi^2 D_s}}{\left[\left(\frac{mb}{a} \right)^2 + 1 \right] + \frac{A_s}{\pi^2 D_s}} \frac{\pi^2 D}{b^2} = R \frac{\pi^2 D}{b^2}. \quad (107)$$

Da alcuni confronti eseguiti da Luible (2004) è emerso che l'Eq.(107) è in grado di stimare il carico di biforcazione $N_{y,cr,lam}^{(E)}$ di pannelli in vetro stratificato appoggiati lungo i bordi, per valori ben definiti di G_{int} , con un buon livello di precisione. Il rapporto medio tra i carichi critici analitici e numerici di 200 pannelli stratificati aventi diverse proprietà geometriche (fattore di forma, spessori dei vetri e dell'intercalare) e meccaniche (modulo G_{int} dell'intercalare) è infatti risultato pari a 1.05. In tali ipotesi, per effetto dell'Eq.(107), il carico critico di un generico pannello in vetro stratificato, appoggiato lungo i bordi, compresso nel piano e sottoposto ad una qualsiasi temperatura o durata di applicazione del carico, è sempre compreso tra i due noti valori limite:

$$N_{y,cr,abs}^{(E)} = \left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb} \right)^2 \frac{\pi^2 (D_1 + D_2)}{b^2} \quad (108)$$

$$N_{y,cr,full}^{(E)} = \left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb} \right)^2 \frac{\pi^2 D}{b^2}. \quad (109)$$

Nelle Fig.47-48, a tal proposito, vengono proposte alcune curve di stabilità ottenute mediante l'Eq.(107) per pannelli stratificati (8/1.52/8mm) di varie dimensioni ($\alpha = a/b \leq 4$, con $b = 1$ m). Al fine di evidenziare gli effetti di eventuali variazioni di temperatura o di durata di applicazione del carico, con riferimento ad alcuni valori sperimentali per il PVB (Bennison et al. 1999), le curve sono state ottenute rispettivamente nell'intervallo $20^\circ C \leq T \leq 50^\circ C$, in presenza di un carico istantaneo (3 secondi, Fig.47), e per una data temperatura ($T = 20^\circ C$), con durata del carico variabile (3 secondi-1 anno, Fig.48).

I risultati sono proposti diagrammando i coefficienti R (Eq.(107)), in funzione di α . In entrambi i casi, è evidente che $R = 4 = k_\sigma$ solo in presenza di una connessione rigida tra le lastre di vetro (*monolithic limit*), mentre lievi variazioni di temperatura o di durata del carico sono generalmente associati a valori di R piuttosto limitati. Temperature elevate ($T \geq 30^\circ\text{C}$, Fig.47) o carichi di media/lunga durata (> 1 mese, Fig.48) sono infatti associati ad un coefficiente R prossimo al valore limite $R = 1$ (*layered limit*).

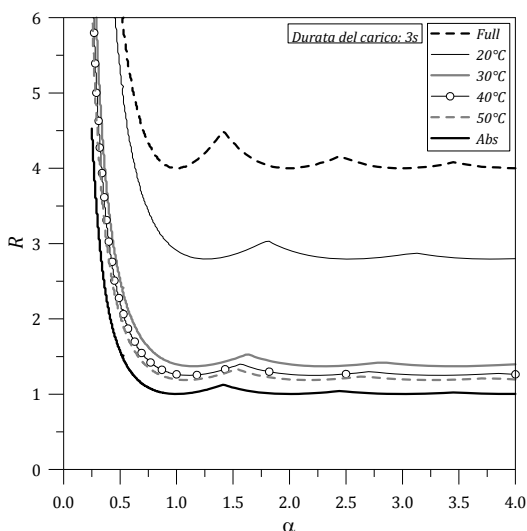


Fig.47. Curve di stabilità per pannelli stratificati compressi nel piano (8/1.52/8mm). Effetto della variazione di temperatura. Durata del carico: 3 secondi (Bennison et al. 1999).

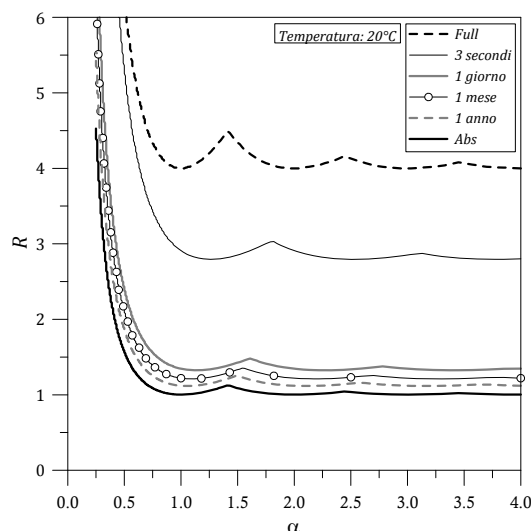


Fig.48. Curve di stabilità per pannelli stratificati compressi nel piano (8/1.52/8mm). Effetto della durata di applicazione del carico. Temperatura: 20°C (Bennison et al. 1999).

3.4.3. Modello analitico a spessore equivalente

Una formulazione alternativa per il calcolo analitico del carico critico $N_{y,cr,lam}^{(E)}$ di un pannello stratificato compresso nel piano può essere ricavata dalla trattazione semplificata basata sul concetto di spessore equivalente. Si tratta di una formulazione analitica, originariamente proposta da Wölfel (1987) per l'analisi degli elementi sandwich, che attualmente viene adottata dalle normative Americana (ASTM E1300) e Australiana (AS1288) per la verifica delle travi in vetro stratificato.

In accordo con tale modello, il livello di connessione effettivamente offerto alle lastre di vetro dall'intercalare polimerico può essere espresso mediante un coefficiente di trasferimento del taglio Γ (*shear transfer coefficient*), compreso tra 0 (*layered limit*) ed 1 (*monolithic limit*), definito come:

$$\Gamma = \frac{1}{1 + 9.6 \beta \cdot \frac{E J_s t_{int}}{G_{int} t_s^2 \lambda^2}}, \tag{110}$$

con:

$\lambda = \min(a, b)$ un fattore di forma (dimensione minima del pannello);

$$J_s = t_1 t_{s,2}^2 + t_2 t_{s,1}^2;$$

$$t_{s,1} = \frac{t_s t_1}{t_1 + t_2}, \quad t_{s,2} = \frac{t_s t_2}{t_1 + t_2};$$

$$t_s = 0.5(t_1 + t_2) + t_{int};$$

β un coefficiente dipendente dalle condizioni di vincolo e di carico. In genere, per la verifica delle travi in vetro stratificato semplicemente appoggiate e sottoposte ad un carico distribuito q ortogonale al piano dell'elemento, la formulazione originale prevede $\beta = 1$ (Wölfel 1987).

In tali ipotesi, lo spessore equivalente per il calcolo delle deformazioni di un dato elemento stratificato è:

$$t_{eq,w} = \sqrt[3]{t_1^3 + t_2^3 + 12\Gamma J_s}, \quad (111)$$

mentre il calcolo delle massime tensioni corrispondenti può essere effettuato mediante un ulteriore spessore equivalente (Bennison et al. 2008).

Recentemente, Bennison et al. (2008) e Calderone et al. (2009) hanno dimostrato che, nonostante si tratti di un approccio semplificato, permette di calcolare con sufficiente accuratezza le massime tensioni e deformazioni negli elementi in vetro stratificato.

Tuttavia, è opportuno ricordare che la teoria originale di Wölfel, proposta per l'analisi di strutture sandwich a tre strati, è adatta specialmente per la verifica di elementi da costruzione, tipicamente caratterizzati da uno strato interno molto soffice e da superfici esterne metalliche. Si tratta infatti di una formulazione definita ipotizzando che:

- gli strati esterni siano caratterizzati da rigidità assiale notevole, ma rigidità flessionale trascurabile;
- lo strato interno possa essere caratterizzato solo in termini di rigidità tagliente, essendo le sue rigidità assiale e flessionale trascurabili.

Nonostante si tratti di ipotesi non tipicamente riferibili ad elementi in vetro stratificato, sono state eseguite alcune analisi parametriche per determinare se la formulazione di Wölfel può essere utilizzata nella verifica dei pannelli in vetro stratificato sottoposti a compressione nel piano. A tale scopo, $N_{y,cr,lam}^{(E)}$ è stato calcolato per svariati pannelli sia mediante la formulazione lineare elastica degli elementi sandwich (Eq.(107)) sia mediante l'approccio a spessore equivalente, ovvero sostituendo $t_{ef,w}$ (Eq.(111)) nell'Eq.(101), con $\beta=1$.

I risultati così ottenuti sono quindi stati confrontati evidenziando gli effetti sul valore $N_{y,cr,lam}^{(E)}$ di diversi fattori geometrici e meccanici, quali per esempio il fattore di forma α ($1 \leq \alpha \leq 5$, con $b=1$ m), il rapporto tra gli spessori dei vetri e dell'intercalare (6/1.52/6mm, 8/1.52/8mm, 10/1.52/10mm), il valore del modulo G_{int} ($10^{-4} \text{ N/mm}^2 \leq G_{int} \leq 10^4 \text{ N/mm}^2$). I risultati principali sono proposti nella Fig.49 (8/1.52/8mm) come rapporto $R_N = (N_{y,cr,lam}^{(E)})_{teq} / (N_{y,cr,lam}^{(E)})_{Zenkert}$. In generale, è possibile affermare che i due modelli analitici non concordano, e che l'approccio a spessore equivalente tende a sovrastimare il carico critico effettivo $N_{y,cr,lam}^{(E)}$.

Da un'analisi più attenta è emerso che R_N è indipendente dal rapporto tra gli spessori dei vetri e dell'intercalare, mentre dipende esclusivamente dal fattore di forma α . Più il pannello analizzato è tozzo, e più il metodo a spessore equivalente sovrastima $N_{y,cr,lam}^{(E)}$ (nella Fig.49, per esempio, $R_{N,max} = 1.35$ se $\alpha = 1$, $R_{N,max} = 1.13$ se $\alpha = 2$, $R_{N,max} = 1.08$ se $\alpha = 3$). Qualora il pannello sia invece snello ($\alpha \geq 5$), $R_{N,max}$ mantiene un valore pressoché costante, pari a 1.04.

Simili differenze tra le due formulazioni analitiche proposte possono essere minimizzate solo adottando nell'Eq.(110) un opportuno valore per il coefficiente β . Tale coefficiente, da calibrare analiticamente, può infatti essere considerato un fattore correttivo in grado di fornire, qualsiasi siano le caratteristiche del pannello stratificato, $R_{N,max} = 1$.

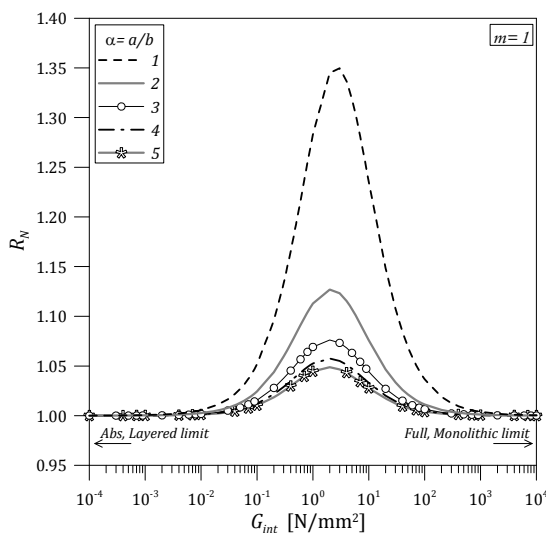


Fig.49. Carico critico $N_{y,cr,lam}$ per pannelli in vetro stratificato (8/1.52/8mm) sottoposti a compressione nel piano e appoggiati lungo i bordi. Confronti analitici.

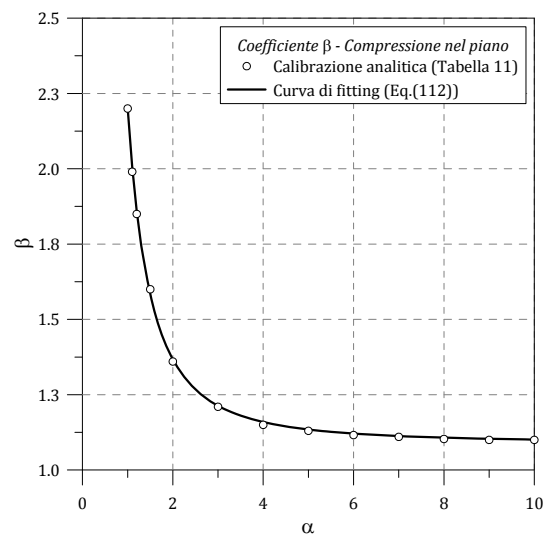


Fig.50. Coefficiente β per pannelli in vetro stratificato sottoposti a compressione nel piano. Calibrazione analitica (Tabella 11) e curva di fitting (Eq.(112)).

Da alcuni confronti analitici è emerso che tale risultato può essere ottenuto assumendo per β i valori riportati nella Tabella 11, ovvero i valori ottenuti dalla curva di fitting espressa dall'Eq.(112):

Tabella 11. Coefficiente $\beta = \beta(\alpha)$ per pannelli in vetro stratificato sottoposti a compressione nel piano.

m	$\alpha = a/b$				
	1	2	3	4	≥ 5
1	2.17	1.36	1.21	1.15	1.10

$$\beta = \frac{1.09}{\alpha^2} + 1.09 \cdot \tag{112}$$

Come proposto nella Fig.50, nel caso di pannelli sufficientemente snelli ($5 \leq \alpha \leq 10$) il coefficiente β tende asintoticamente ad un valore minimo approssimativamente uguale a $\beta = 1.10$.

In tali ipotesi, introducendo β (Eq.(112)) nell'Eq.(110) è possibile calcolare con precisione il valore del carico critico $N_{y,cr,lam}^{(E)}$ di un generico pannello in vetro stratificato appoggiato lungo i bordi. Una volta noto $t_{eq,w}$ (Eq.(111)), $N_{y,cr,lam}^{(E)}$ può infatti essere calcolato mediante l'Eq.(101), ponendo $t = t_{eq,w}$. Il risultato che è possibile ottenere mediante tale approccio coincide con il carico critico dato dall'Eq.(107). Una simile formulazione costituisce quindi uno strumento valido per i progettisti, ed una valida alternativa ai modelli analitici basati sulla teoria dei pannelli sandwich.

3.4.4. Relazione carico N – spostamento trasversale w

Come noto, la conoscenza del carico critico $N_{y,cr,lam}^{(E)}$ di un pannello stratificato sottoposto a compressione nel piano costituisce un'informazione utile ma non sufficiente al fine di valutarne la resistenza ultima, dal momento che il pannello, per effetto del comportamento membranale che tipicamente si instaura nel regime post-critico, è in grado di sostenere carichi ben superiori rispetto al carico critico $N_{y,cr,lam}^{(E)}$.

In tale contesto, al fine di condurre un'analisi accurata della capacità portante del pannello stratificato che prenda in considerazione anche il comportamento post-critico dello stesso, è fondamentale poterne descrivere in modo razionale e realistico la relazione carico N - spostamento trasversale w corrispondente. Generalmente, questo aspetto viene analizzato mediante sofisticati modelli numerici ad elementi finiti. Tuttavia, nell'ambito dei pannelli sandwich, diversi autori hanno approfondito lo studio analitico del comportamento di pannelli sandwich caratterizzati da diverse condizioni di vincolo, suggerendo una serie di interessanti formulazioni semplificate e curve di stabilità (Allen 1969; Plantema 1966). Nella maggior parte dei casi, data la specificità tecnologica che contraddistingue i pannelli sandwich, tali formulazioni analitiche non possono essere applicate direttamente allo studio dei pannelli in vetro stratificato, dal momento che sono state elaborate specificatamente per l'analisi di

pannelli composti impiegati nelle strutture aerospaziali o marine. Si tratta, quindi, di modelli analitici che trovano applicazione specialmente nell'analisi di pannelli caratterizzati da facce esterne sottili ad elevata resistenza (spesso metalliche) incollate a strati interni di spessore elevato, limitata resistenza e ridotta densità. Dal momento che generalmente il nucleo di tali pannelli consiste in schiume polimeriche o materiali alveolari, la sua rigidità flessionale viene del tutto trascurata. Analogamente, anche la rigidità flessionale degli strati esterni è piuttosto contenuta, di conseguenza le tensioni tangenziali possono essere ipotizzate a distribuzione costante nel nucleo soffice e ad andamento lineare nelle facce esterne del pannello. Si tratta, indubbiamente, di un aspetto non trascurabile, dal momento che come conseguenza principale gli spostamenti trasversali nello spessore del pannello non sono costanti.

Un approccio semplificato ma accurato che potrebbe essere utilizzato nel descrivere la tipica risposta carico $N = N_y b$ – spostamento trasversale w di un pannello compresso in vetro stratificato, affetto da un'imperfezione iniziale sinusoidale di ampiezza massima w_0 , può essere individuato, come già accennato in precedenza, nella teoria proposta originariamente da Wolmir (1962) e già riutilizzata da Luible (2004) per validare i risultati sperimentali ottenuti da alcune prove di stabilità su pannelli in vetro compressi nel piano (Eq.(102)). Sebbene si tratti di una teoria applicabile ad elementi monolitici, l'Eq.(103) può essere infatti utilizzata per l'analisi di pannelli in vetro stratificato semplicemente ponendo $t = t_{eq,w}$ (Eq.(111)).

In tale contesto, Luible (2004), riferendosi alla formulazione di Zenkert (1997), ha calcolato uno spessore equivalente t_{eff} per pannelli in vetro stratificato esprimendolo direttamente dall'Eq.(107). Come ha numericamente e sperimentalmente dimostrato, una simile formulazione è in grado di descrivere in modo accurato la relazione carico N – spostamento trasversale w di un dato pannello stratificato compresso. Tuttavia, l'espressione suggerita da Luible per lo spessore t_{eff} non appare di semplice applicazione per i progettisti, dal momento che è necessario calcolare prima $N_{y,cr,lam}^{(E)}$ (Eq.(107)). Diversamente, l'approccio analitico proposto (Eq.(111)) è egualmente accurato e di semplice applicazione nella pratica.

Per esempio, si consideri un pannello in vetro stratificato di dimensioni $a = 1\text{m} \times b = 1\text{m}$, ottenuto per assemblaggio di due lastre in vetro monolitico ($t_1 = t_2 = 8\text{mm}$) ed un intercalare in PVB ($t_{int} = 1.52\text{mm}$). Ragionevolmente, l'imperfezione iniziale del pannello può essere considerata proporzionale alla prima forma modale dell'elemento (Fig.40; Enghardt 2007).

Per quanto riguarda invece la massima ampiezza w_0 , si può fare riferimento ad alcuni dati sperimentali disponibili in letteratura. Belis et al. (2011) hanno dimostrato che l'ampiezza media di imperfezione geometrica è $w_0 \cong 1/1200$ della luce libera d'inflessione per travi stratificate con vetro ricotto e $w_0 \cong 1/1000$ per travi stratificate con vetro a mezza tempra o temprato. Enghardt (2007) ha analizzato sperimentalmente il comportamento di pannelli compressi in vetro monolitico (vetro ricotto e temprato) individuando un'ampiezza geometrica iniziale d'imperfezione pari a circa $w_0 \cong a/2000$. Nel caso dei pannelli in vetro stratificato,

Englhardt suggerisce invece un'ampiezza d'imperfezione pari a $w_0 \cong a/1000$. Da alcuni test eseguiti da Luible e Crisinel (2006), infine, è emerso che l'imperfezione iniziale di pannelli monolitici in vetro ricotto è piuttosto ridotta ($w_0 < a/2500$), mentre nel caso di vetri a mezza tempra o temprati si possono raggiungere ampiezze di imperfezione iniziale prossime a $w_0 \cong a/300$. Nell'esempio qui proposto, viene presa in considerazione un'ampiezza iniziale $w_0 = a/500$.

Come illustrato nella Fig.51, con riferimento a valori sperimentali di G_{int} precedentemente illustrati (Tabella 3), la valutazione del corrispondente spessore equivalente $t_{eq,w}$ (Eq.(111), con $\beta = 2.20$, Eq.(112) o Tabella 11), consente anche in tale circostanza di osservare che in presenza di temperature elevate ($T > 20^\circ\text{C}$) o di carichi di lunga durata, i valori ottenuti per $t_{eq,w}$ sono prossimi al *layered limit (abs)*, ovvero l'effettivo grado di connessione offerto dall'intercalare è pressoché nullo. La stessa figura permette di osservare che, per il pannello esaminato, $t_{eq,w}$ tende asintoticamente verso il limite inferiore $t_{eq,w,abs}$ già in presenza di valori G_{int} non molto inferiori a i valori sperimentali considerati nei confronti proposti ($G_{int} < 10^{-2}\text{N/mm}^2$, $t_{eq,w,abs} = 10.08\text{mm}$, Fig.51). Contrariamente, la connessione tra le lastre di vetro può essere considerata rigida (*full, monolithic limit*) solo in presenza di valori di G_{int} significativamente maggiori rispetto ai noti valori di rigidezza tipicamente associati ai vari materiali polimerici utilizzati nella pratica ($G_{int} > 10^3\text{N/mm}^2$, $t_{eq,w,full} = 17.51\text{mm}$, Fig.51).

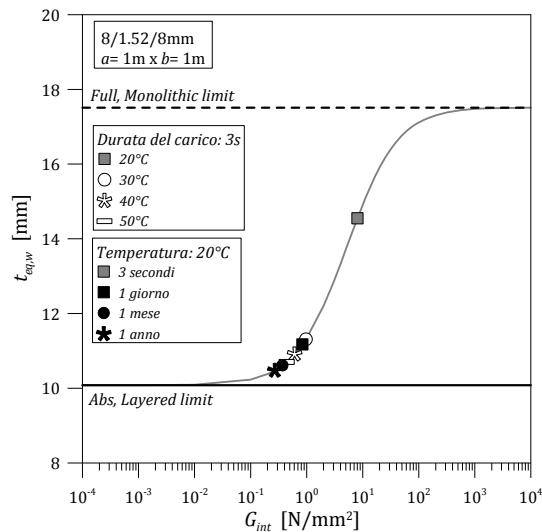


Fig.51. Valori analitici di spessore equivalente $t_{eq,w}$ (Eq.(111)) in funzione di G_{int} (Tabella 3, Bennison et al. 1999).

In tali ipotesi, una volta calcolato il valore $t_{eq,w}$ corrispondente ad una specifica condizione di temperatura e di condizione di carico (Fig.51), è possibile definire la corrispondente relazione carico N – spostamento trasversale w mediante l'Eq.(103), come illustrato nella Fig.52.

Nello specifico, la Fig.52 evidenzia gli effetti di una possibile variazione di temperatura sul comportamento globale del pannello stratificato, in presenza di carichi istantanei (3 secondi) e di diverse temperature ($20^{\circ}\text{C} \leq T \leq 50^{\circ}\text{C}$).

Nella stessa figura vengono proposte anche due ulteriori curve limite (*abs*, *full*) riferite rispettivamente all'assenza di connessione tra le lastre di vetro ($t_{eq,w,abs} = 10.08\text{mm}$) e alla presenza di una connessione rigida a taglio ($t_{eq,w,full} = 17.51\text{mm}$). È interessante notare che ponendo $w_0 = 0$ nell'Eq.(103), il valore ottenuto intersecando queste due curve limite con l'asse delle y permette di calcolare i carichi critici $N_{y,cr,abs}^{(E)}$ (Eq.(108)) e $N_{y,cr,full}^{(E)}$ (Eq.(109)) precedentemente definiti. Analogamente, qualsiasi sia il valore $t_{eq,w,abs} < t_{eq,w} < t_{eq,w,full}$, ponendo $w_0 = 0$ nell'Eq.(103) è possibile definire graficamente il carico critico $N_{y,cr,lam}^{(E)}$ corrispondente ad una specifica condizione di temperatura e di durata di applicazione del carico. I valori così ottenuti coincidono con i carichi critici $N_{y,cr,lam}^{(E)}$ calcolati mediante l'Eq.(107), così come con i valori dati dall'Eq.(101), con $t = t_{eq,w}$ (Eq.(111)).

Ad ulteriore validazione del modello analitico proposto, sono stati eseguiti alcuni confronti con dati sperimentali disponibili in letteratura per pannelli in vetro stratificato compressi nel piano. In particolare, si è fatto riferimento ai risultati ottenuti da Luible (2004) su pannelli stratificati (8/1.52/8mm) di forma quadrata ($a = b = 1\text{m}$), riportati nella Tabella 12. Come proposto nella Fig.53, è possibile osservare una buona corrispondenza tra dati sperimentali e analitici.

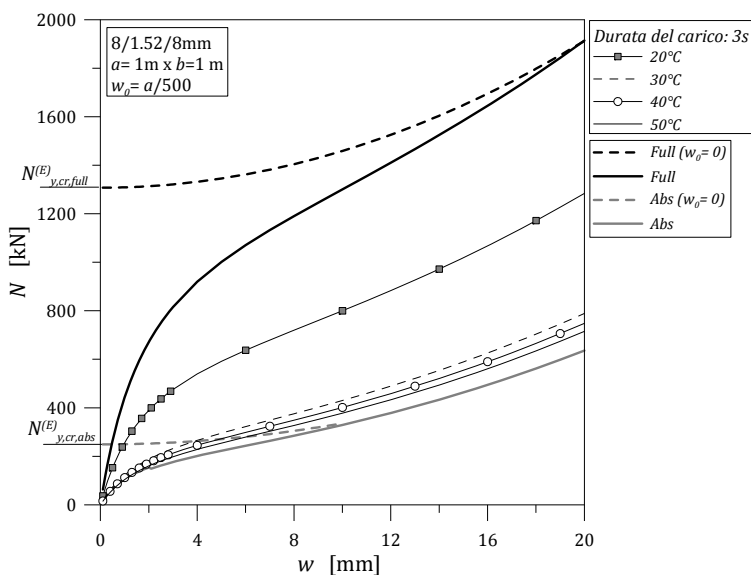


Fig.52. Relazione carico N - spostamento trasversale w (Eq.(103)). Effetto delle variazioni di temperatura (durata di applicazione del carico: 3 secondi) (Bennison et al. 1999).

Tabella 12. Dati sperimentali (Luible 2004) e spessori equivalenti corrispondenti (Eq.(111)).

$a = b = 1\text{m}$	T (Luible 2004)	v_{carico} (Luible 2004)	G_{int} (Luible 2004)	$t_{eq,w}$ (Eq.(111))
8/1.52/8mm	[°C]	[mm/h]	[N/mm ²]	[mm]
Test-1	20.5	2.11	0.81	11.14
Test-2	21.0	2.11	0.76	11.09
Test-3	20.0	2.11	0.84	11.18

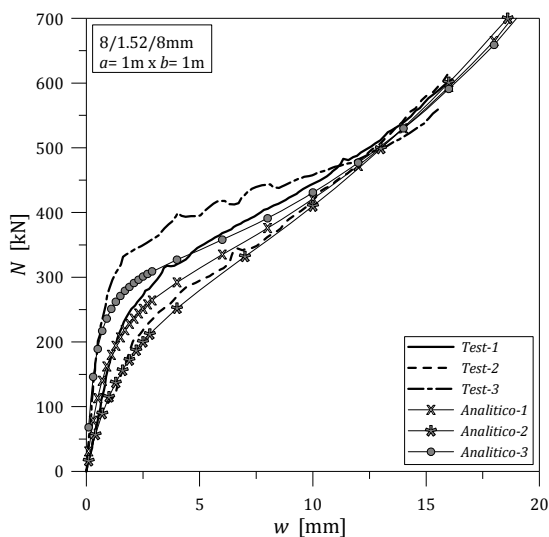


Fig.53. Relazione carico N - spostamento trasversale w . Risultati analitici (Eq.(103)) e sperimentali (Luible 2004, Tabella 12).

3.4.5. Validazione numerica

L'approccio analitico proposto è stato opportunamente validato mediante un modello numerico ad elementi finiti realizzato con il codice di calcolo non lineare ABAQUS (2009).

Nel caso specifico (modello *3D+shell*), le lastre di vetro ($t_1 = t_2 = 8\text{mm}$) sono state modellate mediante elementi *shell* (S4R), mentre l'intercalare in PVB ($t_{int} = 1.52\text{mm}$) è stato descritto sottoforma di elementi solidi 3D a 8 nodi (C3D8H, *hybrid formulation, incompatible modes*). Per il pannello analizzato ($a = b = 1\text{m}$) è stata quindi presa in considerazione una *mesh* sufficientemente accurata (20mm x 20mm). Analogamente, nello spessore dell'intercalare, sono stati utilizzati due elementi 3D (Fig.54). In accordo con Luible e Crisinel (2006), gli elementi 3D e *shell* sono stati connessi tra loro utilizzando gli stessi nodi. Inoltre, per descrivere con precisione la geometria effettiva del pannello analizzato, agli elementi *shell* è stato applicato un offset di sezione ($t_{offset} = 4\text{mm}$) rispetto al piano baricentrico delle stesse. La compressione nel piano, infine, è stata introdotta nel modello come carico lineare uniformemente distribuito agente sui bordi inferiori e superiori degli elementi *shell* in vetro.

Per evitare possibili eccentricità, i vincoli sono stati applicati ai nodi centrali dell'intercalare. Per quanto riguarda la caratterizzazione dei materiali, come già discusso in precedenza, il vetro è stato definito come materiale isotropo, elastico lineare ($E= 70000\text{N/mm}^2$, $\nu= 0.23$, $\rho= 2490\text{Kg/m}^3$). Anche il PVB è stato considerato a comportamento elastico lineare ($\rho_{int}= 660\text{Kg/m}^3$).

Con l'obiettivo di validare l'approccio analitico proposto per il calcolo del carico critico $N_{y,cr,lam}^{(E)}$, inizialmente sono state eseguite in ABAQUS numerose analisi di stabilità (*buckling analysis*) tali da predire il carico critico del pannello stratificato analizzato, in presenza di diverse condizioni specifiche di temperatura e di durata di applicazione del carico. A tale scopo, l'intercalare è stato caratterizzato in ciascuna analisi con un valore G_{int} individuato in un intervallo di riferimento ($10^{-4}\text{N/mm}^2 < G_{int} < 10^4\text{N/mm}^2$).

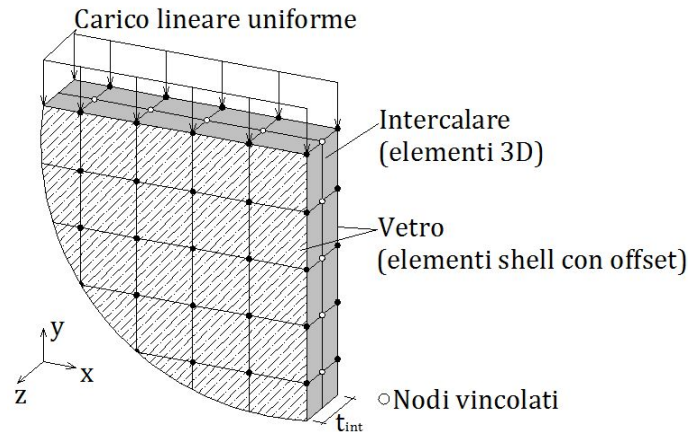


Fig.54. Modello numerico (ABAQUS).

Il primo confronto proposto riguarda infatti il valore del carico critico $N_{y,cr,lam}^{(E)}$ in funzione di G_{int} (Fig.55). Nello specifico, $N_{y,cr,lam}^{(E)}$ è stato calcolato sia mediante la formulazione analitica proposta da Zenkert per l'analisi dei pannelli sandwich (Eq.(107)) sia mediante l'approccio a spessore equivalente proposto (Eq.(101)). Questi risultati analitici, tra loro coincidenti, sono quindi stati confrontati con i carichi critici numerici ottenuti dalle analisi eseguite in ABAQUS.

Nonostante le analisi numeriche siano state eseguite in un intervallo più ristretto di valori per G_{int} ($0.1\text{N/mm}^2 < G_{int} < 20\text{N/mm}^2$), come illustrato nella Fig.55, il confronto con i dati analitici dimostra una buona corrispondenza. Tuttavia, è emerso che per valori estremamente ridotti di G_{int} ($G_{int} < 0.1\text{N/mm}^2$), le analisi numeriche di *buckling* non convergono. Dal momento che in presenza di elevate temperature ($T= 50^\circ\text{C}$) e carichi permanenti (1 anno) il PVB è molto soffice ($G_{int}= 0.052\text{N/mm}^2$, Tabella 3), questo aspetto indubbiamente riduce la potenzialità del modello numerico.

Il secondo confronto proposto riguarda la relazione carico N - spostamento trasversale w che caratterizza la tipica risposta di un pannello compresso nel piano (Fig.56). In particolare, le

curve sono state ottenute assumendo per l'intercalare in PVB un modulo $G_{int} = 8.06 \text{ N/mm}^2$ (Tabella 3). La curva analitica proposta nella Fig.56 è stata definita valutando lo spessore equivalente corrispondente ($t_{eq,w} = 14.55 \text{ mm}$, Eq.(111)) ed assumendo nell'Eq.(103), quale ampiezza massima di imperfezione iniziale, il valore $w_0 = a/500$. Ponendo $w_0 = 0$ nell'Eq.(103), il corrispondente carico critico $N_{y,cr,lam}^{(E)} = 749 \text{ kN}$ può essere graficamente determinato intersecando, nella Fig.56, la curva analitica con l'asse y . Analogamente, valutando $N_{y,cr,lam}^{(E)}$ mediante l'Eq.(101) con $t = t_{eq,w} = 14.55 \text{ mm}$, il corrispondente carico critico è $N_{y,cr,lam}^{(E)} = 749 \text{ kN}$.

Con riferimento al concetto di spessore equivalente proposto, è stato quindi realizzato un ulteriore modello numerico ad elementi finiti in ABAQUS (*shell- t_{eq}*). Nello specifico, tale modello consiste in elementi *shell* monolitici (S4R) aventi uno spessore totale pari a $t_{eq,w}$ (Eq.(111)). La sezione trasversale è costituita da vetro ($E = 70000 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0.23$, $\rho = 2490 \text{ Kg/m}^3$). In tal caso, la compressione nel piano è descritta in termini di carico uniformemente distribuito applicato ai bordi superiore ed inferiore del pannello. In entrambe le circostanze (*3D+shell*, *shell- t_{eq}*), l'imperfezione iniziale del pannello è stata descritta come rapporto della prima forma modale del pannello.

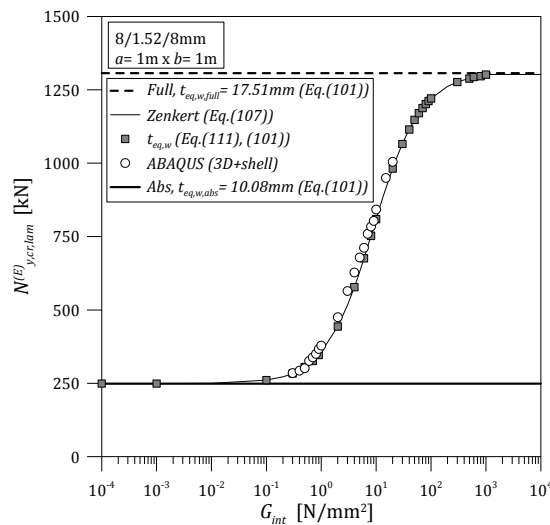


Fig.55. Carico critico $N_{y,cr,lam}$ per pannelli in vetro stratificato (8/1.52/8mm) appoggiati lungo i bordi e sottoposti a compressione nel piano. Confronti analitici e numerici..

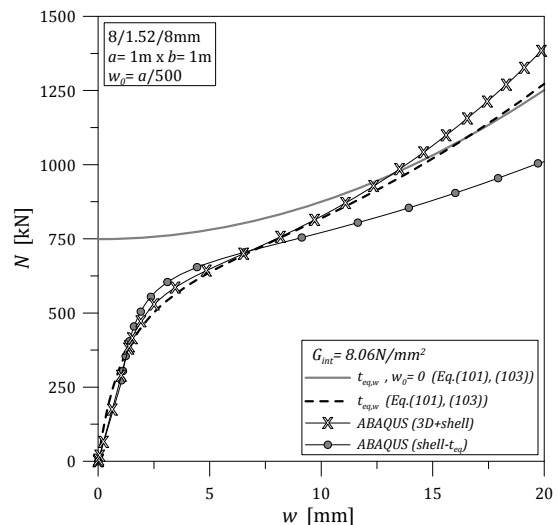


Fig.56. Relazione carico N – spostamento trasversale w per un pannello in vetro stratificato (8/1.52/8mm) appoggiato lungo i bordi e sottoposto a compressione nel piano. Confronto analitico e numerico.

La Fig.56 propone le curve $N-w$ ottenute da analisi statiche incrementali eseguite in ABAQUS su entrambi i modelli numerici. È interessante notare che nonostante le due curve divergano in campo post-critico, presentano una buona corrispondenza nell'intervallo d'interesse per la verifica di stabilità del pannello. Quando $N < N_{y,cr,lam}^{(E)}$, inoltre, entrambe le curve numeriche coincidono approssimativamente con la curva analitica associata allo spessore equivalente $t_{eq,w} =$

14.55mm (Eq.(103) e (111)). Di conseguenza, il modello numerico *shell-t_{eq}* rappresenta una valida semplificazione alternativa a modelli numerici più sofisticati.

In conclusione, con riferimento a quanto proposto, una razionale verifica di stabilità per pannelli in vetro stratificato appoggiati lungo i bordi e sottoposti a compressione nel piano potrebbe essere eseguita, ragionevolmente, rispettando le condizioni definite dalle Eq.(104) e (105).

3.4.6. Carico critico per pannelli in vetro stratificato in diverse condizioni di vincolo

È noto che le condizioni di vincolo influenzano fortemente il comportamento di un pannello compresso nel piano. Nel caso specifico dei pannelli in vetro stratificato, le condizioni di vincolo di maggiore interesse possono essere individuate in presenza di appoggi continui o puntuali.

A tale scopo, con riferimento all'Eq.(101) del carico critico $N_{y,cr,lam}^{(E)}$, può essere utile richiamare la nota espressione per la tensione critica $\sigma_{y,cr}^{(E)}$:

$$\sigma_{y,cr}^{(E)} = \frac{N_{y,cr,lam}^{(E)}}{A} = k_{\sigma} \sigma_{y,cr}^{*(E)}, \quad (113)$$

dove:

$$\sigma_{y,cr}^{*(E)} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_{eq,w}}{b} \right)^2 \quad (114)$$

è la tensione critica euleriana di riferimento, A rappresenta l'area della sezione trasversale del pannello, k_{σ} è un coefficiente di stabilità.

Per generalizzare l'approccio progettuale proposto, sono state prese in considerazione per il pannello compresso nel piano ulteriori condizioni di vincolo, con particolare attenzione per i casi particolari che nella pratica sono maggiormente associati all'impiego del vetro strutturale. Specificatamente, oltre all'appoggio continuo sui quattro bordi del pannello (4C-App, Fig.57a), si è fatto riferimento ai vincoli di:

- Appoggio continuo lungo i quattro bordi, lasciando libero lo spostamento nel piano del pannello (direzione x) dei lati non caricati (4C-App-x, Fig.57b);
- Appoggio continuo lungo tre bordi, lasciando libero uno dei due lati non caricati (3C-App, Fig.57c);
- Appoggi puntuali ai quattro vertici del pannello (4P-App, Fig.57d);
- Appoggi puntuali ai quattro vertici del pannello, con due appoggi puntuali aggiuntivi in corrispondenza della mezzeria dei lati non caricati (6P-App, Fig.57e).

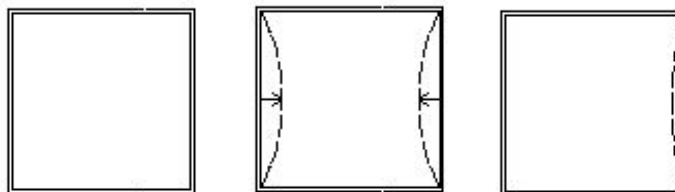


Fig.57a. 4C-App.

Fig.57b. 4C-App-x.

Fig.57c. 3C-App.

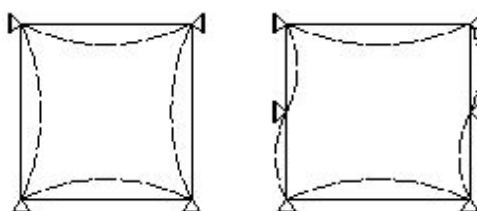


Fig.57d. 4P-App.

Fig.57e. 6P-App.

Allo stesso tempo, sono stati eseguiti ulteriori calcoli per stimare il valore del coefficiente k_σ associato, per ciascuna condizione di vincolo, ad un generico fattore di forma $\alpha = a/b$ ($0 < \alpha < 4$, con $b = 1\text{m}$). Per ciascuna delle condizioni di vincolo appena descritte, in particolare, è stato calcolato il valore del carico critico $N_{y,cr,lam}^{(E)}$ corrispondente mediante una serie di analisi numeriche di *buckling* eseguite in ABAQUS sul modello *3D+shell*. Successivamente, è stato stimato per ciascuna condizione di vincolo e per ciascun fattore di forma α il coefficiente di stabilità k_σ , in funzione della tensione critica euleriana di riferimento $\sigma_{y,cr}^{(E)}$ (Eq.(114)), come illustrato nella Fig.58. I minimi valori così ottenuti per k_σ sono proposti nella Tabella 13 ($\alpha \rightarrow \infty$).

Tabella 13. Coefficiente di stabilità k_σ ($\alpha \rightarrow \infty$) per pannelli in vetro stratificato compressi nel piano, in diverse condizioni di vincolo.

Condizione di vincolo (App: semplice appoggio; C: continuo; P: puntuale)	k_σ ($\alpha \rightarrow \infty$)	Figura
4C-App	4.000	57a
4C-App-x	3.080	57b
3C-App	0.412	57c
4P-App	0.038	57d
6P-App	0.153	57e

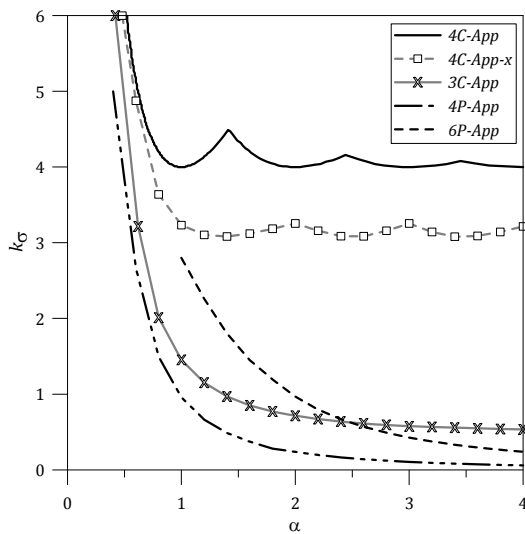


Fig.58. Coefficienti di stabilità k_σ per pannelli in vetro stratificato compressi nel piano, in diverse condizioni di vincolo (ABAQUS).

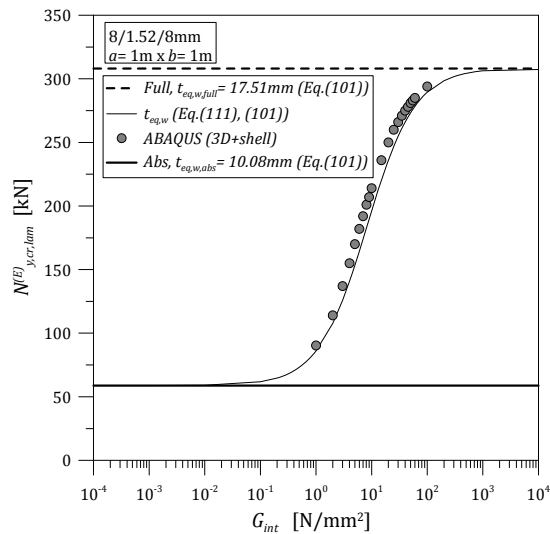


Fig.59. Carico critico $N_{y,cr,lam}^{(E)}$ per pannelli in vetro stratificato appoggiati ai quattro vertici e compressi nel piano (4P-App). Confronti analitici e numerici.

Nella Fig.59 viene proposto un ulteriore confronto tra valori analitici e numerici di carico critico $N_{y,cr,lam}^{(E)}$. Nello specifico, si tratta di risultati ottenuti per un pannello in vetro stratificato (8/1.52/8mm, $a= 1\text{m} \times b= 1\text{m}$) semplicemente appoggiato in corrispondenza dei quattro vertici (4P-App, Fig.51d) e sono stati ottenuti considerando una serie di valori per G_{int} compresi in un intervallo sufficientemente ampio ($10^{-4}\text{N/mm}^2 < G_{int} < 10^4\text{N/mm}^2$).

I valori numerici di carico critico sono stati definiti mediante una serie di analisi di *buckling* eseguite sul modello *3D+shell* precedentemente descritto. Anche in tal caso, per problemi di convergenza, i risultati numerici vengono proposti solo per valori $G_{int} > 1\text{N/mm}^2$. Allo stesso tempo, i valori analitici di carico critico $N_{y,cr,lam}^{(E)}$ sono stati calcolati, per ciascun valore G_{int} , sulla base del corrispondente spessore equivalente $t_{eq,w}$ (Eq.(111)) e della tensione critica $\sigma_{y,cr}^{(E)}$ (Eq.(113)). Con riferimento alla tensione critica euleriana di riferimento $\sigma_{y,cr}^{*(E)}$ (Eq.(114)) ed al relativo coefficiente di stabilità $k_\sigma = 0.94$ ($\alpha= 1$, 4P-App, Fig.58), $N_{y,cr,lam}^{(E)}$ risulta infatti definito come:

$$N_{y,cr,lam}^{(E)} = A \sigma_{y,cr}^{(E)} = A k_\sigma \sigma_{y,cr}^{*(E)}. \tag{115}$$

Come illustrato nella Fig.59, l'utilizzo dello spessore equivalente $t_{eq,w}$ e di un appropriato coefficiente di stabilità k_σ (Fig.58) consente di valutare in modo realistico il carico critico $N_{y,cr,lam}^{(E)}$ di pannelli stratificati compressi nel piano aventi diverse condizioni di vincolo, permettendo inoltre di prendere in considerazione l'effettivo grado di connessione offerto dall'intercalare.

In tali ipotesi, la condizione di verifica proposta nell'Eq.(104) per la limitazione della massima azione assiale di progetto può essere direttamente applicata ad un pannello compresso genericamente vincolato.

Diversamente, non è altrettanto immediato utilizzare il concetto di spessore equivalente per la verifica analitica della deformabilità di pannelli stratificati compressi caratterizzati da vincoli generici, dal momento che la relazione carico-spostamento trasversale espressa all'Eq.(103) si applica esclusivamente a pannelli appoggiati lungo i quattro bordi.

Tuttavia, anche in tal caso lo spessore equivalente costituisce un valido approccio per il controllo della deformabilità dei pannelli stratificati compressi, dal momento che consente di semplificare notevolmente la fase di modellazione numerica degli stessi (modelli numerici *shell-t_{eq}*), evitando ai progettisti di descrivere l'effettiva geometria dei pannelli stratificati analizzati (modelli numerici *3D+shell*). Allo stesso tempo, è opportuno ricordare che i modelli numerici *3D+shell*, sebbene estremamente accurati nell'analisi di elementi composti, sono caratterizzati da problemi di convergenza se applicati ad elementi in vetro stratificato, notoriamente realizzati intercalari estremamente sottili e molto deformabili (si pensi per esempio al PVB sottoposto ad elevate temperature o a carichi permanenti).

Di conseguenza, la condizione di verifica espressa dall'Eq.(105) può essere controllata numericamente, in presenza di vincoli generici, mediante l'utilizzo di modelli numerici realizzati con elementi *shell* in vetro a spessore equivalente $t_{eq,w}$.

3.5. Pannelli sottoposti a taglio nel piano

Nella pratica, i pannelli in vetro strutturale vengono ampiamente utilizzati con funzioni portanti e di irrigidimento. Si pensi per esempio alle facciate in vetro-acciaio, o alle coperture in vetro, nelle quali grandi superfici vengono coperte mediante pannelli in vetro strutturale incernierati ad una struttura metallica di supporto.

Come osservato di recente da Wellershoff e Sedlacek (2005), si tratta indubbiamente di sistemi in cui un eventuale collasso associato a fenomeni di instabilità può verificarsi con una certa frequenza. In situazioni simili, infatti, i singoli pannelli in vetro sono sottoposti ad azioni di taglio nel piano, così come ad eventuali carichi esterni (vento, neve,...) che potrebbero anticiparne il collasso.

Recentemente, anche Mocibob (2008) ha studiato il comportamento nei confronti della stabilità di pannelli in vetro monolitico e stratificato sottoposti a taglio nel piano, concentrandosi in particolare sull'analisi di pannelli vincolati alle sole estremità inferiore e superiore, come tipicamente accade negli elementi di facciata che si estendono da un piano all'altro dei moderni edifici (e vengono quindi fissati in corrispondenza dei solai). Mediante analisi sperimentali e numeriche, Mocibob ha proposto interessanti formulazioni di facile utilizzo nella progettazione degli stessi, ed ha inoltre analizzato l'effetto di diversi parametri geometrici (fattore di forma, tipo di connessione,...) o meccanici (rigidezza dell'intercalare,...) sulla loro risposta globale.

3.5.1. Modelli analitici per pannelli in vetro monolitico

Con riferimento alla Fig.60, si consideri un pannello in vetro monolitico, (lunghezza a , larghezza b , spessore t , modulo di Young E) semplicemente appoggiato lungo i bordi e sottoposto ad un'azione tagliante $N_{xy} = t \tau_{xy} = V$.

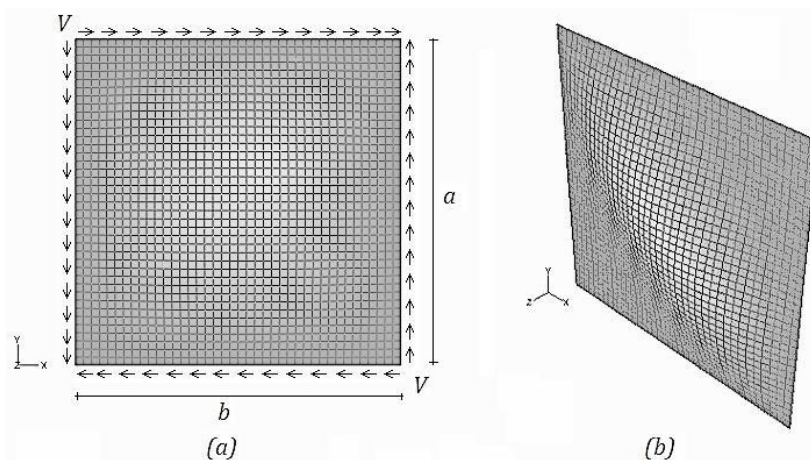


Fig.60. Modello analitico per la deformazione flessionale di un pannello in vetro monolitico appoggiato lungo i bordi, sottoposto a taglio nel piano. (a) geometria; (b) configurazione deformata.

L'equazione differenziale che ne descrive il comportamento è (Timoshenko 1989):

$$D \Delta^2 w = 2V \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \quad (116)$$

dove D e Δ sono state definite all'Eq.(106). Assumendo un'opportuna funzione di forma per lo spostamento fuori piano del pannello $w = w(x,y)$, dall'Eq.(116) è possibile esprimere il taglio critico dello stesso come:

$$V_{cr}^{(E)} = \frac{\pi^2 D}{b^2} k_\tau. \quad (117)$$

Il coefficiente di stabilità k_τ , espresso come funzione del fattore di forma α e delle condizioni di vincolo del pannello, nel caso di elementi semplicemente appoggiati lungo i bordi può essere calcolato come (Southwell e Skan 1924):

$$k_\tau = \begin{cases} 4.00 + \frac{5.34}{\alpha^2} & \alpha < 1 \\ 5.34 + \frac{4.00}{\alpha^2} & \alpha \geq 1 \end{cases}. \quad (118)$$

Ragionevolmente, il carico tagliante di progetto V_{Ed} dovrebbe sempre soddisfare la condizione:

$$V_{Ed} \leq V_{b,Rd} = \frac{V_{cr}^{(E)}}{\gamma_{M1}}, \quad (119)$$

con $V_{cr}^{(E)}$ dato dall'Eq.(117) e γ_{M1} un opportuno coefficiente di sicurezza (Wellershoff e Sedlacek 2005), per esempio, propongono $\gamma_{M1} = 1.40$).

3.5.2. Modelli analitici per pannelli in vetro stratificato

Simili considerazioni possono essere estesi anche all'analisi di pannelli in vetro stratificato sottoposti a taglio nel piano, con la dovuta attenzione. Come recentemente notato da Mocibob (2008), per esempio, Kuenzi ha proposto una formulazione analitica per pannelli sandwich isotropi, di forma rettangolare, semplicemente appoggiati o incastrati lungo i bordi, sottoposti a taglio nel piano (Kuenzi et al. 1975). In accordo con tale formulazione, si consideri quindi un pannello stratificato ($a \times b$), ottenuto per assemblaggio di due lastre di vetro monolitico (spessori t_1, t_2 ; E, G, ν) e di un intercalare in PVB (spessore t_{int} ; $E_{int}, G_{int}, \nu_{int}$), come proposto nella Fig.60.

Applicando al pannello la formulazione proposta da Kuenzi, l'equazione differenziale in grado di descriverne il comportamento in presenza di un'azione tagliante nel piano è:

$$\frac{D_i}{S_{int}} \Delta^3 w - \frac{D_{lam}}{D_0 + D_c} \Delta^2 w = 2V \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \left(\frac{\Delta w}{S_{int}} - \frac{1}{D_0 + D_c} \right), \quad (120)$$

dove:

$$D_i = \frac{E(t_1^3 + t_2^3)}{12(1-\nu^2)}$$

rappresenta la rigidezza flessionale di ciascuna lastra di vetro, valutata rispetto al proprio asse baricentrico;

$$D_0 = \frac{E(t_1 + t_2 + t_{int})d^2}{2(1-\nu^2)}$$

rappresenta la rigidezza flessionale di ciascuna lastra di vetro, valutata rispetto all'asse baricentrico della sezione totale;

$$d = \frac{t_1}{2} + \frac{t_2}{2} + t_{int}$$

è la distanza tra gli assi baricentrici di ciascuna lastra di vetro e l'asse baricentrico della sezione totale;

$$D_c = \frac{E_{int} t_{int}^3}{12(1-\nu_{int}^2)}$$

è la rigidezza flessionale dell'intercalare;

$$D_{lam} = D_i + D_0 + D_c$$

rappresenta la rigidezza flessionale del pannello stratificato;

$$S_{int} = \frac{G_{int} d^2}{t_{int}}$$

è la rigidezza a taglio dell'intercalare.

In queste particolari ipotesi, il carico critico $V_{cr,lam}^{(E)}$ può essere calcolato come:

$$V_{cr,lam}^{(E)} = \frac{\pi^2 D_{lam}}{b^2} k_{\tau,lam}, \quad (121)$$

dove il coefficiente $k_{\tau,lam}$ è definito da Kuenzi come funzione del fattore di forma α del pannello, della rigidezza a taglio S_{int} e delle condizioni di vincolo. Per un pannello appoggiato lungo i bordi, $k_{\tau,lam}$ è:

$$k_{\tau,lam} = \frac{\frac{16}{3} + \frac{4}{\alpha^2}}{1 + \frac{\pi^2 D_{lam}}{b^2 S_{int}} \left(\frac{13}{3} + \frac{3}{\alpha^2} \right)}. \quad (122)$$

Per valutare l'accuratezza di un simile approccio analitico, sono state eseguite in ABAQUS ulteriori analisi di *buckling*, utilizzando il modello *3D+shell* descritto in precedenza (Fig.54). Nel caso specifico, la compressione nel piano (carico lineare uniformemente distribuito) è stata sostituita con una serie di carichi nodali rappresentativi del taglio nel piano agente sul pannello. Variando G_{int} nell'intervallo $1\text{N/mm}^2 < G_{int} < 1000\text{N/mm}^2$ è quindi stato determinato il carico critico $V_{cr,lam}^{(E)}$ corrispondente per numerosi pannelli stratificati.

I risultati principali sono riportati nella Fig.61, per un pannello stratificato (8/1.52/8mm) di forma quadrata ($a= b= 1\text{m}$). Dalle analisi svolte è emerso che nonostante la formulazione analitica di Kuenzi costituisca un modello valido ed accurato per il calcolo del carico critico $V_{cr,lam}^{(E)}$ di pannelli stratificati "rigidi", non può essere applicato all'analisi dei pannelli in vetro stratificato, dal momento che è in grado di fornire valori di carico critico $V_{cr,lam}^{(E)}$ accurati sono se

tutti gli strati costituenti l'elemento sono sufficientemente rigidi. Al contrario, in presenza di strati "soffici", l'approccio di Kuenzi sottostima fortemente l'effettiva resistenza alla stabilità ($V_{cr,lam}^{(E)} \rightarrow 0$ per $G_{int} < 0.1 \text{ N/mm}^2$, Fig.61).

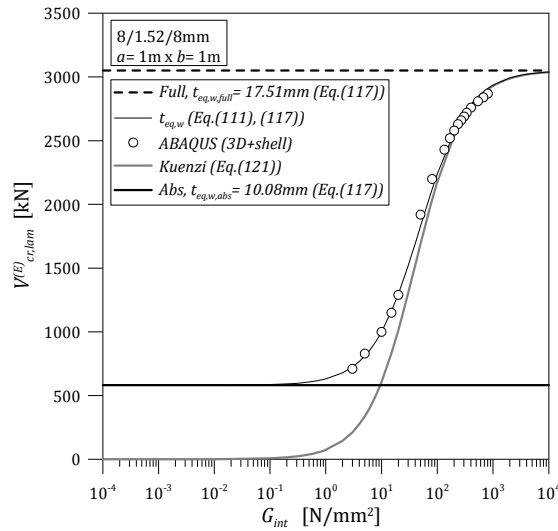


Fig.61. Carico critico $V_{cr,lam}^{(E)}$ per pannelli in vetro stratificato sottoposto a taglio nel piano. Confronti analitici e numerici.

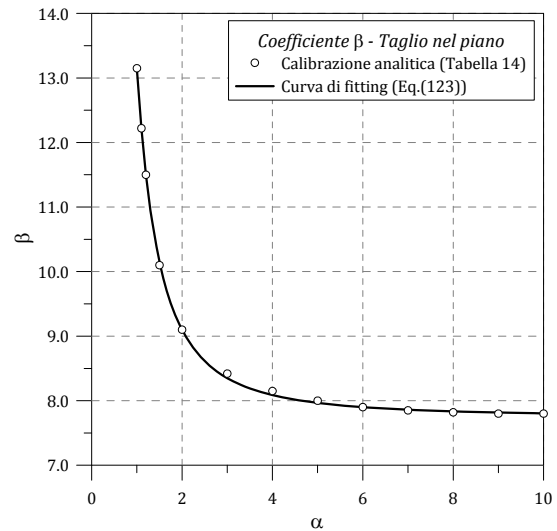


Fig.62. Coefficiente β per pannelli stratificati sottoposti a taglio nel piano. Calibrazione analitica (Tabella 14) e curva di fitting (Eq.(123)).

Al fine di estendere il modello a spessore equivalente proposto alla verifica dei pannelli in vetro stratificato sottoposti a taglio nel piano, sono stati eseguiti ulteriori confronti analitici tra i valori di carico critico $V_{cr,lam}^{(E)}$ di pannelli generici, prendendo in considerazione per gli stessi diversi parametri geometrici e meccanici (G_{int} , α , $t_1 = t_2$, t_{int}). Mediante un simile confronto, è infatti possibile calibrare analiticamente un opportuno coefficiente $\beta = \beta(\alpha)$ per il taglio nel piano. Come risultato, è emerso che il carico critico $V_{cr,lam}^{(E)}$ può essere calcolato mediante l'Eq.(117), assumendo un opportuno spessore equivalente $t_{eq,w}$ (Eq.(111)), e considerando nell'Eq.(110) un appropriato valore per il coefficiente $\beta = \beta(\alpha)$, la cui curva di fitting è (Tabella 14 e Fig.62):

$$\beta = \frac{5.40}{\alpha^2} + 7.75 \cdot \tag{123}$$

Tabella 14. Coefficiente $\beta = \beta(\alpha)$ per pannelli in vetro stratificato sottoposti a taglio nel piano.

m	$\alpha = a/b$				
	1	2	3	4	≥ 5
1	13.15	9.10	8.42	8.15	7.80

Come proposto nella Fig.61, è possibile osservare una buona corrispondenza tra risultati numerici e analitici. Inoltre, il carico critico $V_{cr,lam}^{(E)}$ così ottenuto per una specifica condizione di temperatura o di durata di applicazione del carico, è sempre compreso tra i noti valori limite $V_{cr,abs}^{(E)}$ e $V_{cr,full}^{(E)}$. La verifica di stabilità del pannello stratificato può quindi essere ragionevolmente eseguita con riferimento all'Eq.(119).

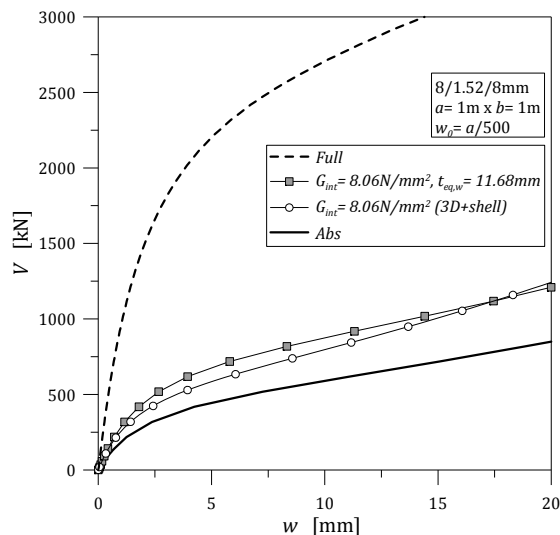


Fig.63. Relazione carico V -spostamento trasversale w . Risultati numerici (ABAQUS) per un pannello stratificato (8/1.52/8mm) appoggiato lungo i bordi e sottoposto a taglio nel piano (3D+shell, shell- t_{eq}).

Infine, sono state eseguite in ABAQUS alcune analisi statiche incrementali sul modello semplificato a spessore equivalente (shell- t_{eq}), al fine di validarne l'accuratezza. Le curve proposte nella Fig.63, per esempio, si riferiscono ad un pannello stratificato (8/1.52/8mm) di forma quadrata ($a = b = 1\text{m}$), appoggiato lungo i bordi. Anche in tale circostanza, nel descriverne numericamente la relazione carico V -spostamento trasversale w , è stata presa in considerazione un'imperfezione iniziale dell'elemento, proporzionale alla prima forma modale dello stesso, avente un'ampiezza massima pari a $w_0 = a/500$. Nella Fig.63 vengono quindi confrontate tre diverse curve ottenute dal modello numerico shell- t_{eq} , associate rispettivamente ai noti casi limite (abs, full) e ad una specifica condizione di temperatura ed applicazione del carico ($G_{int} = 8.06\text{N/mm}^2$, Tabella 3). Quest'ultima curva è inoltre confrontata con quella ottenuta, per la stessa condizione di carico, mediante il modello numerico più accurato (3D+shell).

Come illustrato, l'approccio a spessore equivalente rappresenta un valido criterio di verifica. Di conseguenza, la deformabilità di un pannello stratificato sottoposto a taglio nel piano può ancora essere verificata numericamente (Eq.(104)).

3.6. Metodo di verifica alternativo

Nei paragrafi precedenti sono state proposte alcune formulazioni analitiche utili per eseguire la verifica di stabilità di elementi in vetro strutturale (travi o pannelli) di varia tipologia (vetro monolitico, vetro stratificato, vetro-camera) in diverse condizioni di vincolo e di carico.

Come illustrato, si tratta di formulazioni che consentono di studiare in modo realistico ed accurato il comportamento di un dato elemento, permettendo al tempo stesso di prendere in considerazione eventuali imperfezioni geometriche, eccentricità, o carichi esterni agenti contemporaneamente all'azione principale di progetto.

Un approccio di verifica alternativo a quanto proposto può essere individuato in quanto attualmente proposto dagli Eurocodici per la verifica ed il dimensionamento delle strutture di tipo convenzionale (acciaio, c.a.).

A tale scopo, è utile introdurre un coefficiente di riduzione χ definito come:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}}, \quad (124)$$

con:

$$\Phi = 0.5 [1 + \alpha_{imp} (\bar{\lambda} - \alpha_0) + \bar{\lambda}^2], \quad (125)$$

dove $\bar{\lambda}$ è la snellezza normalizzata dell'elemento mentre α_{imp} e α_0 sono opportuni fattori d'imperfezione.

Travi compresse

La verifica di stabilità di una trave compressa si può considerare soddisfatta se è verificata la condizione:

$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd}, \quad (126)$$

con:

$$\begin{aligned} N_{Ed} & \text{ il carico assiale di progetto;} \\ N_{b,Rd} & \text{ il carico critico resistente di progetto dell'asta compressa, da calcolare come:} \\ & N_{b,Rd} = \chi A \sigma_{Rd}, \end{aligned} \quad (127)$$

essendo:

$$\begin{aligned} A & \text{ l'area della sezione trasversale dell'elemento;} \\ \sigma_{Rd} & \text{ la resistenza di progetto a trazione del vetro.} \end{aligned}$$

In tal caso, la snellezza normalizzata dell'asta è:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \sigma_{Rk}}{N_{cr}^{(E)}}}, \quad (128)$$

con $N_{cr}^{(E)}$ il carico critico euleriano (Eq.(4) per elementi in vetro monolitico o Eq.(28) per elementi in vetro stratificato) e σ_{Rk} la resistenza caratteristica a trazione. Ragionevolmente, il fattore α_{imp} può essere assunto rispettivamente pari a $\alpha_{imp} = 0.71$ per il vetro monolitico e stratificato, con $\alpha_0 = 0.60$. È infatti noto che il comportamento delle travi in vetro è tipicamente elasto-fragile, privo di risorse di resistenza oltre il limite elastico.

In tale contesto, nella Fig.64 si propone un confronto tra una curva di verifica tipo Eurocodice ($\alpha_{imp} = 0.71$, $\alpha_0 = 0.60$) ed alcuni dati sperimentali disponibili in letteratura per travi in vetro monolitico o stratificato compresse (Aiello et al. 2011; Luible 2004; Feldmann e Langosh 2010). Nella stessa figura vengono inoltre riportati alcuni risultati numerici, ottenuti in ABAQUS da una serie di analisi statiche incrementali su travi in vetro monolitico affette da un'imperfezione iniziale sinusoidale di ampiezza massima pari a $w_0 = L_0/400$ (Belis et al. 2011, con $e = 0$). Dai confronti proposti è possibile osservare che la limitazione introdotta dalla curva di verifica proposta ($\alpha_{imp} = 0.71$, $\alpha_0 = 0.60$) equivale ad assumere (per $\bar{\lambda} \geq 1.10$, Eq.(128)), un coefficiente di sicurezza nell'Eq.(10) pari a $\gamma_{M1} = 1.40$, ovvero $k = 120$ nell'Eq.(9).

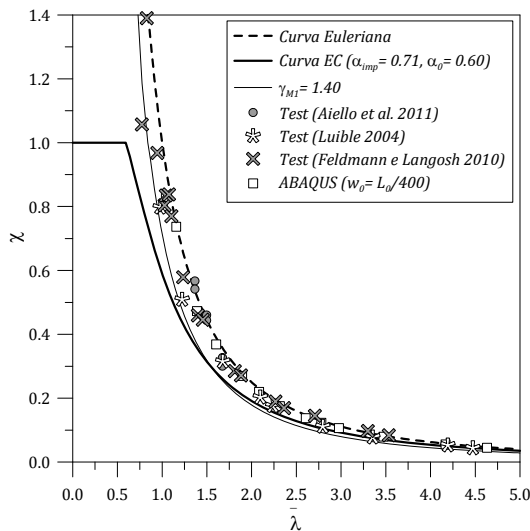


Fig.64. Curva di stabilità per la verifica di travi in vetro compresse ($e=0$). Confronto con risultati sperimentali (Aiello et al. 2011; Luible 2004; Feldmann e Langosh 2010) e numerici (ABAQUS).

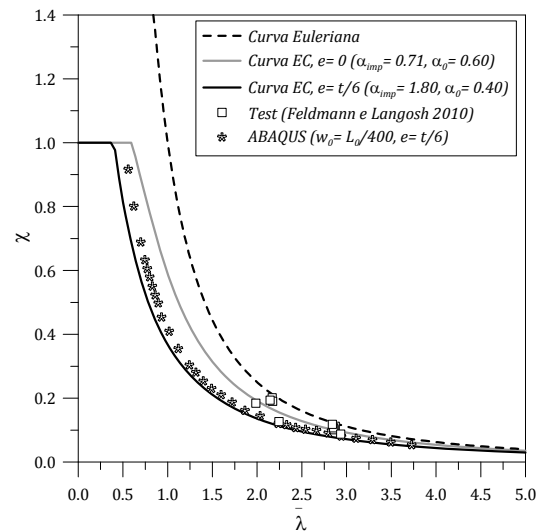


Fig.65. Curva di stabilità per la verifica di travi in vetro compresse ($e=t/6$). Confronto con risultati sperimentali (Feldmann e Langosh 2010) e numerici (ABAQUS).

Indubbiamente, la curva caratterizzata da $\alpha_{imp} = 0.71$ e $\alpha_0 = 0.60$ costituisce un valido strumento di verifica per travi compresse in cui non sia presente alcun tipo di eccentricità ($e=0$). Tuttavia, da alcune simulazioni numeriche è emerso che il comportamento flessionale di una trave compressa risente fortemente degli effetti di eventuali eccentricità, seppur di modesta

entità. Qualora si riscontri nell'elemento un'eccentricità e di ampiezza al massimo pari a $e = t/6$, in via semplificata la verifica di stabilità può essere condotta facendo riferimento alla curva proposta nella Fig.65 ($\alpha_{imp} = 1.80$, $\alpha_0 = 0.40$), ottenuta per calibrazione numerica (ABAQUS) dei fattori α_{imp} e α_0 ($w_0 = L_0/400$, $e = t/6$). Anche in tal caso, il confronto con alcuni dati sperimentali disponibili in letteratura per travi monolitiche compresse ($e \neq 0$, Feldmann e Langosh 2010) conferma la validità della curva di verifica proposta.

Travi inflesse

La verifica di stabilità flessio-torsionale di una trave inflessa si può considerare soddisfatta se è verificata la condizione:

$$M_{Ed} \leq M_{b,Rd} \quad (129)$$

con:

M_{Ed} il momento flettente di progetto;

$M_{b,Rd}$ il momento critico resistente di progetto dell'asta inflessa, da calcolare come:

$$M_{b,Rd} = \chi W_x \sigma_{Rd} \quad (130)$$

essendo:

W_x il modulo resistente elastico della sezione trasversale dell'elemento;

σ_{Rd} la resistenza di progetto a trazione del vetro.

La snellezza normalizzata dell'asta è invece definita come:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{W_x \sigma_{Rk}}{M_{cr}^{(E)}}} \quad (131)$$

con $M_{cr}^{(E)}$ il carico critico euleriano (Eq.(66) per elementi in vetro monolitico o Eq.(80) per elementi in vetro stratificato) e σ_{Rk} la resistenza caratteristica a trazione.

In tale circostanza, il fattore α_{imp} può essere assunto pari a $\alpha_{imp} = 0.26$ per il vetro monolitico e stratificato, con $\alpha_0 = 0.20$.

Nelle Fig.66-68 si propongono, a tale scopo, alcuni confronti tra risultati sperimentali e numerici ottenuti da Luible (2004) per travi in diverse condizioni di carico. Anche in tale circostanza, è possibile osservare che la limitazione introdotta dalla curva di verifica proposta ($\alpha_{imp} = 0.26$, $\alpha_0 = 0.20$) equivale ad assumere, per valori di snellezza normalizzata $\bar{\lambda} \geq 1.10$ (Eq.(132)), un coefficiente di sicurezza $\gamma_{M1} = 1.40$, ovvero $k = 120$ nell'Eq.(68).

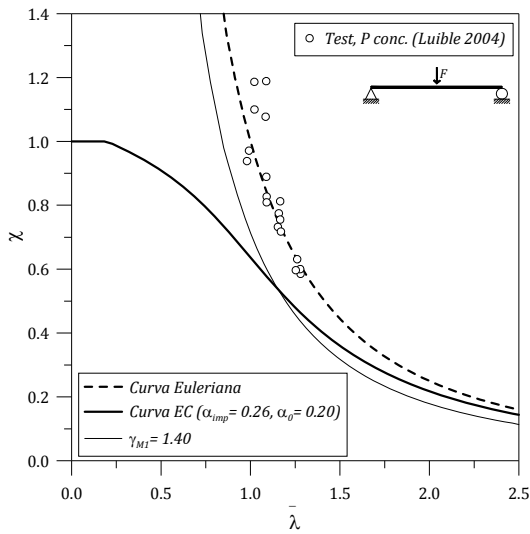


Fig.66. Curve di stabilità per la verifica di travi inflesse. Confronto con risultati sperimentali (Luible 2004). Carico F concentrato.

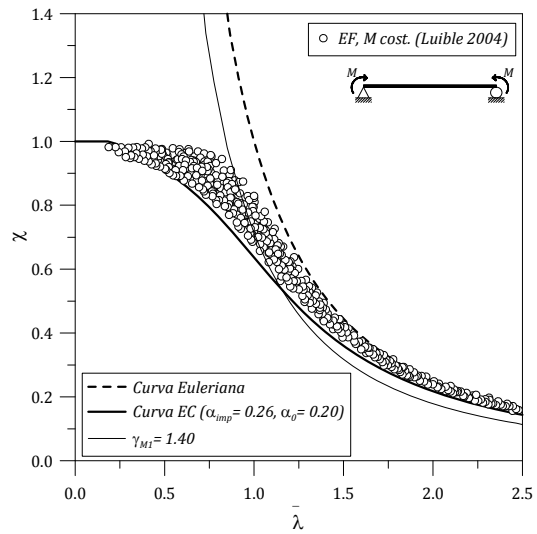


Fig.67. Curve di stabilità per la verifica di travi inflesse. Confronto con risultati numerici (Luible 2004). Momento M costante.

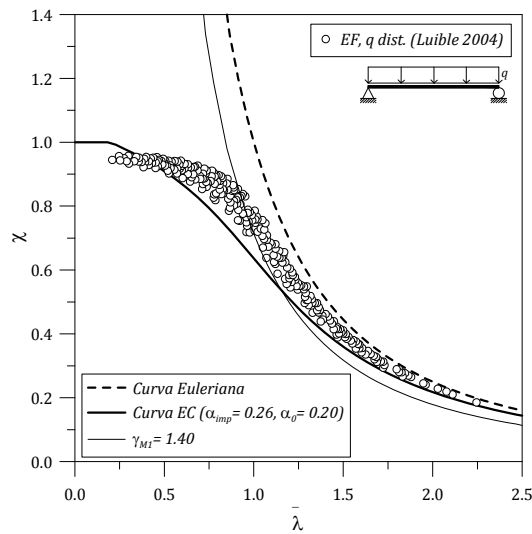


Fig.68. Curve di stabilità per la verifica di travi inflesse. Confronto con risultati numerici (Luible 2004). Carico q uniformemente distribuito.

Pannelli sottoposti a compressione nel piano

In accordo con quanto proposto per le travi compresse ed inflesse, la verifica di stabilità di un pannello sottoposto a compressione nel piano si può considerare soddisfatta se è verificata la condizione espressa dall'Eq.(126), assumendo $\alpha_{imp} = 0.49$ il fattore di imperfezione ed $\alpha_0 = 0.60$ (vetro monolitico e stratificato).

Nel caso specifico, il carico critico euleriano del pannello può essere calcolato mediante l'Eq.(101) per elementi in vetro monolitico o stratificato, assumendo, nel secondo caso, un opportuno valore di spessore equivalente $t_{eq,w}$ (Eq.(111)).

Con riferimento alle condizioni di verifica suggerite alle Eq.(104) e (105), ed ai coefficienti di sicurezza proposti da Englhardt (2007; $k=300$, $\gamma_{M1}=1.30$) è infatti possibile dimostrare che simili limitazioni sono tra loro coincidenti, e ben approssimate da una curva tipo Eurocodice proposta (Fig.69). Ricordando che in fase di verifica sarebbe opportuno considerare un'imperfezione iniziale di ampiezza massima pari a $w_0= a/1000$ (Englhardt 2007), anche i confronti sperimentali e numerici proposti nella Fig.70 confermano la validità della curva di verifica proposta ($\alpha_{imp}=0.49$, $\alpha_0=0.60$).

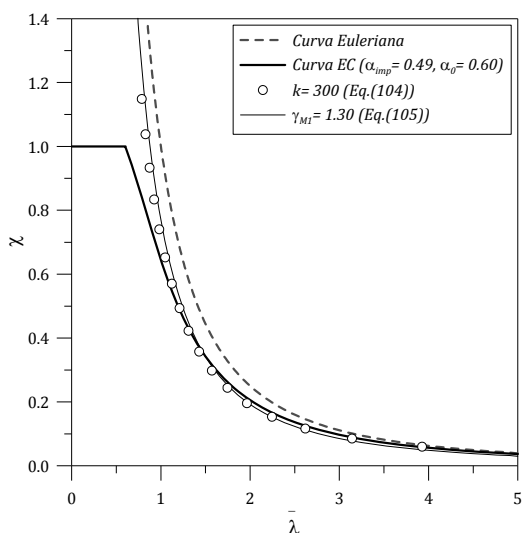


Fig.69. Curve di stabilità per la verifica di pannelli in vetro monolitico o stratificato compressi nel piano.

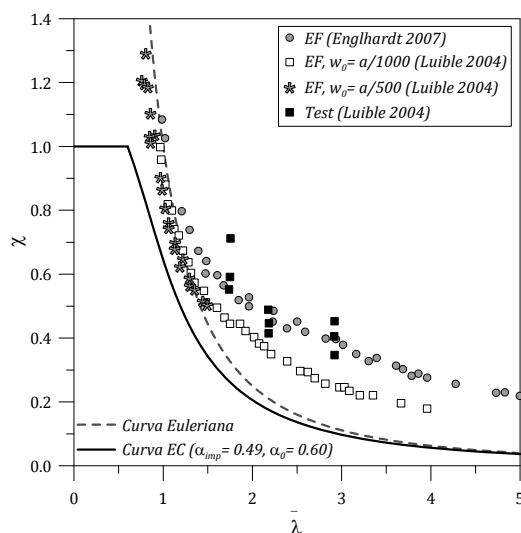


Fig.70. Curve di stabilità per la verifica di pannelli in vetro monolitico o stratificato compressi nel piano. Confronto con risultati numerici (Englhardt 2007; Luible 2004) e sperimentali (Luible 2004).

Pannelli sottoposti a taglio nel piano

In tale circostanza, il pannello può essere considerato verificato nei confronti della stabilità se è soddisfatta la condizione:

$$V_{Ed} \leq V_{b,Rd} \tag{132}$$

con:

V_{Ed} il taglio di progetto;

$V_{b,Rd}$ il taglio critico resistente di progetto del pannello, da calcolare come:

$$V_{b,Rd} = \chi A \tau_{Rd} \tag{133}$$

essendo:

- A l'area della sezione trasversale dell'elemento;
- τ_{Rd} la resistenza tangenziale di progetto del vetro, da assumere cautelativamente pari alla resistenza di progetto a trazione σ_{Rd} (Wellershoff e Sedlacek 2005).

La snellezza normalizzata del pannello è:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \tau_{Rk}}{V_{cr}^{(E)}}}, \tag{134}$$

con $V_{cr}^{(E)}$ il taglio critico euleriano (Eq.(117) per elementi in vetro monolitico o stratificato, valutando un opportuno spessore equivalente $t_{eq,w}$ (Eq.(111)) e $\tau_{Rk} = \sigma_{Rk}$ la resistenza tangenziale caratteristica. Ragionevolmente, il fattore α_{imp} può essere assunto pari a $\alpha_{imp} = 0.49$, con $\alpha_{imp} = 0.50$.

Ricordando che in fase di verifica sarebbe opportuno considerare un'imperfezione iniziale di ampiezza massima pari a $w_0 = a/1000$ (Mocibob 2008), i confronti numerici (ABAQUS) e sperimentali (Wellershoff e Sedlacek 2005) proposti nella Fig.71 dimostrano la validità della curva di verifica suggerita. Nella stessa figura, è possibile osservare che la limitazione introdotta mediante i coefficienti $\alpha_{imp} = 0.49$ e $\alpha_{imp} = 0.50$ equivale ad assumere nell'Eq.(119) un coefficiente di sicurezza pari a $\gamma_{M1} = 1.40$.

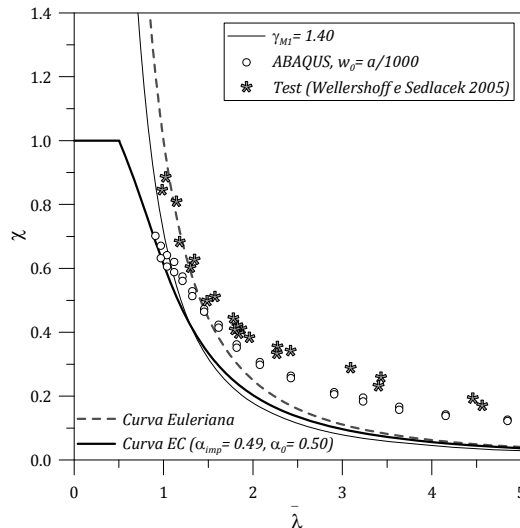


Fig.71. Curve di stabilità per la verifica di pannelli in vetro sottoposti a taglio nel piano. Confronto con risultati numerici (ABAQUS) e sperimentali (Wellershoff e Sedlacek 2005).

4. Comportamento di facciate sottoposte a carico da esplosione

4.1. Introduzione

Negli ultimi anni, i moderni edifici vengono sempre più spesso rivestiti mediante futuristiche superfici vetrate. Una simile soluzione tecnologica, generalmente associata ad aspetti puramente architettonici, costituisce attualmente un ambito di ricerca dell'ingegneria civile in continua evoluzione. Il vetro è infatti un materiale che garantisce un buon isolamento termico ed acustico, oltre a conferire trasparenza, luminosità, snellezza ed eleganza alla struttura. Negli ultimi anni, in molti si sono dedicati allo studio del comportamento di tali sistemi strutturali, esaminandone diversi aspetti (Gowda et al. 2010; Li e Li 2005). Feng et al. (2009), per esempio, hanno analizzato mediante test in scala e simulazioni numeriche il comportamento dinamico di una facciata in vetro-acciaio, sostenuta da una rete di cavi pretesi, sottoposta ad un evento sismico.

Recentemente, anche l'analisi degli effetti di possibili esplosioni sulla risposta di tali sistemi ha ricevuto l'attenzione di numerosi autori. Diversi studi sono stati dedicati all'analisi di semplici pannelli in vetro stratificato sottoposti a carico da esplosione (Dharani e Wei 2004; Wei e Dharani 2005; Wei et al. 2005; Zhao et al. 2008). Ulteriori analisi sono state dedicate al comportamento di sistemi in vetro-acciaio convenzionali (pannello in vetro supportato da un telaio in alluminio) in presenza di carichi da esplosione di medio/bassa intensità, calibrando i corrispondenti modelli numerici sulla base di prove sperimentali (Weggel et al. 2007; Weggel e Zapata 2008). Altri autori si sono invece dedicati alla corretta simulazione della risposta di pannelli in vetro sottoposti a carichi da esplosione (Larcher e Solomos 2010; Larcher et al. 2012), calibrando diversi modelli numerici sulla base di dati sperimentali disponibili in letteratura (Kranzer et al 2005; Larcher 2008). Morison (2007), infine, ha sviluppato un modello SDOF per l'analisi dinamica e la progettazione di elementi in vetro strutturale resistenti alle esplosioni.

In tale contesto, è bene ricordare che la progettazione di sistemi strutturali in vetro-acciaio sottoposti a carichi da esplosione (*blast resistant glazing systems*) rappresenta un settore dell'ingegneria civile di grande interesse per i progettisti, che si distingue in modo consistente dall'approccio progettuale ordinario (Corely et al. 1998; Norville e Conrath 2006; Smith e Rose 2002). Se nella normale progettazione di strutture sottoposte a carichi ordinari (peso proprio, vento,...) in genere ci si limita a salvaguardarne l'integrità, evitandone rotture premature o deformazioni permanenti e garantendone il comportamento in campo elastico, nella

progettazione a *blast* una simile filosofia di progetto comporterebbe sovradimensionamenti e costi molto elevati. Per tale motivo, in presenza di carichi da esplosione, si è quindi soliti accettare deformazioni plastiche o l'eventuale rottura di alcune componenti strutturali. Tutto ciò non deve prescindere dall'obiettivo primario di tale filosofia progettuale, ovvero dal minimizzare il numero di eventuali feriti e salvaguardare le vite umane. Allo stesso tempo, una struttura in vetro-acciaio sottoposta a carico da esplosione dovrebbe restare quanto più possibile integra, in modo da ridurre ulteriormente il numero di eventuali feriti e di preservare, per quanto possibile, la continuità delle attività che si svolgono all'interno dell'edificio. Per ottenere questi importanti obiettivi, la struttura portante, così come gli elementi di fissaggio e gli elementi di chiusura della facciata, dovrebbero essere sufficientemente resistenti da poter resistere all'esplosione.

Negli ultimi anni, l'impiego di dispositivi dissipativi nelle costruzioni e nelle infrastrutture ha subito un significativo incremento, principalmente nell'ambito della progettazione antisismica (Golafshani et al. 2006; Park et al. 1987; Sahoo e Rai 2010). In tale contesto, diverse tipologie di dispositivi sono state utilizzati per garantire alle strutture livelli soddisfacenti di comportamento dinamico in presenza di eventi sismici. Generalmente, si tratta di dispositivi in grado di assorbire e / o dissipare parte dell'energia d'ingresso associata all'evento sismico, permettendo in tal modo di ridurre in modo significativo l'energia che aggrava le componenti strutturali ed allo stesso tempo di preservare la struttura portante da seri danneggiamenti (Jara 2009; Jiang e Li 2010; Uang e Bertero 1990). In tale ottica, l'inserimento di appositi dispositivi nei sistemi strutturali tradizionali in vetro-acciaio potrebbe permettere di assorbire o dissipare parte dell'energia trasmessa loro dall'esplosione, migliorandone la risposta dinamica globale.

Nei paragrafi successivi vengono studiate due diverse tipologie di facciata in vetro-acciaio. La prima è una facciata continua, a lastre indipendenti, controventata con cavi pretesi monodirezionali, mentre la seconda costituisce una facciata tradizionale a pannelli (*curtain wall*), nella quale le lastre di vetro sono sostenute da montanti e traversi metallici e collegate a questi mediante giunti in silicone strutturale. Per entrambi i sistemi analizzati, vengono proposti accurati modelli numerici ad elementi finiti, calibrati su dati sperimentali disponibili in letteratura, in grado di evidenziarne le criticità in presenza di carichi da esplosione di forte, così come medio/bassa intensità, e di descriverne con precisione il comportamento dinamico in presenza di carichi impulsivi da *bomb blast*. Con tali modelli vengono eseguite analisi modali ed analisi dinamiche incrementali.

Successivamente vengono proposti, per ciascuna tipologia di facciata, opportuni dispositivi in grado di mitigare gli effetti di un'eventuale esplosione, migliorando la risposta globale del sistema in vetro-acciaio. Per la facciata a cavi pretesi, in particolare, vengono proposti tre diversi tipi di dispositivo. I primi due consistono rispettivamente in un giunto ad attrito ed in un giunto elastoplastico da inserire ad una delle estremità di ciascun cavo preteso. Come proposto nel seguito, si tratta di dispositivi che manifestano i propri benefici strutturali principalmente nei

cavi di controvento, i quali per effetto dell'esplosione sono sottoposti a notevoli forze assiali e potrebbero collassare prematuramente. D'altra parte, non si notano significative riduzioni di tensione nelle lastre di vetro. La terza tipologia di dispositivo studiata per la facciata a cavi pretesi consiste invece in una serie di dispositivi viscoelastici inseriti nei connettori a ragno convenzionali. Grazie alla deformabilità che questi dispositivi introducono nei classici connettori puntuali, è possibile osservare notevoli benefici strutturali nelle componenti della facciata, tanto nelle lastre di vetro, quanto nei cavi di controvento.

Per la facciata a pannelli, infine, si propone un dispositivo viscoelastico da inserire nei punti in cui i montanti metallici vengono fissati alla struttura retrostante (soletta in c.a.,...). Anche in tal caso, i dispositivi proposti sono in grado di mitigare fortemente gli effetti di un'eventuale esplosione, specialmente preservando i giunti in silicone strutturale da una rottura prematura. Per ciascuna tipologia di dispositivo analizzata, vengono proposte alcune formulazioni analitiche da poter utilizzare in un loro primo dimensionamento ed in una stima dei massimi effetti di un carico da esplosione.

4.2. Facciate in vetro-acciaio sostenute da cavi pretesi

La tipica facciata in vetro-acciaio sostenuta da cavi pretesi rientra nella tipologia di facciate definite come *facciate continue a lastre indipendenti*. Essa è infatti costituita da tre componenti fondamentali: i pannelli in vetro, i cavi pretesi di controvento e speciali connettori che collegano i pannelli ai cavi (Schlaich et al. 2005; Vyzantiadou e Avdelas 2004). Il collegamento tra i singoli pannelli è generalmente realizzato mediante silicone strutturale, in grado di garantire un'adeguata impermeabilizzazione della superficie vetrata e al tempo stesso l'adeguata deformabilità in presenza di dilatazioni termiche. Si tratta di una tipologia di facciate dotate di elevata deformabilità, in grado di riflettere l'onda d'urto associata ad un'eventuale esplosione senza incorrere in cedimenti strutturali significativi.



Fig.72. Esempi di facciate continue a lastre indipendenti.

Il ruolo principale dei cavi consiste nel sostenere le lastre di vetro e nel trasferire i carichi trasversali (vento,...) alla fondazione o ad altri sistemi strutturali. In tale modo, è possibile realizzare una superficie *continua* in vetro, nella quale l'utilizzo di un sistema di controvento a cavi consente di evitare l'utilizzo di ulteriori strutture di sostegno (come per esempio un telaio a montanti e trasversi). Indubbiamente, si tratta di una tipologia strutturale che nasce dalla richiesta architettonica di ottenere la massima trasparenza possibile e di ridurre al minimo la visibilità degli elementi di sostegno (Fig.72).

La realizzazione di un sistema composto vetro-acciaio nel quale i pannelli di vetro interagiscono con i cavi pretesi viene garantita da appositi connettori. I "ragni" (*spider devices*), per esempio, rappresentano una tipologia di connettore puntuale largamente utilizzata in simili facciate. Il tipico ragno è costituito da una crociera a 4 fori, in acciaio inossidabile, collegata ai pannelli in vetro mediante apposite *rotules* fissate in corrispondenza dei vertici. Ciascuna crociera è invece collegata al cavo retrostante mediante una barra di supporto, in acciaio inossidabile. I ragni assolvono ad una duplice funzione: essi riprendono i carichi verticali (peso proprio dei pannelli) e trasferiscono ai cavi pretesi gli eventuali carichi orizzontali ortogonali al piano della superficie vetrata (vento,...). Ciò è reso possibile proprio dagli appositi connettori metallici utilizzati per collegare le lastre di vetro alle crociere. Essi permettono infatti ai pannelli in vetro di ruotare, evitando possibili concentrazioni di sforzo nella zona dei fori. Al tempo stesso, essi rendono ciascun pannello in vetro un elemento *indipendente* della facciata, in quanto l'eventuale rottura di un pannello ha conseguenze minime sui pannelli adiacenti. Dal momento che le lastre utilizzate in simili applicazioni hanno generalmente dimensioni elevate (tipicamente 1.55m x 3.00m), per preservarne l'integrità si ricorre ad ulteriori supporti puntuali, in corrispondenza della mezzeria dei lati di dimensione maggiore (ragni a 2 fori). In tal modo, il singolo pannello è sostenuto in 6 punti (Fig.73).

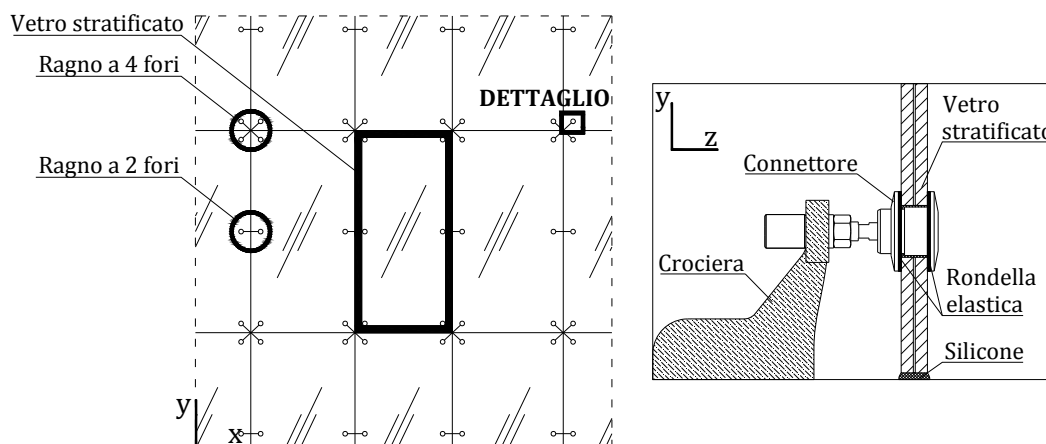


Fig.73. Facciata a cavi pretesi sostenuta da connettori puntuali (schema) e dettaglio di un connettore (sezione).

4.2.1. Caso studio

La facciata oggetto di studio ha un'altezza totale $L = 9.00\text{m}$ ed è realizzata mediante pannelli in vetro stratificato aventi dimensioni $b = 1.55\text{m} \times h = 3.00\text{m}$, ottenuti per assemblaggio di due lastre in vetro temprato (*fully-tempered*, $t_1 = t_2 = 10\text{mm}$) ed un intercalare in PVB ($t_{int} = 4.52\text{mm}$). La larghezza della facciata è invece considerata, per semplicità, sufficientemente elevata da poterne trascurare i vincoli laterali ($B \gg L$). Essa è infatti costituita da una serie di moduli accostati tra loro, costituiti ciascuno da una coppia di cavi pretesi, una serie di connettori e tre lastre in vetro stratificate (Fig.74). I cavi pretesi (funi spiroidali in acciaio armonico), aventi diametro $\phi = 36\text{mm}$ (rigidezza assiale $k_{cavo} \cong 11300\text{kN/m}$), sono sottoposti ad una precompressione iniziale $H_0 = 300\text{kN}$. Per garantire un adeguato sostegno della facciata, essi sono disposti ad una distanza $d_c = 65\text{mm}$ dalla superficie vetrata, con interasse $i_x = 1.55\text{m}$. Ciascuna lastra di vetro, infine, è sostenuta da sei connettori a ragno, collocati in corrispondenza dei vertici (ragni a 4 fori) e della mezzeria dei lati di dimensione maggiore (ragni a 2 fori), (Fig.74).

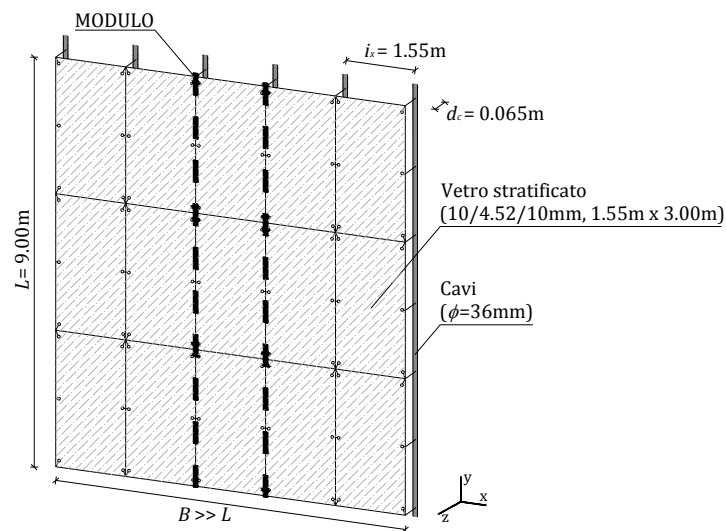


Fig.74. Vista assonometrica della facciata sostenuta da cavi pretesi.

4.2.2. Carico da esplosione (*air blast loading*)

Un evento esplosivo è caratterizzato da un rilascio di energia estremamente rapido. Questa energia si propaga, generalmente in un intervallo di pochi millesimi di secondo, sotto forma di luce, calore, rumore e pressione (*shock wave*). Da un punto di vista strutturale, l'onda di pressione generata da un'esplosione rappresenta uno degli aspetti di maggiore interesse nello studio dei danni indotti nelle costruzioni.

Nel caso in esame, con riferimento al documento GSA-General Service Administration (GSA-TS01-2003), per descrivere l'onda di pressione associata ad un'esplosione di forte intensità (Livello D-GSA) si è fatto uso di un apposito programma di calcolo disponibile gratuitamente. Il programma, per una data quantità di esplosivo (*equivalent mass of TNT*), distanza di detonazione (*stand-off distance*) ed altezza della detonazione rispetto al terreno, è in grado di descrivere le caratteristiche del carico da esplosione e di fornire la corrispondente funzione di pressione variabile nel tempo (*air blast wave*). In particolare, il programma definisce per la *blast wave* la *fase positiva* e la *fase negativa*. La fase positiva di pressione è calcolata mediante l'equazione esponenziale proposta da Friedlander (Bulson 1997):

$$p(t) = p_0 \left(1 - \frac{t}{t_d^+} \right) e^{-k_p \frac{t}{t_d^+}}, \quad 0 \leq t \leq t_d^+, \quad (135)$$

dove l'Eq.(135) rappresenta la curva di fitting per l'onda di pressione tra l'istante iniziale di massima sovrapressione p_0 e l'istante t_d^+ . Il picco di sovrapressione p_0 viene calcolato in accordo con le TM 5-1300, mentre il coefficiente di forma k_p , rappresentativo della velocità di decadimento del picco di sovrapressione, viene calcolato dal programma in modo automatico. Infine, la fase negativa della *blast wave* viene approssimata mediante una forma triangolare, come proposto dalle TM 5-1300.

Con riferimento ad un'esplosione di Livello D-GSA, la curva di pressione è caratterizzata da un picco massimo $p_r = 68.9 \text{ kPa}$ e da una durata totale di circa 0.12s (Fig.75). La fase positiva, della durata di 0.025s, ha un andamento pressoché lineare.

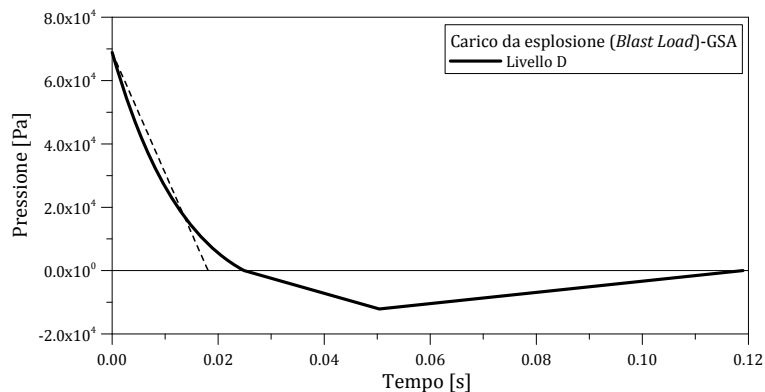


Fig.75. Andamento della pressione nel tempo per un'esplosione di Livello D-GSA.

Nella progettazione delle facciate in vetro-acciaio resistenti alle esplosioni sarebbe buona norma analizzare gli effetti dell'intero impulso associato all'esplosione considerata. La fase negativa di pressione, può infatti provocare nella struttura effetti superiori rispetto alla sola fase positiva (Dharani e Wei 2004).

Tuttavia, nel caso specifico, si è deciso di considerare la sola fase positiva del carico da esplosione, in quanto più gravoso nei confronti dei cavi di controvento, come illustrato nei paragrafi successivi.

4.2.3. Modello EF della facciata a cavi pretesi

Spesso, l'introduzione di opportune semplificazioni geometriche può essere utile nel ridurre la complessità computazionale di sofisticate analisi dinamiche non lineari. Nel caso specifico, dal momento che la facciata oggetto di studio è ipotizzata sufficientemente estesa ($B \gg L$) da poterne trascurare i vincoli laterali, è possibile considerarne un singolo modulo (1.55m x 9.00m), costituito da una coppia di cavi pretesi, una serie di connettori a ragno e tre lastre di vetro stratificato (Fig.74), e studiarne il comportamento dinamico per effetto di un carico da esplosione di forte intensità. A tale scopo, è stato quindi realizzato un primo modello ad elementi finiti della facciata (M01) mediante il codice di calcolo non lineare ABAQUS. Il modello M01 descrive in modo accurato la geometria effettiva di un singolo modulo ed è in grado di evidenziarne in modo accurato le criticità a seguito di un'esplosione. Successivamente, per ridurre ulteriormente l'onere computazionale pur mantenendo l'accuratezza dei risultati del modello M01, viene presentato per lo stesso modulo di facciata un secondo modello ad elementi finiti (M02), più semplice rispetto al modello M01 ma sufficientemente accurato.

4.2.3.1. Modello accurato (M01)

I pannelli in vetro stratificato sono stati modellati mediante elementi *shell* multistrato a 4 nodi (S4R, *composite shell*), prendendo in considerazione lo spessore effettivo delle lastre di vetro e dell'intercalare in PVB (*mesh* 200mm x 200mm). In sistemi strutturali simili, la rottura dei pannelli in vetro dovrebbe essere evitata per preservare l'integrità della facciata. Di conseguenza, il vetro è stato descritto come materiale isotropo, elastico lineare. Per quanto riguarda invece l'intercalare in PVB, il suo comportamento è stato descritto mediante una curva caratteristica elastoplastica (tensione di snervamento $\sigma_{y,PVB} = 8MPa$ ed allungamento a rottura del 300%). È infatti noto che in presenza di carichi impulsivi questo materiale termoplastico abbia un comportamento elastoplastico (Larcher e Solomos 2010). Le proprietà meccaniche dei materiali utilizzati nella modellazione della facciata sono riportate nella Tabella 15.

Gli spostamenti trasversali dei pannelli in vetro (direzione x) sono stati opportunamente vincolati, in modo tale che a seguito dell'esplosione la facciata potesse oscillare solo nella direzione z . Allo stesso tempo, è stata trascurata la presenza del silicone strutturale tra le lastre di vetro, dal momento che la sua rigidità è trascurabile (Weggel e Zapata 2008). Ciascun cavo

preteso è stato modellato mediante elementi *truss* (T3D2), aventi ciascuno una sezione trasversale pari alla metà di quella nominale.

Tabella 15. Proprietà meccaniche dei materiali.

	Modulo di Young E [N/m ²]	Coefficiente di Poisson ν [-]	Densità [Kg/m ³]	Comportamento [-]
Vetro	7×10^{10}	0.23	2490	Elastico lineare
PVB	5×10^8	0.50	660	Elastoplastico
Acciaio armonico (cavi)	1.3×10^{11}	0.32	7300	Elastico lineare
Acciaio inossidabile (ragni)	2.1×10^{11}	0.32	7300	Elastico lineare

I cavi così modellati sono quindi stati incernierati all'estremità superiore, mentre la pretensione iniziale ($H_0 = 300\text{kN}$) è stata applicata loro sottoforma di spostamento imposto alla base. Per descrivere correttamente il comportamento dinamico del sistema analizzato, sono inoltre stati bloccati tutti i gradi di libertà dei cavi lungo l'altezza della facciata, ad eccezione della traslazione in direzione z (U_z) e della rotazione R_x .

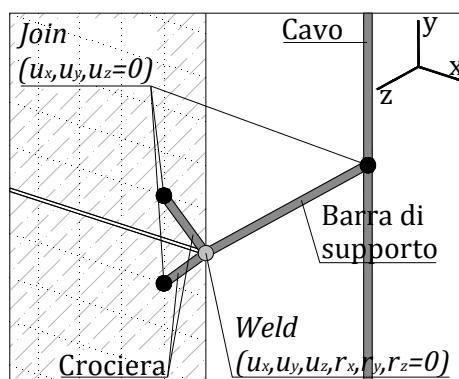


Fig.76. Modellazione di un ragno a 4 fori, dettaglio (M01).

Infine, la singola metà di connettore è stata modellata mediante tre aste (B31) connesse rigidamente tra loro (*weld connector*, $u_x = u_y = u_z = 0$ e $r_x = r_y = r_z = 0$), rappresentative della geometria e del comportamento meccanico effettivi del connettore. Ulteriori cerniere (*join*, $u_x = u_y = u_z = 0$) sono quindi state introdotte in corrispondenza dei nodi ragno-cavo e ragno-vetro per consentire alle lastre di vetro di interagire con i cavi pretesi (Fig.76).

Infine, anche l'effetto dello smorzamento è stato preso in considerazione. Un coefficiente di smorzamento totale $\xi_{TOT} = 2.9\%$, rappresentativo dello smorzamento strutturale, aeroelastico, e del PVB, è stato inserito nel modello M01 sottoforma di smorzamento alla Rayleigh. Come illustrato nei paragrafi successivi, si tratta di un termine di smorzamento del tutto trascurabile, in quanto non ha alcun effetto nella risposta dinamica del sistema strutturale analizzato.

4.2.3.2. Modello semplificato (M02)

Il modello M02 deriva dal modello M01, di cui costituisce una semplificazione (Fig.77). Esso consiste infatti in un singolo cavo preteso ($\phi= 36\text{mm}$). Come nel caso del modello M01, la pretensione iniziale H_0 è applicata al cavo sottoforma di spostamento imposto alla base. Restano inoltre inalterate le condizioni di vincolo già illustrate per il modello M01. Nel caso specifico, le lastre in vetro stratificato sono state descritte in via semplificativa mediante una serie di masse concentrate m_i disposte lungo l'altezza della facciata. Indubbiamente, la limitazione del modello M02 consiste proprio nell'impossibilità di valutare l'effetto di un'eventuale esplosione nelle lastre di vetro; tuttavia, il comportamento dinamico del sistema può essere descritto in modo accurato.

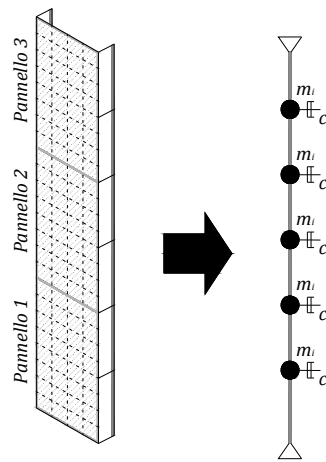


Fig.77. Modelli M01 ed M02.

Lo smorzamento totale ($\xi_{TOT} = 2.9\%$), in tal caso, è stato descritto mediante dissipatori viscosi puntuali unidirezionali (*dashpot*) applicati a ciascuna massa concentrata m_i . Il singolo coefficiente di smorzamento c_i , a tale scopo, è stato stimato mediante una procedura semplificata come:

$$c_i = 2\xi_{TOT} m_i \omega_i^{M02}, \quad (136)$$

con ω_i^{M02} la frequenza fondamentale numerica del modello M02 (determinata da un'analisi modale preliminare). Come proposto nei paragrafi successivi, un simile approccio permette di prendere in considerazione lo smorzamento del sistema strutturale analizzato in modo sufficientemente accurato.

4.2.3.3. Analisi numeriche preliminari (modelli M01 e M02)

Al fine di analizzare il comportamento dinamico del sistema strutturale oggetto di studio, sono state inizialmente eseguite alcune analisi preliminari su entrambi i modelli M01 ed M02. Generalmente, una facciata sostenuta da cavi pretesi sottoposta a carichi da esplosione ha un comportamento non lineare e la prima forma modale rappresenta la sua configurazione deformata predominante. Per questo motivo, è stata eseguita un'analisi modale preliminare su entrambi i modelli, prendendo in considerazione solo la pretensione iniziale dei cavi ($H_0 = 300\text{kN}$). Come proposto nella Fig.78, il confronto tra le prime forme modali dei due modelli è soddisfacente. Il periodo fondamentale di vibrazione risulta inoltre $T_0^{M01} = 0.26\text{s}$ per il modello M01 e $T_0^{M02} = 0.27\text{s}$ per il modello M02.

Successivamente, sono state eseguite ulteriori analisi dinamiche incrementali su entrambi i modelli. Mediante tali analisi, della durata totale di 1.1s, si sono analizzati gli effetti sulla facciata di un'esplosione di Livello D. I primi istanti di tali analisi ($0 < t < 0.10\text{s}$) sono stati utilizzati per applicare la sola pretensione iniziale ai cavi, sottoforma di spostamento imposto alla base degli stessi, mentre negli istanti successivi ($0.10 < t < 1.10\text{s}$) è stato applicato ai due modelli anche il carico da esplosione. Nel primo caso (M01), l'esplosione è stata descritta come un carico impulsivo, uniformemente distribuito $q_{z,blast}$ rappresentativo della sola fase positiva di un carico di esplosione di forte intensità (Livello D-GSA, Fig.75). Analogamente, nel modello M02 l'esplosione è stata descritta in termini di carichi nodali orizzontali $F_{z,i}$ applicati a ciascuna delle masse concentrate m_i in modo tale da riprodurre in modo accurato gli effetti dello stesso carico impulsivo (Fig.79). Al fine di evitare instabilità locali in fase di analisi, l'incremento massimo è stato fissato pari a 0.00001s. Ad analisi ultimata, l'incremento medio utilizzato è risultato pari a 0.000003s. Il vantaggio delle procedure esplicite consiste infatti nell'utilizzo di incrementi piuttosto ridotti. In tal modo, la soluzione procede rapidamente, senza compiere iterazioni. Al tempo stesso, la soluzione ottenuta è stabile.



Fig.78. Primo modo di vibrare (ABAQUS).
(a) modello M01; (b) modello M02.

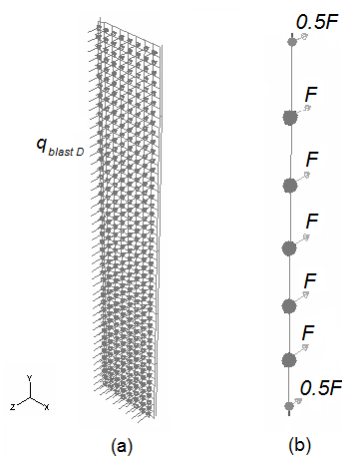


Fig.79. Schema di carico (ABAQUS).
(a) modello M01; (b) modello M02.

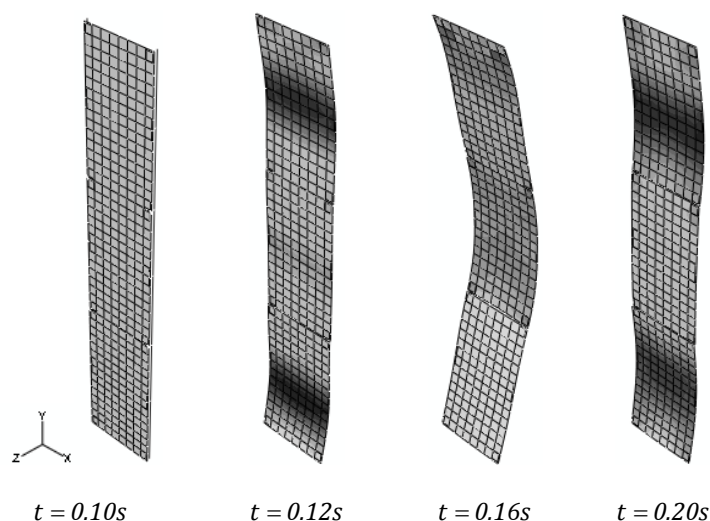


Fig.80. Risposta dinamica del modello M01 sottoposto ad un carico da esplosione di Livello D-GSA (ABAQUS).

Inizialmente, per descrivere con precisione il comportamento dinamico della facciata, sono stati presi in considerazione anche i carichi gravitazionali della stessa. Tuttavia, dal momento che il carico da esplosione analizzato rappresenta un evento eccezionale di estrema intensità, si è potuto osservare che i carichi gravitazionali non comportano alcun aggravio di sollecitazione nelle lastre di vetro o nei cavi pretesi, pertanto possono essere trascurati.

Il tipico comportamento dinamico della facciata oggetto di studio sottoposta ad un'esplosione di Livello D è proposto nella Fig.80. In essa, vengono illustrate alcune configurazioni deformate registrate negli istanti immediatamente successivi all'esplosione. Da tali immagini, ottenute dall'analisi dinamica non lineare del modello M01, emerge l'elevata deformabilità del sistema. È inoltre possibile osservare che l'evento esplosivo manifesta i massimi effetti sulla struttura in pochi millesimi di secondo.

Nelle Fig.81-82 si propone invece un confronto tra i principali risultati numerici ottenuti dall'analisi dei modelli M01 e M02. Nella Fig.81, in particolare, vengono riportati gli spostamenti massimi dei cavi per effetto dell'esplosione. Indubbiamente, il confronto proposto permette di affermare che il modello M02 è in grado di descrivere con sufficiente accuratezza il comportamento dinamico non lineare del sistema studiato. Dalla stessa figura è possibile osservare che, per effetto di un'esplosione di Livello D, la massima inflessione della facciata risulta essere pari a circa 1/20 dell'altezza ($u_{cavo,max}^{M01} = 0.43m$ e $u_{cavo,max}^{M02} = 0.44m$, $t = 0.16s$). Evidentemente, si tratta di deformazioni notevoli, ben superiori ai limiti massimi convenzionalmente utilizzati per la verifica in esercizio delle strutture ordinarie (1/250). Un simile sistema, controventato con cavi pretesi monodirezionali, rappresenta infatti un sistema strutturale molto deformabile. Tuttavia, è opportuno ricordare che un'esplosione di forte intensità rappresenta un evento eccezionale nella vita utile delle costruzioni, pertanto un certo

danneggiamento strutturale, così come la necessità di eventuali sostituzioni o riparazioni, dovrebbero sempre essere preventivati. Da alcune analisi preliminari eseguite sullo stesso sistema è inoltre emerso che la massima inflessione dei cavi in presenza di carichi da vento ordinari ($q_{vento} = 0.75kN/m^2$) è pari a 0.037m ($\cong 1/250$ dell'altezza della facciata).

Le corrispondenti forze assiali di trazione nei cavi sono proposte nella Fig.82 ($H_{cavo,max}^{M01} = 858kN$ e $H_{cavo,max}^{M02} = 860kN$). Dal momento che la resistenza caratteristica ultima dei cavi utilizzati è $H_{cavo,Rk} = 1150kN$, in presenza di carichi impulsivi eccezionali sarebbe opportuno evitare il raggiungimento di sforzi assiali eccessivi. I cavi pretesi in acciaio armonico hanno infatti un tipico comportamento elasto-fragile e la loro rottura provocherebbe il collasso dell'intero sistema strutturale. Ragionevolmente, le massime forze assiali dovrebbero essere limitate a $H_{cavo,Rd} \cong 0.7H_{cavo,Rk} = 800kN$.

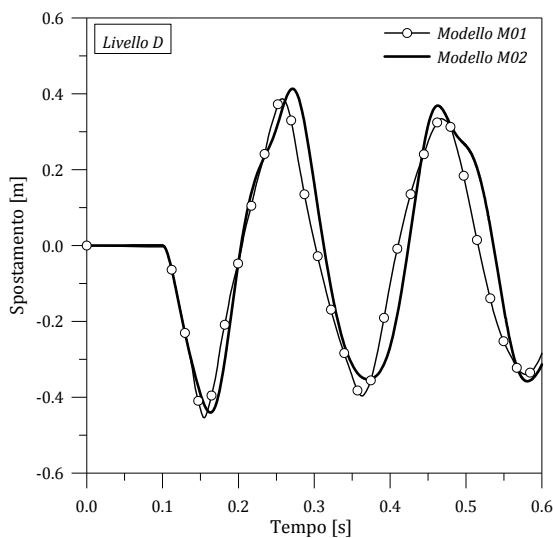


Fig.81. Spostamento massimo del cavo, in funzione del tempo (ABAQUS).

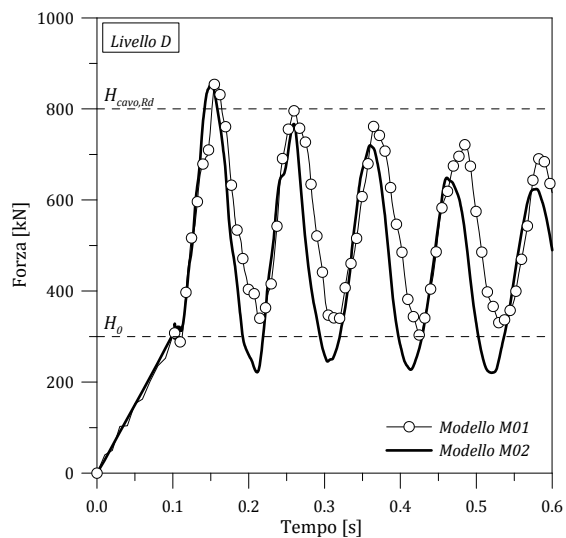


Fig.82. Forza assiale massima nel cavo, in funzione del tempo (ABAQUS).

Le Fig.83-85 illustrano invece l'andamento delle massime tensioni di trazione nelle lastre di vetro. Le curve, riferite al pannello centrale del modello M01 (pannello 2, Fig.77), rappresentano l'andamento delle tensioni di trazione in tre diversi punti di monitoraggio (L_1 : centro del pannello; L_2 : supporto puntuale laterale; L_3 : supporto puntuale in prossimità di uno dei vertici), ed il loro inviluppo massimo. Dal momento che il pannello centrale è quello che subisce la maggiore inflessione, è infatti maggiormente gravato dall'esplosione.

È interessante notare, in tale contesto, che in simili facciate il carico da esplosione agisce come un carico mobile sulla superficie vetrata, di conseguenza le massime tensioni di trazione non vengono sempre raggiunte al centro del pannello. Inoltre, la loro distribuzione si modifica in pochi millesimi di secondo.

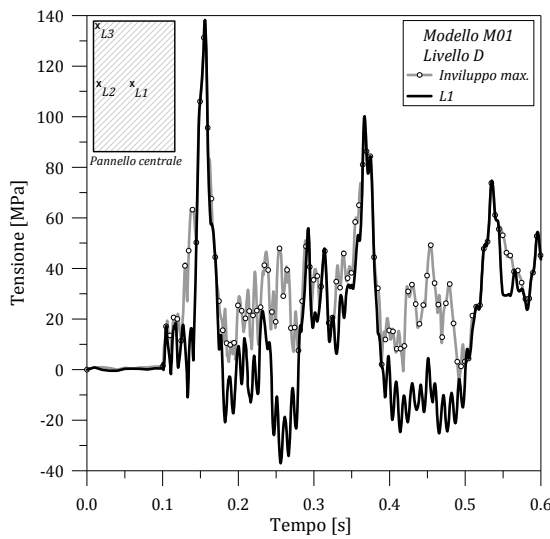


Fig.83. Tensione massima di trazione nel vetro, in funzione del tempo (ABAQUS). L₁ e inviluppo massimo.

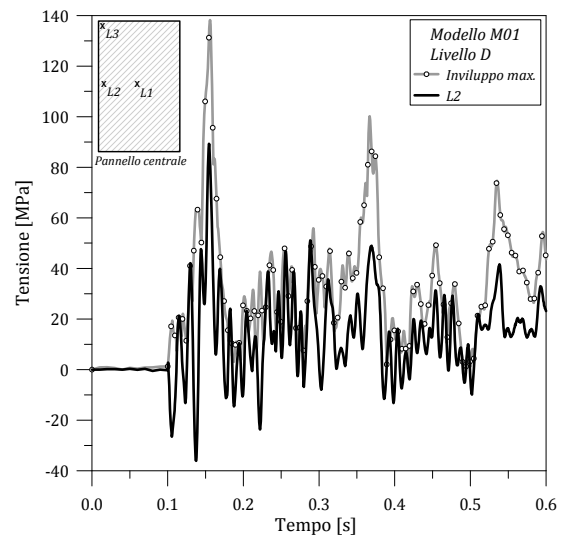


Fig.84. Tensione massima di trazione nel vetro, in funzione del tempo (ABAQUS). L₂ e inviluppo massimo.

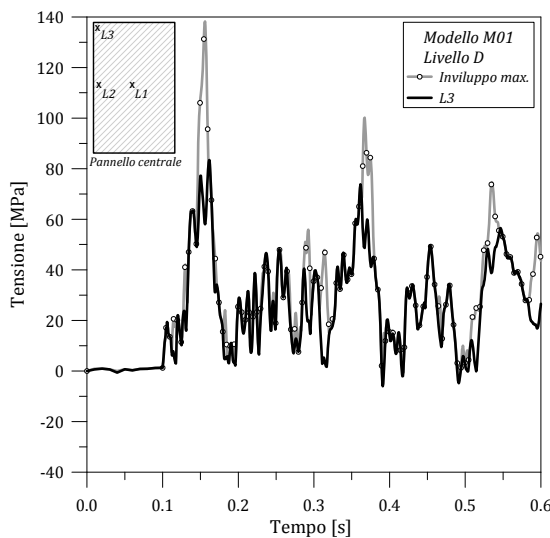


Fig.85. Tensione massima di trazione nel vetro, in funzione del tempo (ABAQUS). L₃ e inviluppo massimo.

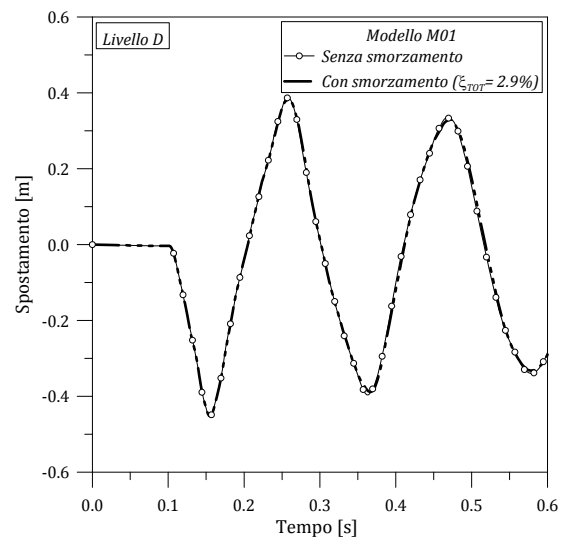


Fig.86. Spostamento massimo del cavo, in funzione del tempo (ABAQUS). Effetto dello smorzamento.

Come proposto nelle Fig.83-85, per esempio, la massima tensione di trazione $\sigma_{vetro,max}^{M01} = 138MPa$ viene raggiunta al centro del pannello all'istante $t = 0.16s$, ovvero nel momento in cui la facciata raggiunge la sua massima configurazione deformata. Ulteriori picchi di tensione possono essere osservati al centro del pannello (L_1) anche negli istanti successivi, sebbene la loro intensità sia significativamente ridotta ($\sigma_{vetro}^{M01} = 99MPa$ a $t = 0.36s$ e $\sigma_{vetro}^{M01} = 75MPa$ a $t = 0.54s$). Nell'intervallo compreso tra questi picchi successivi di tensione, ulteriori concentrazioni di sforzo possono essere osservati sia in prossimità dei connettori laterali (L_2 , Fig. 84) che in prossimità dei vertici del pannello (L_3 , Fig.85). Indubbiamente, si tratta di tensioni massime di minore intensità

($\sigma_{\text{vetro}}^{M01} = 45\text{MPa}$), che dovrebbero essere comunque analizzate con attenzione, specialmente in prossimità dei fori.

Bernard e Daudeville (2009), per esempio, hanno recentemente analizzato in modo approfondito gli effetti di diversi fattori sulla resistenza di pannelli in vetro temperato con connettori bullonati, come per esempio il contatto tra il vetro ed il connettore o la tempra termica. In particolare, essi hanno dimostrato che il processo di tempra non solo ne aumenta la resistenza, ma ne migliora il comportamento nei confronti della fessurazione. Carré e Daudeville (1999), analogamente, hanno stimato la resistenza di pannelli in vetro temperato di grandi dimensioni, prendendo in considerazione gli effetti di eventuali tensioni residue a seguito del trattamento termico, ed ottenendo un valore di resistenza pari a 129MPa.

In tale contesto, è necessario precisare che, dal momento che i carichi da esplosione di forte intensità rappresentano un evento raro nella vita utile delle costruzioni, si è soliti assumere quale resistenza di progetto del vetro il valore associato al 10% di probabilità di rottura (Morison 2007). Per tale motivo, diversi codici normativi propongono per il vetro temperato un valore di resistenza a trazione pari a $\sigma_{\text{vetro,Rd}} = 180\text{MPa}$ (HAZL 2004; HOSDB 1997). Di conseguenza, è possibile affermare che nell'esempio analizzato un'esplosione di Livello D non provoca la rottura delle lastre di vetro.

La Fig.86, infine, illustra i massimi spostamenti della facciata in presenza di smorzamento ($\xi_{TOT} = 2.9\%$) o meno. Come già anticipato, appare evidente che lo smorzamento non ha alcun effetto nell'esempio analizzato.

4.2.3.3.1. Effetti della fase negativa dell'onda di pressione

Ragionevolmente, nell'eseguire un'analisi dinamica incrementale accurata del sistema indagato, si dovrebbe riprodurre nel modo più fedele possibile l'onda di pressione associata al carico di pressione di progetto, ovvero si dovrebbe prendere in considerazione l'intero impulso associato all'*air blast wave* di progetto (Fig.75).

In realtà, da alcune analisi dinamiche eseguite sul modello M01 della facciata, è emerso che per effetto dell'elevata deformabilità che contraddistingue simili sistemi sostenuti da cavi pretesi, la sola fase positiva dell'onda di pressione associata ad un carico di Livello D risulta essere più gravosa rispetto all'impulso totale. In particolare, le maggiori differenze si notano confrontando le massime forze assiali raggiunte nei cavi (Fig.88), che risultano nettamente inferiori nel caso si consideri la sola fase negativa del carico. Di conseguenza, i massimi spostamenti aumentano (Fig.87), mentre le massime tensioni nelle lastre di vetro (Fig.89, L_1) rimangono pressoché inalterate. A favore di sicurezza, si può quindi ritenere opportuno considerare la sola fase positiva del carico.

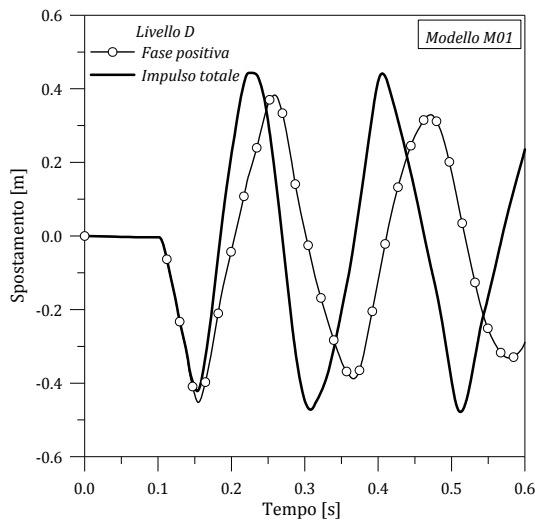


Fig.87. Spostamento massimo del cavo, in funzione del tempo (ABAQUS).

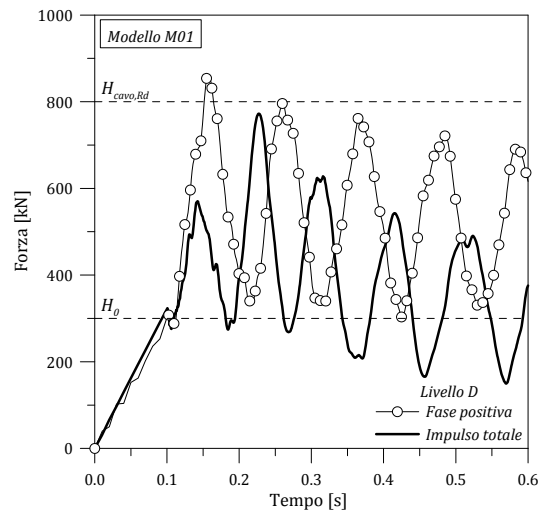


Fig.88. Forza assiale massima nel cavo, in funzione del tempo (ABAQUS).

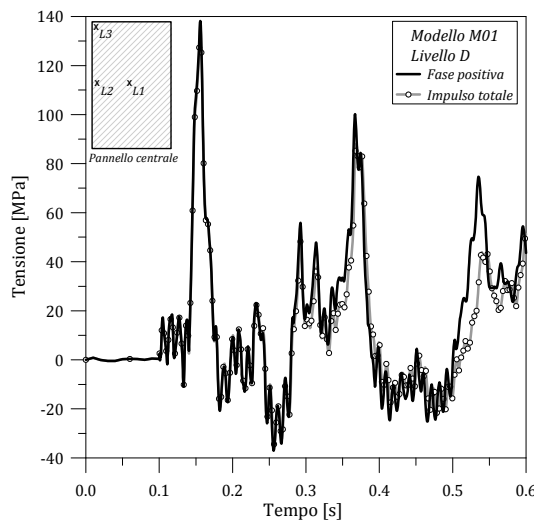


Fig.89. Tensione massima di trazione nel vetro, in funzione del tempo (ABAQUS). L1.

4.2.4. Giunto rigido-plastico

Il primo dispositivo proposto, e qui analizzato, è un giunto rigido-plastico da applicare all'estremità dei cavi. La caratteristica principale di un simile giunto ad attrito consiste nella limitazione delle massime forze assiali raggiunte nei cavi per effetto dell'esplosione.

Un risultato simile può essere ottenuto mediante lo scorrimento di due superfici metalliche in contatto. Il parametro che ne definisce il comportamento dinamico è infatti la forza di scorrimento F_s . In generale, un giunto ad attrito può essere realizzato mediante tre piastre metalliche opportunamente collegate tra loro per mezzo di una serie di bulloni precaricati ed un

foro asolato. Le due piastre esterne sono fissate direttamente alla struttura portante, mentre la piastra centrale è collegata al singolo cavo preteso (Fig.90).

In tal modo, quando la massima forza assiale raggiunta in ciascun cavo supera il valore della forza di scorrimento F_s , il giunto ad attrito inizia a scorrere, limitando gli sforzi nel cavo ed in parte dissipando in calore parte dell'energia d'ingresso. Nel caso specifico, il giunto ad attrito è progettato per mitigare gli effetti di un'esplosione di forte intensità (Livello D-GSA) sulla facciata in vetro-acciaio oggetto di studio. In tale ipotesi, il giunto manifesta la propria efficacia strutturale solo in specifiche condizioni di carico, mentre è assimilabile ad una connessione rigida se sottoposto a carichi da esplosione di medio/bassa intensità o a carichi ordinari. Un simile dispositivo può essere realizzato con piastre in acciaio inossidabile o in ottone (Mualla 2000; Park et al. 2007).

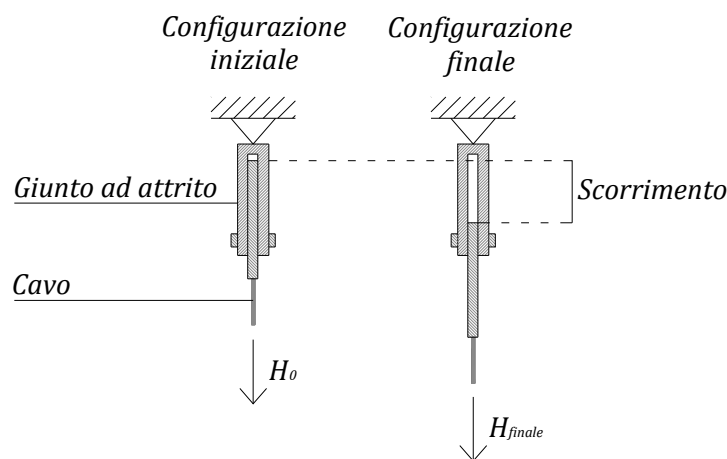


Fig.90. Giunto ad attrito. Schema di funzionamento (sezione).

4.2.4.1. Modellazione del giunto rigido-plastico

Il singolo giunto ad attrito è stato modellato mediante una molla introdotta all'estremità superiore di ciascun cavo. A tale scopo, è stata definita in ABQUS un'opportuna curva caratteristica rigido-plastica, definita in termini di forza di scorrimento F_s e rigidità k_{giunto} . Per garantire un'adeguata rigidità del giunto, k_{giunto} è stata fissata in funzione della rigidità assiale del singolo cavo k_{cavo} ($k_{giunto}/k_{cavo} \cong 1000$). Allo stesso tempo, la forza di scorrimento F_s è stata valutata in riferimento alla pretensione iniziale $H_0 = 300\text{kN}$ e modificata in un intervallo significativo.

4.2.4.2. Analisi numeriche

Per analizzare gli effetti della forza di scorrimento F_s sulla risposta dinamica non lineare della facciata sottoposta ad un'esplosione di forte intensità (Livello D-GSA), sono state eseguite alcune analisi parametriche sul modello M02 ($F_{s,min} = 1.2H_0 \leq F_s \leq F_{s,max} = 2.8H_0$).

I risultati ottenuti, come proposto nelle Fig.91-92, permettono di osservare che al di sopra del valore limite $F_{s,max}$ il giunto ad attrito non scorre (*limite superiore*), pertanto la risposta dinamica della facciata coincide perfettamente con quella ottenuta in assenza del giunto dissipativo. Contrariamente, il *limite inferiore* $F_{s,min}$ rappresenta, nell'esempio analizzato, la condizione nella quale il giunto scorre eccessivamente a seguito dell'esplosione di forte intensità. Si tratta quindi di una condizione che dovrebbe essere evitata per massimizzare l'efficacia del giunto ad attrito e per ottimizzare la risposta dinamica del sistema strutturale analizzato. Un eccessivo scorrimento del giunto provocherebbe infatti il completo detensionamento dei cavi, e di conseguenza un aumento considerevole dell'inflessione della facciata e delle tensioni di trazione, tanto nei pannelli di vetro quanto nei cavi.

Gli spostamenti massimi dei cavi e le corrispondenti forze assiali sono riportati, per varie forze di scorrimento F_s , nelle Fig.91-92. Ulteriori risultati numerici vengono proposti nella Tabella 16.

Tabella 16. Risultati delle analisi parametriche eseguite sul modello M02 provvisto di giunto ad attrito (ABAQUS).

F_s/H_0	$u_{cavo,max}^{M02}$	$\dot{u}_{cavo,max}^{M02}$	$H_{cavo,max}^{M02}$	$H_{cavo,finale}^{M02}$	$H_{cavo,max}^{M02} / H_{cavo,Rd}$	S_{giunto}^{M02}
[-]	[m]	[m/s]	[kN]	[kN]	[-]	[m]
$2.8 \cong$ Senza giunto	0.440	14.85	860	333	1.08	0.002
2.4	0.449	12.83	753	160	0.94	0.012
2.0	0.472	11.21	626	25	0.78	0.026
1.6	0.500	10.64	522	0	0.65	0.044
$1.2 \cong H_{finale} \rightarrow 0$	0.570	10.23	387	0	0.48	0.064

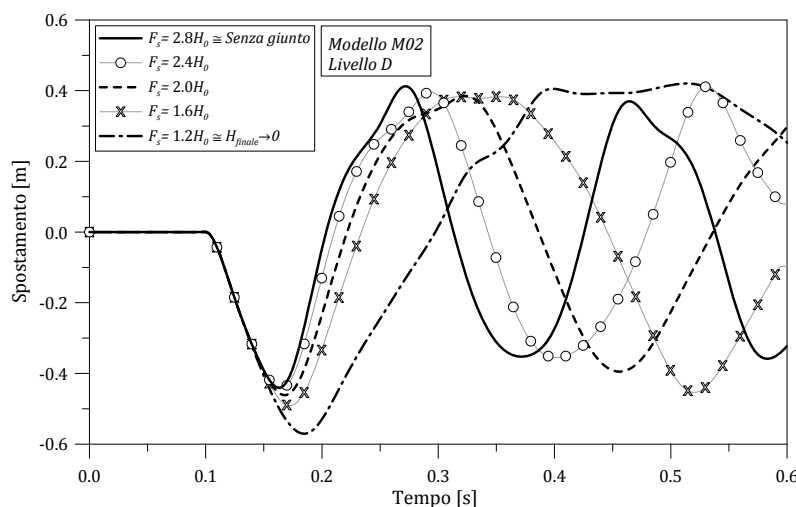


Fig.91. Spostamento massimo del cavo, in funzione del tempo (ABAQUS).

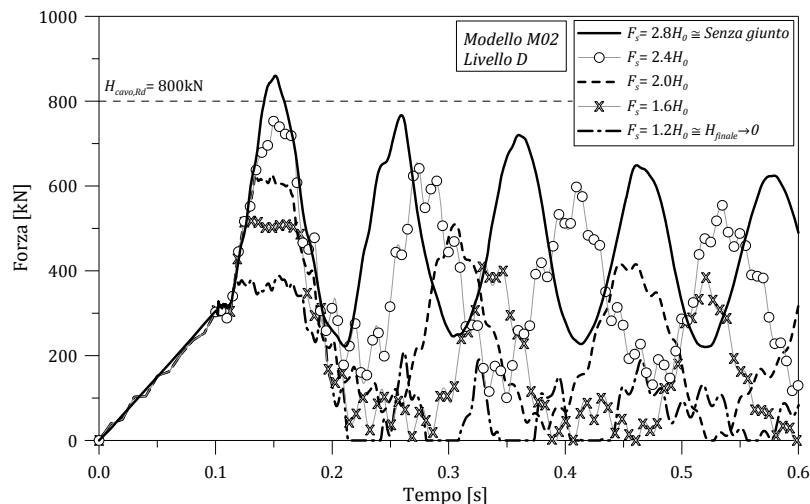


Fig.92. Forza assiale massima nel cavo, in funzione del tempo (ABAQUS).

Se $F_s \cong F_{s,max}$, per effetto di un'esplosione di Livello D, il cavo raggiunge uno spostamento massimo pari a $u_{cavo,max}^{M02} = 0.44m$ (Fig.91) ed il giunto ad attrito non scorre ($s_{giunto}^{M02} = 0.002m$, Tabella 16). Come già osservato in precedenza, questa condizione dovrebbe essere evitata, dal momento che il giunto dissipativo non viene attivato e di conseguenza vengono raggiunte forze assiali nei cavi estremamente elevate ($H_{cavo,max}^{M02} = 860kN$), così come importanti velocità di oscillazione ($\dot{u}_{cavo,max}^{M02} = 14.85m/s$). Tuttavia, non si notano riduzioni significative di pretensione nei cavi ($H_{cavo,finale}^{M02} = 333kN$, Fig.92). Diversamente, se $F_s \cong F_{s,min}$, il massimo spostamento dei cavi aumenta sensibilmente ($u_{cavo,max}^{M02} = 0.57m$) e la pretensione residua nei cavi è pressoché nulla ($H_{cavo,finale}^{M02} = 0$). Di conseguenza, sebbene la velocità massima di eventuali schegge di vetro diminuisca ($\dot{u}_{cavo,max}^{M02} = 10.23m/s$), una simile configurazione non permette di preservare la stabilità della facciata, la quale sarebbe sprovvista di un adeguato sistema strutturale di supporto.

Da un confronto tra i risultati numerici riportati nella Tabella 16, è possibile osservare che le condizioni di progetto che, nel caso in esame, massimizzano l'efficacia del giunto ad attrito, sono approssimativamente individuabili nell'intervallo $2.0H_0 < F_s < 2.8H_0$. In tal caso, il giunto ad attrito è infatti in grado di apportare interessanti benefici al comportamento dinamico della facciata oggetto di studio, dal momento che permette di limitare le forze assiali nei cavi e le massime velocità di oscillazione del sistema, senza causare un aumento significativo degli spostamenti massimi. Tuttavia, da ulteriori analisi numeriche eseguite sul modello M01 provvisto di giunti ad attrito ($2.0H_0 < F_s < 2.8H_0$), è emerso che le tensioni massime di trazione nelle lastre di vetro non subiscono riduzioni apprezzabili.

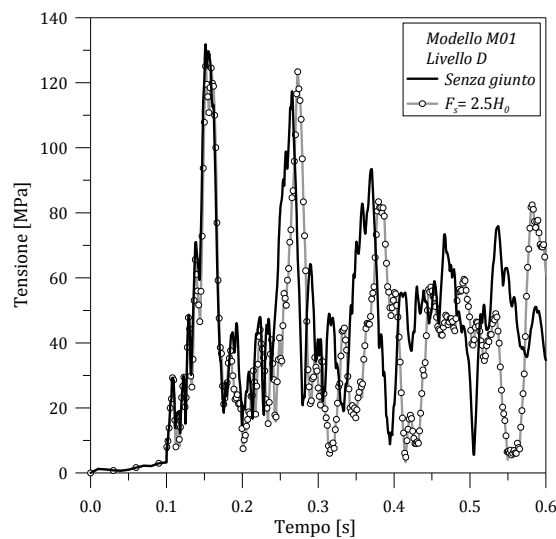


Fig.93. Tensione massima di trazione nel vetro, in funzione del tempo (ABAQUS). Involuppo massimo.

La Fig.93, in particolare, propone l'andamento delle massime tensioni di trazione nel pannello centrale del sistema analizzato (involuppo massimo), sia per la facciata non equipaggiata da giunti ad attrito, sia per la facciata provvista di tali giunti ($F_s = 2.5H_0$). La massima tensione di trazione, nel secondo caso, viene raggiunta all'istante $t = 0.16s$ ed ha un valore pari a $\sigma_{\text{vetro,max}}^{M01} = 132MPa$ ($\sigma_{\text{vetro,max}}^{M01} = 138MPa$, senza giunto). Maggiori benefici possono essere osservati solo negli istanti immediatamente successivi. Il secondo picco di tensione, raggiunto all'istante $t = 0.38s$, è pari a $\sigma_{\text{vetro}}^{M01} = 72MPa$ ($\Delta\sigma = 27\%$ rispetto al caso senza giunto), mentre il terzo picco di tensione in L_1 è pari a $\sigma_{\text{vetro}}^{M01} = 68MPa$ ($t = 0.59s, \Delta\sigma = 9\%$).

Ad ogni modo, risultati simili non riducono l'efficacia dei giunti ad attrito analizzati, dal momento che il loro ruolo principale consiste nel mitigare gli effetti di esplosioni di forte intensità nei cavi. Nell'istante in cui la facciata raggiunge la massima configurazione deformata ($t = 0.16s$), per esempio, sebbene le tensioni massime nel vetro siano pressoché inalterate ($\Delta\sigma = 4\%$), nei cavi si ottengono importanti benefici ($\Delta H = 28\%$, $F_s = 2.5H_0$).

4.2.4.3. Procedura analitica

Una stima accurata della risposta dinamica del sistema in vetro-acciaio analizzato sottoposto a carichi da esplosione non richiede necessariamente l'utilizzo di simulazioni numeriche ad elementi finiti. Alcune considerazioni energetiche, come illustrato nel seguito, possono infatti essere utili in una prima stima dei massimi effetti di un'esplosione sulla facciata in esame. Nello specifico, il sistema reale MDOF può essere approssimato con un sistema SDOF equivalente. L'ipotesi di base di tale procedura analitica è che i cavi non siano provvisti di giunti ad attrito alle estremità (connessione rigida).

Quando la facciata è investita da un'onda di pressione da esplosione di impulso I , la pretensione iniziale nei cavi $H = H_0$ generalmente tende ad aumentare in modo significativo. In tale contesto, la facciata investita dall'air blast wave si comporta approssimativamente come un sistema SDOF sottoposto ad un impulso esterno I .

Detta $M = \sum_i^n m_i = 668Kg$ la massa totale del sistema MDOF, esso acquista una quantità di moto $Q = I = M\dot{v}$ ed inizia ad oscillare con una velocità \dot{v} . Non appena lo SDOF ha raggiunto la massima configurazione deformata, esso ritorna alla configurazione indeformata per mezzo di un'oscillazione smorzata, rilasciando parte dell'energia elastica assorbita.

4.2.4.3.1. Parametri dinamici equivalenti

I parametri dinamici equivalenti del sistema SDOF possono essere ragionevolmente determinati, con riferimento al metodo di Rayleigh-Ritz, utilizzando l'approccio energetico classico.

Si tratta, indubbiamente, di una procedura che permette di semplificare notevolmente il problema dinamico originale, dal momento che consente di risolverlo staticamente, ovvero di sottoporre il singolo cavo preteso di lunghezza l_{cavo} ad un carico uniformemente distribuito q_{blast} (Fig.94).

Immediatamente prima dell'esplosione, la pretensione nel singolo cavo è pari ad $H = H_0$. Assumendo che il cavo abbia proprietà meccaniche uniformi lungo tutta l'estensione, la sua equazione del moto in vibrazioni libere è notoriamente definita come:

$$H \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} = \mu A_{cavo} \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2}, \tag{137}$$

con μ la densità di massa per unità di lunghezza; A_{cavo} l'area della sezione trasversale; $v(x,t)$ lo spostamento trasversale della generica sezione.

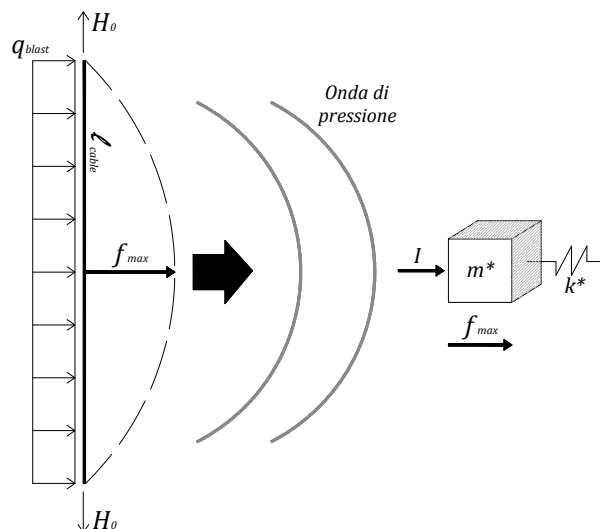


Fig.94. Procedura semplificata per l'analisi di una facciata a cavi pretesi sottoposta a carichi da esplosione.

In accordo con il metodo di Rayleigh-Ritz, il moto del sistema MDOF a masse concentrate può essere approssimato con quello di uno SDOF, semplicemente ipotizzando che il cavo possa deformarsi esclusivamente secondo una forma parabolica. In tale ipotesi, lo spostamento trasversale $v(x,t)$ può essere descritto come funzione dello spostamento massimo in mezzzeria $u_{max}(t)$, ovvero:

$$v(x,t) = \varphi(x) u_{max}(t), \quad (138)$$

dove $\varphi(x)$ rappresenta una funzione di forma parabolica.

Assumendo per le energie elastica e cinetica del sistema MDOF le espressioni:

$$E_{elastica}^{cavo} = \frac{1}{2} \int_0^{l_{cavo}} H v' dx, \quad (139)$$

$$E_{cinetica}^{cavo} = \frac{1}{2} \int_0^{l_{cavo}} \mu A_{cavo} \dot{v}^2 dx, \quad (140)$$

le massime energie elastica $E_{elastica}^{SDOF}$ e cinetica $E_{cinetica}^{SDOF}$ del sistema SDOF in vibrazioni libere non smorzate possono essere espresse rispettivamente in funzione di u_{max} (spostamento massimo) e k^* (rigidezza equivalente), \dot{u}_{max} (velocità massima) ed m^* (massa equivalente).

In tali ipotesi, m^* e k^* possono ragionevolmente essere determinati eguagliando entrambe le energie elastica ($E_{elastica}^{cavo} = E_{elastica}^{SDOF}$) e cinetica ($E_{cinetica}^{cavo} = E_{cinetica}^{SDOF}$) dei sistemi MDOF e SDOF, ottenendo:

$$m^* = \frac{16 M}{30}, \quad (141)$$

$$k^* = \frac{16 H}{3 l_{cavo}}. \quad (142)$$

Di conseguenza:

$$T_0^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^*}{k^*}} = 2\pi \sqrt{\frac{M l_{cavo}}{10 H}}. \quad (143)$$

4.2.4.3.2. Risposta dinamica di uno SDOF sottoposto a carichi da esplosione

Trascurando eventuali contributi di smorzamento, per la conservazione dell'energia, la massima energia elastica del sistema in oscillazioni libere deve uguagliare la massima energia potenziale:

$$\frac{1}{2} m^* \dot{u}_{max}^2 = \frac{1}{2} k^* u_{max}^2. \quad (144)$$

Nell'Eq.(144), u_{max} e \dot{u}_{max} rappresentano il massimo spostamento e la massima velocità raggiunti dallo SDOF per effetto dell'esplosione, mentre m^* e k^* sono definite rispettivamente dalle Eq.(141) e (142).

Immediatamente dopo l'esplosione, in ogni istante le energie cinetica ed elastica devono eguagliare l'energia d'ingresso dovuta all'onda di pressione che investe il sistema:

$$\frac{1}{2} m^* \dot{u}^2 + \frac{1}{2} k^* u^2 = E_{blast} = \frac{1}{2} \frac{I^2}{M}, \quad (145)$$

con I l'impulso totale associato all'energia d'ingresso.

Trascurando possibili fenomeni dissipativi, l'Eq.(145) può ragionevolmente essere considerata l'equazione che governa il comportamento dinamico del sistema SDOF sottoposto ad un carico da esplosione. Nella configurazione deformata, caratterizzata da energia potenziale massima ed energia cinetica nulla, il massimo spostamento raggiunto dal sistema SDOF sarà:

$$u_{max} = \sqrt{\frac{I^2}{M k^*}} = I \sqrt{\frac{16}{30 m^* k^*}}. \quad (146)$$

Analogamente, nell'istante di energia potenziale nulla ed energia cinetica massima, la velocità dello SDOF dovuta all'esplosione sarà:

$$\dot{u}_{max} = \sqrt{\frac{I^2}{M m^*}} = \frac{I}{m^*} \sqrt{\frac{16}{30}}. \quad (147)$$

4.2.4.3.3. Procedimento iterativo

Una stima accurata dei massimi effetti di un evento esplosivo dovrebbe essere effettuata valutando attentamente la rigidità equivalente k^* (Eq.(142)), e di conseguenza il massimo spostamento raggiunto dal sistema per effetto dell'onda di pressione (Eq.(146)). In tale procedura, non si dovrebbe ignorare che per causa dell'esplosione la pretensione iniziale nei cavi aumenta improvvisamente e significativamente. In particolare, assumendo per il cavo una deformata parabolica, l'incremento di pretensione iniziale H_0 potrà essere al massimo:

$$H_{blast} = \frac{8 E_{cavo} A_{cavo}}{3 l_{cavo}^2} u_{max}^2, \quad (148)$$

con E_{cavo} il modulo di Young dell'acciaio armonico (Tabella 15) e u_{max} il massimo spostamento dato dall'Eq.(146). Di conseguenza, la massima pretensione totale che può essere raggiunta nei cavi per effetto dell'esplosione è:

$$H = H_{max} = H_0 + H_{blast}. \quad (149)$$

Per valutare correttamente u_{max} , è quindi necessario utilizzare iterativamente le Eq.(141), (142), (146) e (149), ovvero sostituire iterativamente l'Eq.(149) nell'Eq.(142), fino a quando il valore di spostamento u_{max} così ottenuto (Eq.(146)) rimane costante. In tal modo, è possibile stimare in modo sufficientemente accurato i massimi effetti di un generico carico da esplosione sulla facciata a cavi pretesi oggetto di studio. Come proposto nella Tabella 17, c'è una buona corrispondenza tra risultati numerici ed analitici.

Tabella 17. Confronto tra risultati numerici (ABAQUS) ed analitici per la facciata a cavi pretesi sottoposta a carichi da esplosione (Livello D, senza giunti ad attrito).

	ABAQUS Modello M01	ABAQUS Modello M02	Procedura analitica
Periodo fondamentale T_0 [s]	0.26	0.27	0.28 (Eq.(143))
Spostamento massimo u_{max} [m]	0.43	0.44	0.44 (Eq.(146))
Velocità massima \dot{u}_{max} [m/s]	13.96	14.85	17.58 (Eq.(147))
Pretensione massima nei cavi H_{max} [kN]	858	860	951 (Eq.(149))

4.2.4.4. Considerazioni energetiche

Generalmente, se il giunto ad attrito scorre per effetto dell'esplosione, la facciata riceve importanti benefici strutturali, non solo in termini di riduzione delle massime forze assiali nei cavi pretesi, ma anche in termini energetici. Tuttavia, non si dovrebbe ignorare che anche se il giunto è opportunamente dimensionato, il suo scorrimento s implicherà in ogni caso una perdita di pretensione iniziale, specialmente nella fase in cui la facciata tende a ritornare nella configurazione indeformata.

A tal proposito, nella Fig.95 si riportano alcune curve caratteristiche (forza di scorrimento F_s -scorrimento s) per alcuni giunti ad attrito, sottoposti ad un carico da esplosione di medesima intensità, caratterizzati da diversi valori di F_s . Tali curve sono infatti state ricavate dalle analisi parametriche eseguite sul modello M02 precedentemente discusse.

Nella stessa figura è possibile notare anche due curve limite, che potrebbero essere utili in un primo dimensionamento del giunto. La *curva limite inferiore*, nello specifico, rappresenta l'insieme dei valori minimi di pretensione nel cavo H_{finale} dopo che è avvenuta l'esplosione.

Lo scorrimento s del giunto determina infatti una perdita di pretensione nel cavo ΔH che può essere ragionevolmente stimata come:

$$\Delta H = \frac{E_{cavo} A_{cavo}}{l_{cavo}} s = k_{cavo} s \quad (150)$$

Di conseguenza, l'espressione della *curva limite inferiore* è:

$$H_{finale} = H_0 - \Delta H = H_0 - k_{cavo} s \quad (151)$$

L'Eq.(151) dimostra che, per mantenere un certo valore di pretensione nei cavi a seguito dell'esplosione, il massimo scorrimento del giunto non dovrà superare il limite:

$$s_{max} = \frac{H_0}{k_{cavo}} \quad (152)$$

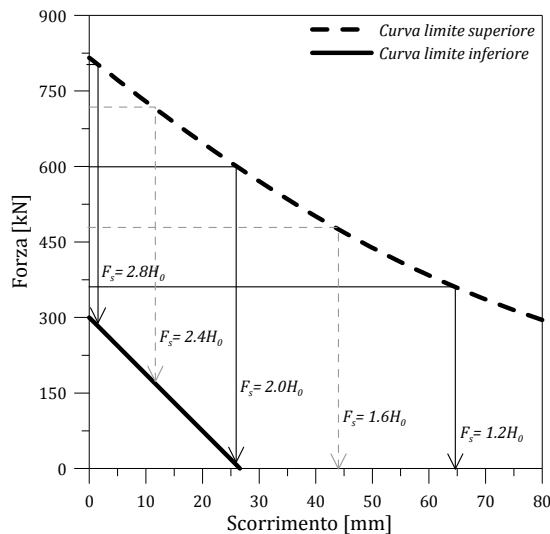


Fig.95. Curve caratteristiche di giunti ad attrito sottoposti a carico da esplosione (ABAQUS).

Nella stessa figura, la *curva limite superiore* rappresenta con buona approssimazione i massimi scorrimenti del giunto ad attrito, per un dato valore di forza di scorrimento F_s . L'equazione in grado di individuare la curva limite superiore può essere ricavata imponendo un equilibrio energetico al sistema. In tale contesto, per analizzare meglio il ruolo dei giunti ad attrito in esame, può essere interessante prendere in considerazione i vari termini energetici che contribuiscono a definire la risposta dinamica della facciata in presenza di un'esplosione. A tale scopo, le Fig.96-97 rappresentano in modo esauriente i tipici contributi energetici che interessano le varie componenti della facciata analizzata, in presenza o meno di giunti dissipativi. Si tratta di grafici ricavati dalle analisi dinamiche incrementali eseguite sul modello M01.

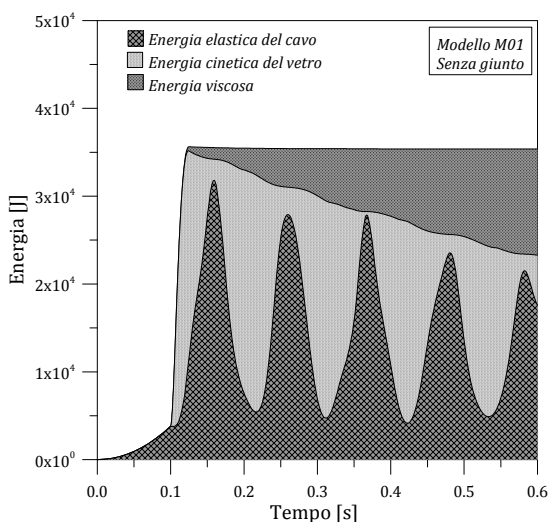


Fig.96. Bilancio energetico per la facciata non equipaggiata con giunti rigido-plastici (M01, ABAQUS).

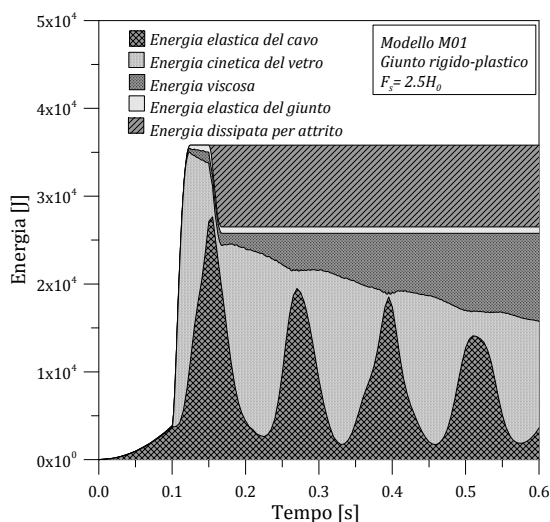


Fig.97. Bilancio energetico per la facciata equipaggiata con giunti rigido-plastici (M01, ABAQUS). $F_s = 2.5H_0$.

Nella facciata non equipaggiata da giunti ad attrito (Fig.96), nelle ipotesi che lo smorzamento sia trascurabile, l'energia totale E_0 è data dalla somma dell'energia elastica nel cavo (E_{cavo}) e dell'energia cinetica nelle lastre di vetro (E_{vetro}). L'evento esplosivo, associato ad un rilascio di energia E_{blast} , implica un improvviso ed importante aumento ΔE_0 di energia totale nel sistema in vetro-acciaio, e quindi nelle singole componenti (ΔE_{cavo} , ΔE_{vetro}). Dal momento che i massimi effetti dell'esplosione si manifestano nell'istante in cui il sistema raggiunge la massima configurazione deformata ($t = 0.16s$), con riferimento alla Fig.96, è possibile assumere l'incremento totale di energia $\Delta E_0 = E_{blast}$ pari all'incremento di energia elastica nel cavo ΔE_{cavo} . Una simile affermazione non rappresenta un'approssimazione eccessiva, dal momento che l'energia cinetica nell'istante analizzato è pressoché nulla (Fig.96, $t = 0.16s$, $\Delta E_{vetro} \cong 0$). In tali ipotesi, l'incremento ΔE_0 è:

$$\Delta E_0 \cong \Delta E_{cavo} = \frac{1}{2} k_{cavi} (z_{finale}^2 - z_{iniziale}^2) = \frac{1}{2} \frac{H_{blast}^2 + 2H_0 H_{blast}}{k_{cavo}}, \quad (153)$$

dove H_{blast} rappresenta il massimo incremento di forza assiale ripresa dal singolo cavo, per effetto dell'esplosione, in assenza di giunti ad attrito (Eq.(148)), $z_{finale} = (H_0 + H_{blast})/k_{cavo}$ è il massimo allungamento del cavo per effetto di H_{blast} , $z_{iniziale} = H_0/k_{cavo}$.

Diversamente, in presenza di giunti dissipativi, le forze assiali nei cavi possono essere contenute entro un valore limite F_s prestabilito. Di conseguenza, l'incremento di energia elastica ΔE_{cavo}^{giunto} per effetto dell'esplosione potrà essere al massimo:

$$\Delta E_{cavo}^{giunto} = \frac{1}{2} \frac{F_s^2 - H_0^2}{k_{cavo}}. \quad (154)$$

Allo stesso tempo, la restante energia assorbita dalla struttura potrà essere parzialmente dissipata in calore per effetto dello scorrimento dei giunti ad attrito:

$$\Delta E_{attrito}^{giunto} = F_s s. \quad (155)$$

In conclusione, trascurando possibili variazioni di energia dovute allo smorzamento, l'incremento massimo di energia totale ΔE_0^{giunto} nell'istante in cui la facciata raggiunge la massima configurazione deformata può essere ragionevolmente assunto pari a:

$$\Delta E_0^{giunto} = \Delta E_{cavo}^{giunto} + \Delta E_{attrito}^{giunto}. \quad (156)$$

Anche in presenza di giunti dissipativi, infatti, $\Delta E_{vetro}^{giunto} \cong 0$ (Fig.97, $t = 0.16s$). Analogamente, il contributo di energia elastica assorbita dai giunti è pressoché nulla ($\Delta E_{molla}^{giunto} \cong 0$, Fig.92, $t = 0.16s$). Dal momento che i due sistemi in vetro-acciaio confrontati (senza e con giunti ad attrito) sono sottoposti ad un'esplosione di uguale intensità, è inoltre vera la condizione:

$$\Delta E_0 = \Delta E_0^{giunto}. \quad (157)$$

Esprimendo quindi l'Eq.(157) in termini di scorrimento s , con riferimento alle Eq.(153), (154) e (155), lo scorrimento stesso può essere descritto come:

$$s = \frac{1}{2k_{cavo} F_s} (H_{max}^2 - F_s^2), \tag{158}$$

dove l'Eq.(158) rappresenta la *curva limite superiore* proposta nella Fig.95.

4.2.4.5. Dimensionamento del giunto rigido-plastico

Entrambe le curve limite inferiore (Eq.(151)) e superiore (Eq.(158)) descrivono con buona approssimazione il comportamento di un generico giunto ad attrito, in presenza di carichi da esplosione. Per questo motivo, possono rappresentare un utile espediente in un primo dimensionamento del dispositivo. In particolare, sostituendo nell'Eq.(158) il valore limite di scorrimento s_{max} (Eq.(152)), è possibile esplicitare la minima forza di scorrimento $F_{s,limite}$ necessaria ad evitare il completo detensionamento dei cavi pretesi a sostegno della facciata:

$$F_{s,limite} = \sqrt{H_0^2 - H_{max}^2} - H_0. \tag{159}$$

Nell'esempio analizzato, lo scorrimento massimo del giunto risulta $s_{max} \cong 26.7mm$ (Eq.(152) o Fig.98, punto A) e $H_{max} = 951kN$ (Eq.(149)), di conseguenza la minima forza di scorrimento corrispondente è $F_{s,limite} \cong 697kN = 2.3H_0$ (Eq.(159) o Fig.98, punto B).

In tali ipotesi, appare evidente che per evitare un eccessivo danneggiamento della facciata in presenza di carichi da esplosione di forte intensità, il generico giunto ad attrito dovrebbe essere dimensionato in modo tale da presentare una forza di scorrimento F_s sufficientemente elevata. Tuttavia, se il valore F_s è estremamente elevato, i benefici del giunto ad attrito ne risultano notevolmente ridotti.

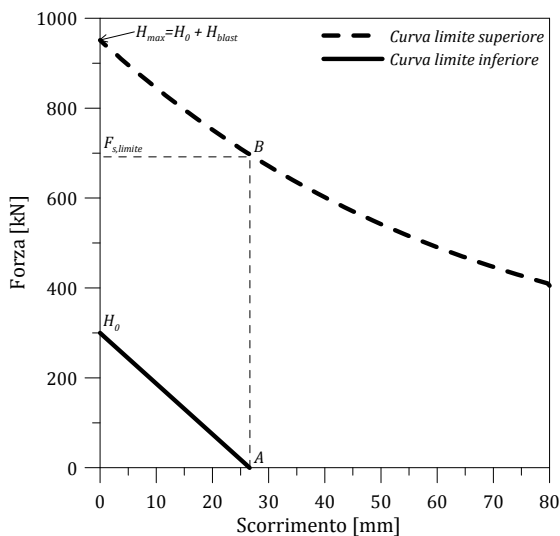


Fig.98. Procedimento grafico per il dimensionamento del giunto ad attrito.

In genere, per una prima stima dei massimi effetti dell'esplosione ed un ragionevole dimensionamento del giunto, si può fare riferimento alla Fig.98 e ad alcune semplici regole:

- 1) Predimensionamento della facciata non equipaggiata da giunti rigido-plastici (scelta del diametro dei cavi, del valore iniziale della pretensione H_0 , dello spessore delle lastre di vetro,...);
- 2) Definizione del carico da esplosione di progetto (impulso totale I);
- 3) Analisi semplificata della facciata: calcolo dei massimi effetti dell'esplosione (spostamento massimo u_{max} (Eq.(146)), velocità massima \dot{u}_{max} (Eq.(147)) e pretensione massima nei cavi H_{max} (Eq.(149));
- 4) Introduzione dei giunti ad attrito
 - a. Calcolo dello scorrimento massimo s_{max} richiesto per evitare il completo detensionamento dei cavi (Eq.(152)). Analogamente, s_{max} può essere definito graficamente intersecando la *curva limite inferiore* (Eq.(151)) con l'asse delle ascisse (Fig.98, punto A);
 - b. Definizione della forza di scorrimento minima corrispondente $F_{s,limite}$ (Eq.(159)). Equivalentemente, $F_{s,limite}$ può essere calcolata graficamente intersecando una retta verticale di ascissa s_{max} con la *curva limite superiore* (Fig.98, punto B);
 - c. Scelta del valore ottimale per F_s ;
- 5) Modellazione ad elementi finiti della facciata equipaggiata di giunti ad attrito (modello EF dettagliato o a masse concentrate);
- 6) Verifica del sistema.

Indubbiamente, un simile approccio di predimensionamento non è in grado di prendere in considerazione la variabilità del carico di progetto da esplosione o alcuni parametri caratteristici del comportamento dinamico del giunto (come per esempio i coefficienti di attrito statico e dinamico). In tal contesto, sarebbe infatti necessario eseguire alcune prove sperimentali sottoponendo il dispositivo ad attrito proposto a carichi impulsivi, ed analizzandone il comportamento nel dettaglio. Tuttavia, tale procedura potrebbe costituire un'interessante formulazione semplificata per i progettisti, da utilizzare in una fase preliminare di dimensionamento di sistemi strutturali simili.

4.2.5. Giunto elastoplastico

La seconda tipologia di dispositivo proposta e analizzata deriva dal giunto ad attrito precedentemente studiato. Si tratta infatti di un giunto elastoplastico costituito da una componente ad attrito (giunto rigido-plastico) in serie con una componente elastica lineare (molla), il cui funzionamento è schematizzato nella Fig.99.

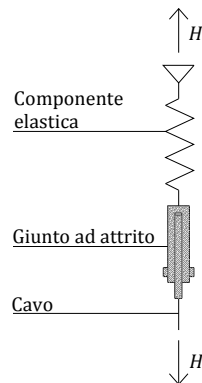


Fig.99. Giunto elastoplastico. Sezione.

La funzione della componente ad attrito consiste nel limitare le massime forze assiali nei cavi e dissipare in calore parte dell'energia di ingresso, come già discusso. Il parametro che ne definisce il comportamento meccanico è infatti la forza di scorrimento F_s (assumendo una rigidità infinita per il giunto ad attrito). Il comportamento meccanico della componente elastica del dispositivo è invece descritto in termini di rigidità k_{giunto} .

4.2.5.1. Modellazione del giunto elastoplastico

Un dispositivo simile a quello proposto può essere descritto nel modello numerico della facciata oggetto di studio mediante due molle in serie connesse all'estremità superiore di ciascun cavo preteso. Per analizzare gli effetti di tale giunto sulla risposta dinamica globale della facciata in presenza di esplosioni di forte intensità, il modello ad elementi finiti M02 è stato opportunamente modificato.

Sulla base dei risultati numerici precedentemente proposti per la facciata equipaggiata da soli giunti ad attrito, in tale circostanza la componente rigido-plastica del dispositivo è stata modellata come una molla assiale (*axial connector*) avente una forza di scorrimento $F_s = 2.5H_0$. Anche il comportamento della componente elastica del giunto è stato descritto mediante una molla assiale. In tale circostanza, al fine di valutarne gli effetti sulla risposta dinamica del sistema in vetro-acciaio, la rigidità elastica k_{giunto} è stata stimata, con riferimento alla rigidità assiale del singolo cavo k_{cavo} , in un intervallo sufficientemente ampio ($0.5 \leq k_{giunto}/k_{cavo} \leq 30$).

4.2.5.2. Analisi numeriche

I risultati principali delle analisi dinamiche incrementali eseguiti sul modello M02 della facciata equipaggiata con diversi giunti elastoplastici ($F_s = 2.5H_0$, $0.5 \leq k_{giunto}/k_{cavo} \leq 30$) sono proposti nelle Fig.100-101 in termini di massimo spostamento del cavo e corrispondenti forze assiali.

In tali figure, così come nella Tabella 18, è possibile notare l'effetto della componente elastica del giunto, al variare della rigidezza k_{giunto} , sulla risposta globale del sistema. Da un primo confronto di tali risultati è possibile individuare, per l'esempio analizzato, un limite superiore ed un limite inferiore per il rapporto k_{giunto}/k_{cavo} . Al di sopra del *limite superiore* $k_{giunto}/k_{cavo} = 30$ il dispositivo si comporta esattamente come il giunto rigido-plastico precedentemente analizzato. In tale circostanza, infatti, la rigidezza della componente elastica è talmente elevata da non poterne osservare alcun beneficio strutturale, e a seguito di un'esplosione di Livello D viene attivata solo la componente ad attrito del giunto. Indubbiamente, si tratta di una condizione che non permette di massimizzare gli effetti del dispositivo elastoplastico.

Analogamente, la condizione $k_{giunto}/k_{cavo} = 1$ rappresenta il *limite inferiore*, ovvero la condizione in cui, per effetto della stessa esplosione, la componente ad attrito del giunto non scorre e ne viene attivata solo la componente elastica, pertanto il dispositivo ha un comportamento elastico lineare. Le forze assiali nei cavi ne risultano significativamente ridotte ($H_{cavo,max}^{M02} = 690kN$, Fig.101 e Tabella 18), ma i massimi spostamenti del sistema inevitabilmente aumentano ($u_{cavo,max}^{M02} = 0.495m$, Fig.100 e Tabella 18) e non vi è alcuna dissipazione di energia.

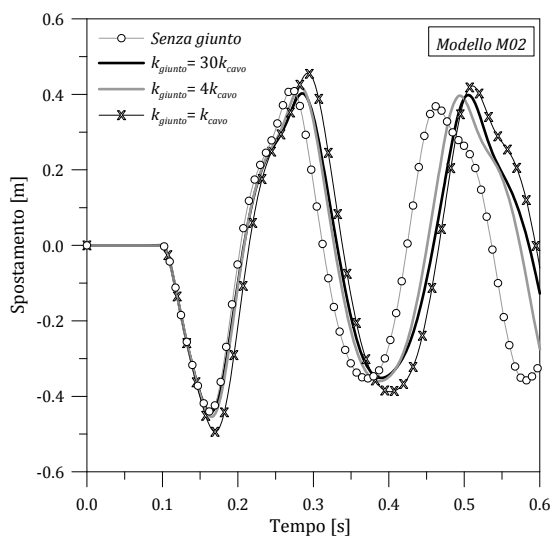


Fig.100. Spostamento massimo del cavo, in funzione del tempo (ABAQUS).

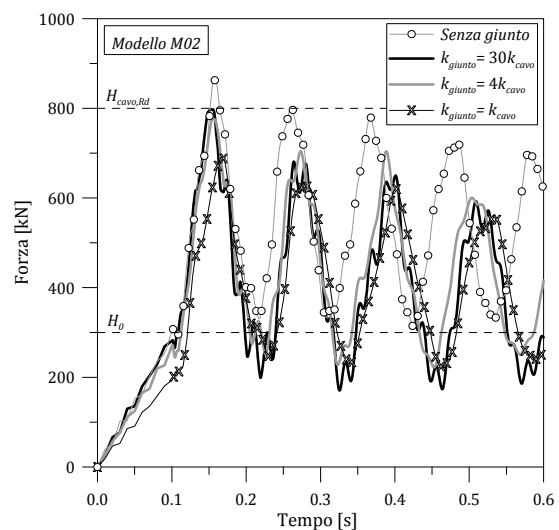


Fig.101. Forza assiale massima nel cavo, in funzione del tempo (ABAQUS).

Tabella 18. Risultati delle analisi parametriche eseguite sul modello M02 provvisto di giunto elastoplastico (ABAQUS).

F_s/H_0 [-]	k_{giunto}/k_{cavo} [-]	$u_{cavo,max}^{M02}$ [m]	$H_{cavo,max}^{M02}$ [kN]	$H_{cavo,finale}^{M02}$ [kN]	$H_{cavo,max}^{M02}/H_{cavo,Rd}$ [-]	Comportamento [-]
Senza giunto	-	0.440	860	333	1.08	-
2.5	30	0.442	798	171	0.99	Rigido-plastico
	4	0.451	775	236	0.96	Elastoplastico
	1	0.495	690	278	0.86	Elastico lineare

Le condizioni comprese tra i due comportamenti limite del dispositivo (rigido-plastico o elastico lineare) sono associati ad un moderato incremento del massimo spostamento del cavo per effetto dell'esplosione e da un'adeguata riduzione delle corrispondenti forze assiali (nel caso in cui $k_{giunto}/k_{cavo} = 4$, per esempio, $u_{cavo,max}^{M02} = 0.451m$ e $H_{cavo,max}^{M02} = 775kN$).

In generale, come proposto nella Fig.101, la componente elastica del giunto manifesta il proprio contributo benefico principalmente nella prima fase della risposta dinamica della facciata. L'effetto della componente elastica consiste infatti nella riduzione delle massime forze assiali nei cavi (Fig.101, $t = 0.16s$). Solo negli istanti successivi la componente ad attrito del giunto inizia a scorrere, dissipando in calore parte dell'energia d'ingresso associata all'evento esplosivo. Di conseguenza, se opportunamente dimensionato, un simile dispositivo è in grado di mitigare gli effetti di eventuali esplosioni sulle componenti principali di facciate simili, migliorandone il comportamento dinamico globale. Tuttavia, come già osservato per i giunti rigido-plastici, tali dispositivi non comportano differenze significative di sollecitazione nelle lastre di vetro (Fig.93).

4.2.5.3. Considerazioni energetiche

Si è già osservato in precedenza che il massimo incremento di energia ΔE_0 per effetto di un esplosione in una facciata non dotata di dispositivi in grado di mitigarne gli effetti, può essere espresso mediante l'Eq.(152). Nell'istante in cui la facciata raggiunge la massima configurazione deformata, trascurando possibili fenomeni viscosi, l'incremento di energia ΔE_0 si manifesta pressoché totalmente in termini di energia elastica ΔE_{cavo} assorbita dai cavi pretesi di controvento (Fig.96, $t = 0.16s$).

Diversamente, qualora la facciata sia dotata di giunti elastoplastici, l'incremento massimo di energia ΔE_0^{giunto} per effetto dell'esplosione potrà essere al massimo:

$$\Delta E_0^{giunto} = \Delta E_{cavo}^{giunto} + \Delta E_{attrito}^{giunto} + \Delta E_{molla}^{giunto}, \quad (160)$$

con:

$$\Delta E_{cavo}^{giunto} = \frac{1}{2} \frac{F_s^2 - H_0^2}{k_{cavo}} \quad (161)$$

la massima energia elastica nei cavi, per effetto della limitazione delle massime forze assiali al valore limite F_s ,

$$\Delta E_{attrito}^{giunto} = F_s s_{plastico} \quad (162)$$

il massimo contributo di energia dissipata per scorrimento $s_{plastico}$ della componente ad attrito del giunto,

$$\Delta E_{molla}^{giunto} = \frac{1}{2} k_{giunto} (z_{molla,finale}^2 - z_{molla,iniziale}^2) = \frac{1}{2} \frac{F_s^2 - H_0^2}{k_{giunto}} \quad (163)$$

il massimo incremento di energia assorbito, per effetto dell'esplosione, dalla componente elastica del giunto, con inoltre $z_{molla,finale} = F_s / k_{giunto}$ e $z_{molla,iniziale} = H_0 / k_{giunto}$.

Ignorando possibili variazioni di energia dovuti a fenomeni dissipativi e facendo riferimento alle Eq.(153) (facciata senza giunti dissipativi) e (160) (facciata dotata di giunti elastoplastici), le due espressioni possono essere ragionevolmente eguagliate, dal momento che il sistema analizzato è sottoposto al medesimo carico da esplosione:

$$\Delta E_0 = \Delta E_0^{giunto} \quad (164)$$

Nell'Eq.(160), in particolare, i termini di energia $\Delta E_{attrito}^{giunto}$ e $\Delta E_{molla}^{giunto}$ dipendono esclusivamente dalle proprietà meccaniche del giunto elastoplastico adottato, pertanto, al fine di massimizzarne i benefici sulla struttura, è opportuno dimensionare adeguatamente entrambe le componenti ad attrito ed elastica. Si è già osservato, infatti, che qualora $k_{giunto}/k_{cavo} = 30$ (con $F_s = 2.5H_0$), la componente elastica del giunto non viene attivata dall'esplosione, ed il bilancio energetico del sistema in vetro-acciaio, in tale condizione limite, coincide con quanto proposto nella Fig.97.

Diversamente, se la componente elastica del giunto non è sufficientemente rigida ($k_{giunto}/k_{cavo} = 1$), il dispositivo, a seguito di un'esplosione di forte intensità, presenta un comportamento puramente elastico lineare. Il bilancio energetico del sistema in vetro-acciaio corrispondente a questa ulteriore condizione limite è proposto nella Fig.102, dove è possibile osservare che non vi è alcuna dissipazione di energia per attrito. Indubbiamente, nella Fig.102 l'incremento di energia elastica nei cavi appare estremamente contenuto, in quanto è maggiore la riduzione delle massime forze assiali in essi (Tabella 18). Tuttavia, si tratta di una configurazione di progetto non efficace per il dispositivo analizzato.

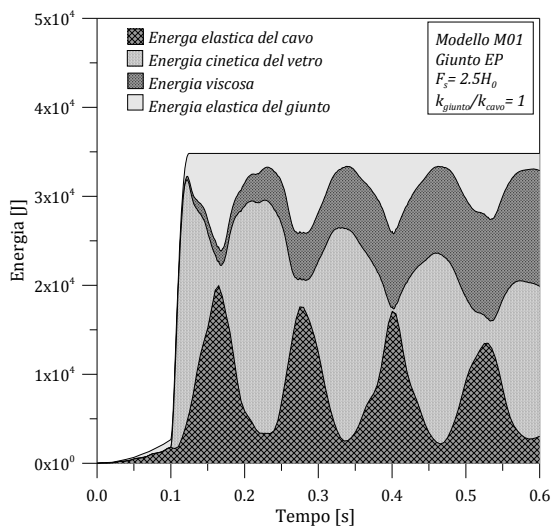


Fig.102. Bilancio energetico per la facciata non equipaggiata con giunti elastoplastici (M01, ABAQUS).
 $F_s = 2.5H_0$, $k_{giunto}/k_{cavo} = 1$.

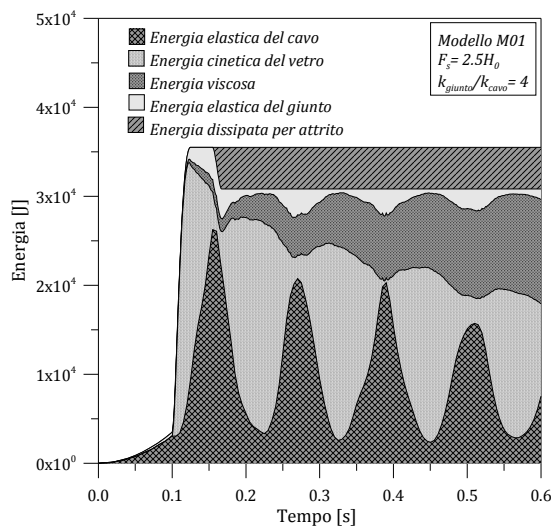


Fig.103. Bilancio energetico per la facciata equipaggiata con giunti elastoplastici (M01, ABAQUS).
 $F_s = 2.5H_0$, $k_{giunto}/k_{cavo} = 4$.

In tali ipotesi, la Fig.103 si riferisce ad una facciata equipaggiata da giunti elastoplastici adeguatamente dimensionati ($k_{giunto}/k_{cavo} = 4$, con $F_s = 2.5H_0$). In tale circostanza, è possibile infatti notare che vi è una buona dissipazione per attrito da parte della componente rigido-plastica del dispositivo, così come un apprezzabile contributo mitigativo da parte della componente elastica del giunto. Rispetto al giunto rigido-plastico, un simile dispositivo elastoplastico permette infatti di assorbire un ulteriore termine di energia elastica $\Delta E_{molla}^{giunto}$, negli istanti immediatamente successivi all'esplosione (Fig.103, $t = 0.16s$). Si tratta di un contributo di energia che viene rilasciato solo in una seconda fase del moto, ovvero nel momento in cui la facciata ritorna nella configurazione indeformata.

4.2.5.4. Comportamento dinamico del giunto elastoplastico

Un'analisi più accurata del tipico comportamento dinamico di un giunto elastoplastico sottoposto a carichi da esplosione di forte intensità può rivelarsi utile nel comprendere l'importanza e le funzionalità di entrambe le componenti ad attrito ed elastica di un simile dispositivo. Si consideri, a tal proposito, lo schema proposto nella Fig.104.

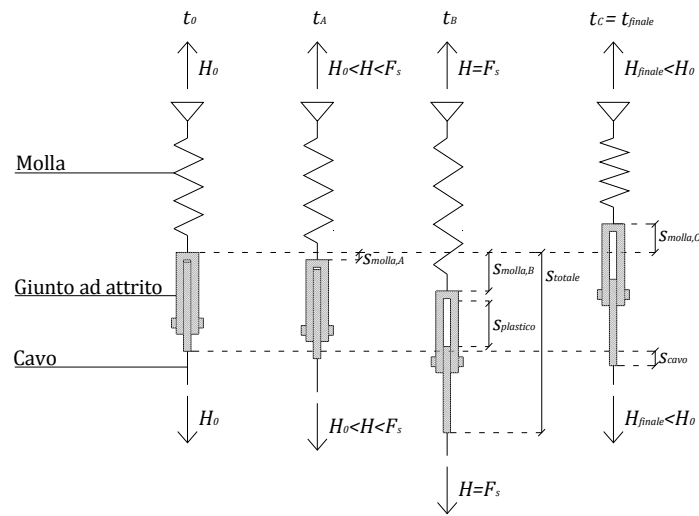


Fig.104. Giunto elastoplastico: schema di funzionamento e configurazioni tipiche dovute ad un carico da esplosione di forte intensità.

Nella configurazione iniziale, il singolo cavo ed il corrispondente giunto elastoplastico sono sottoposti alla sola pretensione iniziale H_0 (Fig.104, t_0). Sia la componente ad attrito che la molla elastica si trovano infatti in uno stato di quiete. Per effetto dell'esplosione ($t_0 < t < t_{finale}$), il giunto incomincia a scorrere. Inizialmente, l'improvviso incremento di forza assiale ($H_0 < H < F_s$) comporta un allungamento $s_{molla,A}$ della molla (Fig.104, t_A). Generalmente, la molla elastica del dispositivo rappresenta la prima componente ad essere attivata dall'esplosione. In tali istanti, la molla assorbe parte dell'energia d'ingresso associata al carico da esplosione. Diversamente, la componente ad attrito del dispositivo inizia a scorrere solo quando la forza assiale H eguaglia la forza di scorrimento F_s (Fig.104, t_B). L'istante t_B rappresenta infatti la configurazione nella quale il dispositivo elastoplastico raggiunge il massimo scorrimento s_{totale} , ovvero il massimo allungamento della componente elastica $s_{molla,B}$ e il massimo scorrimento plastico $s_{plastico}$ della componente ad attrito. In tale ipotesi, $s_{totale} = s_{limite}^{el-pl}$ rappresenta la configurazione limite per la deformazione del giunto elastoplastico:

$$s_{limite}^{el-pl} = s_{molla,B} + s_{plastico} = \frac{F_s - H_0}{k_{giunto}} + s_{plastico} \quad (165)$$

Le analisi numeriche eseguite sul modello M02 equipaggiato con giunti elastoplastici hanno permesso di osservare che tale configurazione coincide con la massima configurazione deformata della facciata ($t = 0.16s$). Indubbiamente, tale scorrimento provoca una riduzione di forza nei cavi pari a $\Delta H = H_0 - H_{finale}$. Un simile effetto comporta una perdita di pretensione iniziale $H_{finale} < H_0$ e la presenza di deformazioni residue, in entrambe le componenti del dispositivo elastoplastico (Fig.104, $t_c = t_{finale}$).

In particolare, in tale fase la facciata tende a ritornare nella configurazione indeformata e la componente elastica del giunto rilascia parte dell'energia precedentemente assorbita. Di conseguenza, sia la molla elastica ($s_{molla,C}$) che i cavi (s_{cavo}) subiscono un accorciamento, pertanto lo scorrimento plastico residuo $s_{plastico}$ (Fig.104, t_c) può ragionevolmente essere stimato come:

$$s_{plastico} = s_{molla,C} + s_{cavo} = \frac{\Delta H}{k_{giunto}} + \frac{\Delta H}{k_{cavo}}. \quad (166)$$

Esprimendo $s_{plastico}$ dall'Eq.(165):

$$s_{plastico} = s_{limite}^{el-pl} + s_{molla,B} \quad (167)$$

ed eguagliando le Eq.(166) e (167), è possibile ottenere:

$$s_{molla,C} + s_{cavo} = s_{limite}^{el-pl} + s_{molla,B}, \quad (168)$$

ovvero:

$$\frac{H_0 - H_{finale}}{k_{giunto}} + \frac{H_0 - H_{finale}}{k_{cavo}} = s_{limite}^{el-pl} - \frac{F_s - H_0}{k_{giunto}}. \quad (169)$$

L'Eq.(169) rappresenta l'espressione in grado di stimare il valore di pretensione finale H_{finale} nei cavi a seguito dell'esplosione.

Allo stesso tempo, l'Eq.(169) può essere utilizzata per calcolare la rigidezza di progetto $k_{giunto,d}$ richiesta per garantire un valore minimo H_{finale} di pretensione nei cavi, per una prefissata forza di scorrimento F_s . Dall'Eq.(169), la pretensione residua H_{finale} può essere infatti calcolata come:

$$H_{finale} = H_0 - \frac{s_{limite}^{el-pl} - \frac{F_s - H_0}{k_{giunto}}}{\frac{1}{k_{giunto}} + \frac{1}{k_{cavo}}}. \quad (170)$$

Analogamente, la rigidezza di progetto $k_{giunto,d}$ può essere stimata come:

$$k_{giunto,d} = \frac{F_s - H_{finale}}{s_{limite}^{el-pl} - \frac{H_0 - H_{finale}}{k_{cavo}}}. \quad (171)$$

Nella Fig.105 vengono proposte alcune curve caratteristiche per giunti elastoplastici aventi diversi valori di rigidezza k_{giunto} ($k_{giunto}/k_{cavo} = 30$ e $k_{giunto}/k_{cavo} = 4$, con $F_s = 2.5H_0$). Diversamente, nella Fig.106 si propongono le curve caratteristiche di giunti elastoplastici aventi un'identica rigidezza k_{giunto} ma diversi valori di forza di scorrimento F_s ($F_s = 2.5H_0$ e $F_s = 2.7H_0$, con

$k_{giunto}/k_{cavo} = 4$). Tali risultati (Fig.105-106) sono stati ottenuti dalle analisi dinamiche incrementali eseguite sul modello M02 della facciata.

In entrambi i casi, è possibile distinguere le varie fasi che contraddistinguono la tipica risposta dinamica di un giunto elastoplastico sottoposto a carichi da esplosione (Fig.104). Si faccia per esempio alla curva ottenuta per il giunto avente $F_s = 2.5H_0$ e $k_{giunto}/k_{cavo} = 30$ (Fig.105). Il punto A rappresenta la prima configurazione deformata del giunto (Fig.105, t_A). Il punto B della curva individua la configurazione limite s_{limite}^{el-pl} per il giunto elastoplastico (Fig.105, t_B). Il punto C, infine, rappresenta la configurazione finale (Fig.105, $t_C = t_{finale}$).

In entrambe le Fig.105-106 vengono proposte anche due curve limite (curva limite superiore e curva limite inferiore). È interessante notare che qualsiasi siano i valori di F_s e k_{giunto} , la corrispondente curva caratteristica del giunto elastoplastico sarà sempre compresa entro tali curve limite.

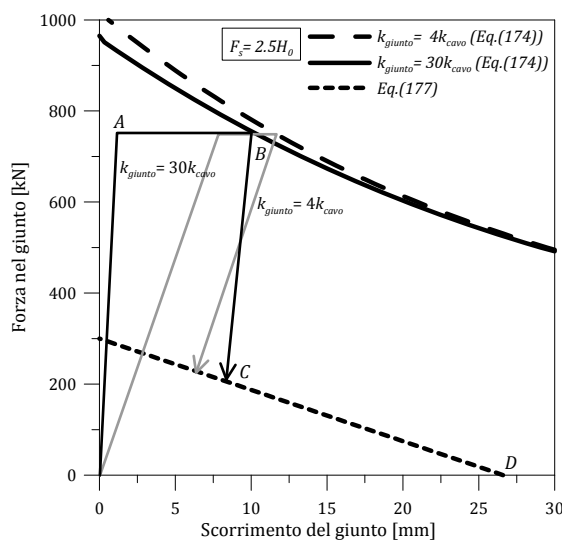


Fig.105. Curve caratteristiche di giunti elastoplastici sottoposti ad esplosioni di forte intensità ($F_s = 2.5H_0$).

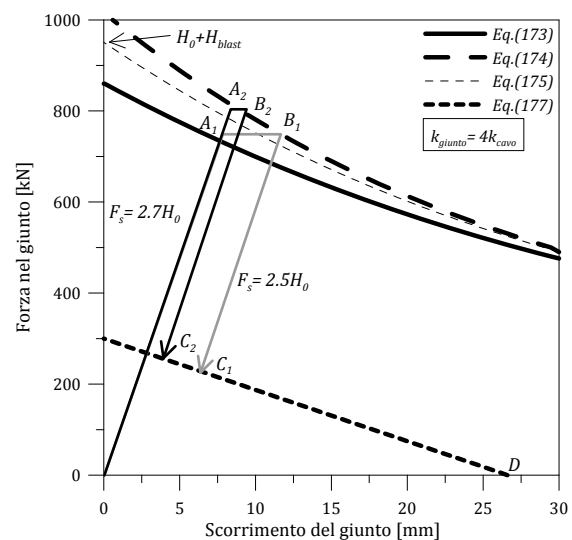


Fig.106. Curve caratteristiche di giunti elastoplastici sottoposti ad esplosioni di forte intensità ($k_{giunto}/k_{cavo} = 4$).

Analizzando attentamente tali figure, è possibile notare che la *curva limite superiore* individua lo scorrimento limite s_{limite}^{el-pl} raggiungibile dal generico giunto elastoplastico, mentre la *curva limite inferiore* ne definisce la corrispondente configurazione finale (deformazione residua del giunto e pretensione finale nei cavi) a seguito dell'esplosione. Mediante tali curve, per un dato carico da esplosione di progetto, è quindi possibile calcolare il massimo scorrimento richiesto s_{limite}^{el-pl} al giunto e la minima pretensione finale H_{finale} .

In particolare, il valore del massimo scorrimento s_{limite}^{el-pl} dipende dalle caratteristiche meccaniche del giunto e dai contributi energetici tipicamente associati alla risposta dinamica del sistema in vetro-acciaio analizzato. Dal momento che a seguito di un'esplosione il massimo incremento di

energia può essere al massimo pari a ΔE_0^{giunto} (Eq.(160)) e che s_{limite}^{el-pl} è definite dall'Eq.(165), per esprimere s_{limite}^{el-pl} è necessario calcolare $s_{molla,B}$ e $s_{plastico}$. Sulla base di alcune considerazioni energetiche, $s_{molla,B}$ è:

$$s_{molla,B} = \frac{F_s - H_0}{k_{giunto}}. \quad (172)$$

Analogamente, $s_{plastico}$ può essere stimato dal bilancio energetico della facciata equipaggiata di giunti elastoplastici (Eq.(160)).

Si ottiene infatti:

$$s_{plastico} = \frac{1}{2 F_s k_{cavo}} \left[H_{blast}^2 + 2 H_0 H_{blast} - (F_s^2 - H_0^2) \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right) \right], \quad (173)$$

con $\alpha = k_{giunto}/k_{cavo}$.

In tali ipotesi, l'espressione esatta per la curva limite superiore è:

$$s_{limite}^{el-pl} = \frac{F_s - H_0}{k_{giunto}} + \frac{1}{2 F_s k_{cavo}} \left[H_{blast}^2 + 2 H_0 H_{blast} - (F_s^2 - H_0^2) \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right) \right]. \quad (174)$$

Dal momento che nell'Eq.(174) sono presenti entrambi i termini $\alpha = k_{giunto}/k_{cavo}$ e F_s , la curva limite superiore è unica per il singolo giunto elastoplastico. Nella Fig.104, per esempio, vengono proposte due diverse curve limite superiori (Eq.(174)), definite rispettivamente per $k_{giunto}/k_{cavo} = 30$ e $k_{giunto}/k_{cavo} = 4$, con $F_s = 2.5H_0$. La differenza principale tra queste due curve limite è rappresentata dai diversi contributi di scorrimento elastico (Eq.(172)) e plastico (Eq.(173)) che definiscono lo scorrimento totale del giunto s_{limite}^{el-pl} (Eq.(174)).

In tale contesto, nella Fig.106 vengono proposti anche i contributi $s_{molla,B}$ (Eq.(172)) e $s_{plastico}$ (Eq.(173)) che definiscono la curva limite superiore esatta (Eq.(174)) di due diversi giunti elastoplastici caratterizzati da una rigidità tale che $k_{giunto}/k_{cavo} = 4$, con $F_s = 2.5H_0$ e $F_s = 2.7H_0$. Dal confronto tra le curve definite dalle Eq.(173) e (174), è possibile affermare che la componente elastica di scorrimento $s_{molla,B}$ rappresenta un termine trascurabile nella definizione dello scorrimento limite s_{limite}^{el-pl} del giunto. Allo stesso tempo, all'aumentare di k_{giunto} , la componente plastic di scorrimento $s_{plastico}$ diventa il termine prevalente nell'Eq.(174), con $1/\alpha \rightarrow 0$ e $s_{molla,B} \rightarrow 0$ (Eq.(172)). In tale ipotesi, il giunto si comporta come un dispositivo rigido-plastico e l'esplosione non comporta alcuno scorrimento elastico nella molla, pertanto l'Eq.(174) assume l'espressione semplificata:

$$s_{limite}^{rig-pl} \cong \frac{1}{2 F_s k_{cavo}} \left[H_{blast}^2 + 2 H_0 H_{blast} - (F_s^2 - H_0^2) \right]. \quad (175)$$

L'Eq.(175) rappresenta infatti l'espressione esatta per la curva limite superiore solo per giunti elastoplastici caratterizzati da un elevato rapporto $\alpha = k_{giunto}/k_{cavo}$ (nell'esempio analizzato, per esempio, $\alpha \geq 30$). Di conseguenza, l'Eq.(175) non è in grado di stimare con accuratezza il massimo scorrimento di un generico giunto elastoplastico ($\alpha < 30$). Tuttavia, potrebbe costituire uno strumento utile in un predimensionamento del dispositivo. Come proposto nella Fig.(104), infatti, l'intersezione tra la curva limite superiore approssimata (Eq.(175)) e l'asse delle ordinate individua il massimo incremento di pretensione H_{max} nei cavi per effetto di un carico da esplosione (ipotesi di cavi connessi rigidamente alle estremità). È interessante notare che il valore così ottenuto $H_{max} = H_0 + H_{blast} = 951kN$ (Fig.106) coincide con il valore H_{max} stimato mediante la procedura analitica precedentemente discussa (Tabella 17, Eq.(149)).

In conclusione, una volta calcolato s_{limite}^{el-pl} (Eq.(174)), la pretensione finale nei cavi H_{finale} , così come la rigidità di progetto $k_{giunto,d}$ richiesta per garantire una certa pretensione finale H_{finale} a seguito dell'esplosione, possono essere stimati sostituendo s_{limite}^{el-pl} nelle Eq.(170) e (171). L'Eq.(170), nello specifico, rappresenta l'espressione esatta per le curve limite inferiori proposte nelle Fig.105-106. In realtà, è possibile definire un'espressione semplificata anche per la curva limite inferiore. Se il giunto presenta infatti un comportamento rigido-plastico ($\alpha \geq 30$ nell'esempio analizzato), la riduzione ΔH di pretensione iniziale H_0 per effetto dell'esplosione può ragionevolmente essere calcolata come una funzione del massimo scorrimento plastico $s_{plastico}$ della componente ad attrito del dispositivo:

$$\Delta H = \frac{E_{cavo} A_{cavo}}{l_{cavo}} s_{plastico} = k_{cavo} s_{plastico} \quad (176)$$

In tale ipotesi, la pretensione finale H_{finale} risulta:

$$H_{finale} = H_0 - \Delta H = H_0 - k_{cavo} s_{plastico}, \quad (177)$$

e l'Eq.(177) definisce in modo approssimativo le curve limite inferiore riportate nelle Fig.104-105. Per garantire un minimo livello di pretensione nei cavi a seguito dell'esplosione, ad ogni modo, lo scorrimento massimo del giunto elastoplastico non dovrebbe superare il limite:

$$s_{max} = \frac{H_0}{k_{cavo}}, \quad (178)$$

individuato dal punto D nelle Fig.105-106.

4.2.5.5. Dimensionamento del giunto elastoplastico

In conclusione, la Fig.107 e le formule proposte al paragrafo precedente possono essere utili in una realistica stima preliminare della risposta dinamica della facciata oggetto di studio ed in un primo dimensionamento del dispositivo elastoplastico.

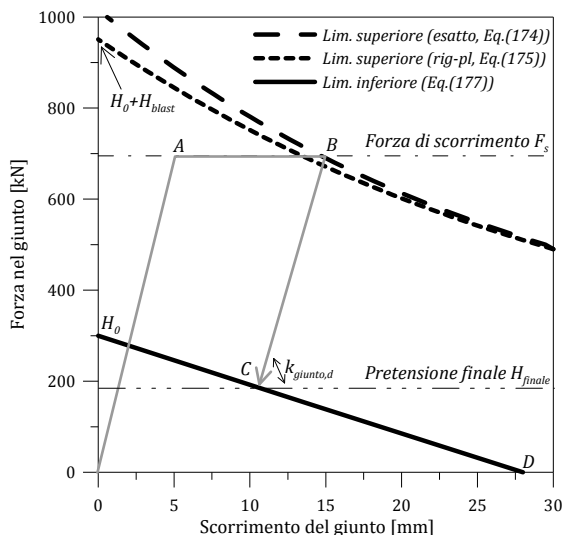


Fig.107. Procedura grafica per il dimensionamento di giunto elastoplastico.

- 1) Predimensionamento della facciata non equipaggiata da giunti elastoplastici (scelta del diametro dei cavi, del valore iniziale della pretensione H_0 , dello spessore delle lastre di vetro,...);
- 2) Definizione del carico da esplosione di progetto (impulso totale I);
- 3) Analisi semplificata della facciata: calcolo dei massimi effetti dell'esplosione (spostamento massimo u_{max} (Eq.(146)), velocità massima \dot{u}_{max} (Eq.(147)) e pretensione massima nei cavi H_{max} (Eq.(149));
- 4) Introduzione dei giunti elastoplastici
 - a. Scelta di un valore opportuno per la forza di scorrimento F_s , tale da garantire la plasticizzazione della componente ad attrito in presenza di carichi da esplosione di forte intensità ed un comportamento elastico del dispositivo in presenza di carichi ordinari;
 - b. Definizione di un valore appropriato per la rigidezza elastica k_{giunto} ($k_{giunto}/k_{cavo} = \alpha \geq 1.5$);
 - c. Calcolo del valore esatto di scorrimento limite s_{limite}^{el-pl} richiesto dal carico da esplosione di progetto (Eq.(174) o Fig.107, punto B). s_{limite}^{el-pl} può essere

- determinato graficamente intersecando la curva limite superiore con il valore prefissato di forza di scorrimento F_s ;
- d. Scelta del valore minimo di pretensione H_{finale} da mantenere nei cavi a seguito dell'esplosione;
 - e. Valutazione della rigidezza elastica di progetto $k_{giunto,d}$ (Eq.(171)) richiesta per garantire una pretensione minima H_{finale} . Graficamente (Fig.107), $k_{giunto,d}$ può essere determinata unendo i punti B (intersezione tra la curva limite superiore (Eq.(174)) ed il valore prestabilito di forza di scorrimento F_s) e C (intersezione tra la curva limite inferiore (Eq.(177)) ed il valore prestabilito di pretensione finale H_{finale}). Se graficamente risulta $k_{giunto,d} \neq k_{giunto}$, la curva limite superiore dovrebbe essere aggiornata (ovvero i punti (c) ed (e) dovrebbero essere ripetuti iterativamente, fino a quando $k_{giunto,d} \cong k_{giunto}$; in genere il metodo converge dopo 2 o 3 iterazioni).
- 5) Modellazione ad elementi finiti della facciata equipaggiata di giunti elastoplastici (modello EF dettagliato o a masse concentrate);
 - 6) Verifica del sistema.

4.2.6. Connettori viscoelastici

La terza soluzione analizzata per la facciata a cavi pretesi oggetto di studio prevede l'inserimento di dispositivi viscoelastici nei punti di collegamento tra i cavi di controvento e le lastre di vetro. Come noto, i classici connettori a ragno, sebbene consentano alle lastre di vetro di ruotare, costituiscono infatti un sistema di fissaggio "rigido" per la superficie vetrata (CRR, Fig.108). L'introduzione di opportuni dispositivi viscoelastici (DVE), in tale contesto, consentirebbe la realizzazione di un connettore a ragno viscoelastico (CRVE) in grado di mitigare gli effetti di un'eventuale esplosione nelle lastre di vetro, così come nei cavi di controvento.

L'idea consiste infatti nell'introdurre, rispettivamente nei ragni convenzionali a 4 o 2 fori, quattro o due dispositivi viscoelastici (DVE), realizzati come proposto nella Fig.109.

Il tipico DVE è costituito da due cilindri in acciaio e da uno strato in materiale viscoelastico. Il cilindro esterno, di diametro ϕ_e , è collegato rigidamente alla crociera del CRR. Allo stesso tempo, il cilindro interno coassiale, avente diametro ϕ_i , è fissato ai pannelli di vetro (Fig.109). Il materiale VE, di spessore $h = (\phi_e - \phi_i)/2$ e lunghezza L , è invece introdotto nello spazio compreso tra i due cilindri in acciaio. In questo modo, quando la superficie vetrata viene sottoposta ad un carico da esplosione, il cilindro interno scorre e il sistema VE assorbe e dissipa parte dell'energia d'ingresso dovuta al *bomb blast*. Un simile effetto può essere osservato anche nella Fig.110, dove si propone uno schema di funzionamento per il CRVE proposto.

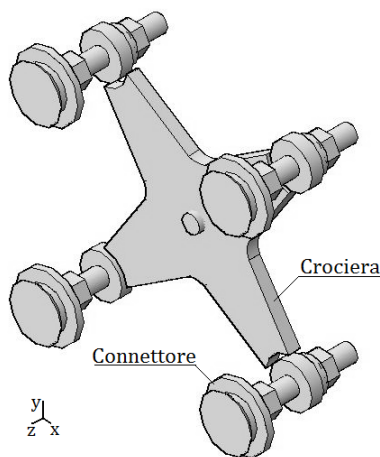


Fig.108. Connettore a ragno a 4 fori (CRR).
Rendering.

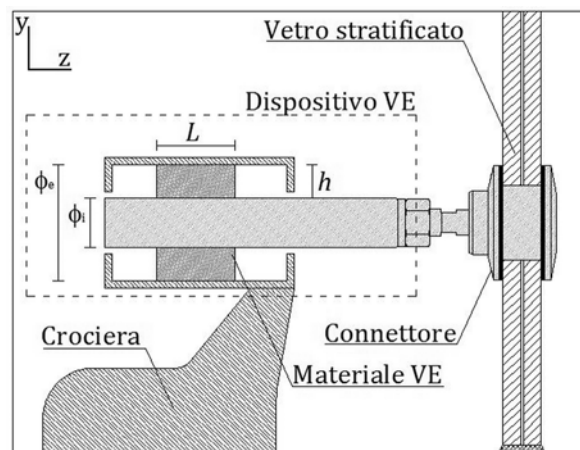


Fig.109. Possibile connettore a ragno a 4 fori
dotato di dispositivi viscoelastici (CRVE). Sezione trasversale.

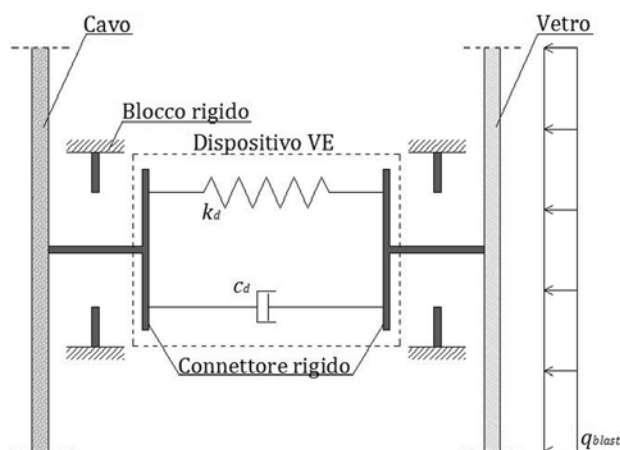


Fig.110. Connettore a ragno dotato di dispositivi viscoelastici (CRVE). Schema di funzionamento.

Nella Fig.110, vengono rappresentati anche alcuni blocchi rigidi. Si tratta di elementi fondamentali per il corretto funzionamento del CRVE, dal momento che permettono di contenere entro un certo scorrimento massimo lo spostamento del cilindro interno. Nella pratica, tali blocchi possono essere realizzati mediante irrigidimenti metallici inseriti alle estremità del cilindro scorrevole.

Per quanto riguarda invece il materiale VE, in genere in applicazioni simili si fa largo impiego di polimeri o materiali vetrosi in grado di dissipare energia se sottoposti a deformazioni taglianti (Soong e Dargush 1997). Tra questi, per esempio, la gomma naturale risulta essere particolarmente adatta grazie all'elevata resistenza alla fatica, all'apprezzabile capacità di dissipare energia, ed alle sue proprietà viscosoelastiche. In alternativa, anche le gomme additivate possono garantire elevate e non degradabili proprietà fisiche e meccaniche.

In dispositivi simili al CRVE proposto, le proprietà elastiche e viscosoelastiche del materiale VE vengono comunemente espresse in termini di *storage modulus* G' e *loss modulus* G'' , e del rapporto $\eta = G''/G'$. Tuttavia, nelle applicazioni strutturali, si è soliti esprimere le capacità di simili dispositivi in termini di rigidità k_d e coefficiente di smorzamento c_d , dipendenti tanto dalle proprietà del materiale VE utilizzato quanto dalle dimensioni dello stesso. Nello specifico, assumendo una rigidità k_d , il corrispondente coefficiente di smorzamento c_d può essere calcolato come (Lai et al 1996):

$$c_d = \frac{\eta k_d}{\omega}, \quad (179)$$

con ω la frequenza del sistema. Nell'esempio considerato, per descrivere le proprietà meccaniche del materiale VE, si è fatto riferimento ai valori tipici di una gomma ad alto smorzamento ($G' = 1 \text{ MPa}$, $\eta = 0.6$ (Soong e Dargush 1997)).

Per quanto riguarda invece le dimensioni di ciascun DVE, si è ipotizzato che il materiale VE avesse uno spessore $h = 0.02 \text{ m}$ ed una lunghezza $h = 0.03 \text{ m}$, ottenendo in tal modo

$k_d = 283\text{kN/m} \cong k_{cavo}/40$ e $c_d = 3.4\text{kN s/m}$. In tali ipotesi, il singolo DVE risulta in grado di garantire importanti benefici strutturali senza apportare disturbo all'estetica della facciata.

4.2.6.1. Modellazione del connettore viscoelastico

Il singolo CRVE può essere modellato in ABAQUS apportando poche modifiche al modello M01 della facciata precedentemente analizzato. Indubbiamente, l'analisi degli effetti di un simile dispositivo sulla risposta globale della facciata a cavi pretesi può essere eseguita solo mediante un modello accurato della facciata in grado di descrivere correttamente la geometria effettiva delle sue componenti principali (pannelli in vetro, connettori, cavi pretesi).

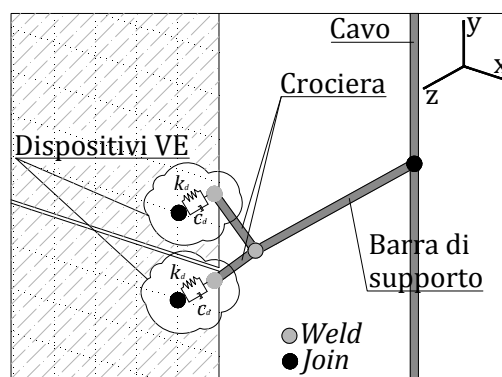


Fig.111. Dettaglio di metà CRVE a 4 fori (modello M03, ABAQUS).

A tale scopo, è stato quindi realizzato in ABAQUS un ulteriore modello ad elementi finiti per la facciata oggetto di studio (modello M03), sostituendo i ragni convenzionali del modello M01 con una serie di CRVE. Un simile risultato può essere ottenuto modellando la singola metà di CVRE come proposto nella Fig.111. In essa, infatti, è possibile osservare che il singolo DVE consiste in una molla di rigidezza $k_d = 283\text{kN/m} \cong k_{cavo}/40$ (*axial connector*) e in un dissipatore (*dashpot*) avente $c_d = 3.4\text{kN s/m}$. Sia la molla che il dissipatore sono collegati rigidamente alla crociera del ragno (*weld*), mentre il collegamento tra il DVE e il pannello in vetro stratificato è descritto mediante una cerniera (*join*) in grado di non vincolare le rotazioni del pannello.

4.2.6.2. Analisi numeriche

L'efficacia dei dispositivi VE proposti è stata valutata sulla base dei risultati ottenuti da alcune analisi dinamiche incrementali eseguite sul modello M03 della facciata. Tali risultati, ottenuti in presenza di un carico da esplosione di forte intensità (Livello D-GSA), sono quindi stati confrontati con la risposta dinamica della stessa facciata equipaggiata di connettori a ragno convenzionali (CRR, modello M01), già ampiamente discussi in precedenza.

Successivamente, per estendere la validità di una simile soluzione tecnologica, i modelli M01 ed M03 sono stati analizzati in presenza di un carico da esplosione di media intensità (Livello C-GSA, Fig.112).

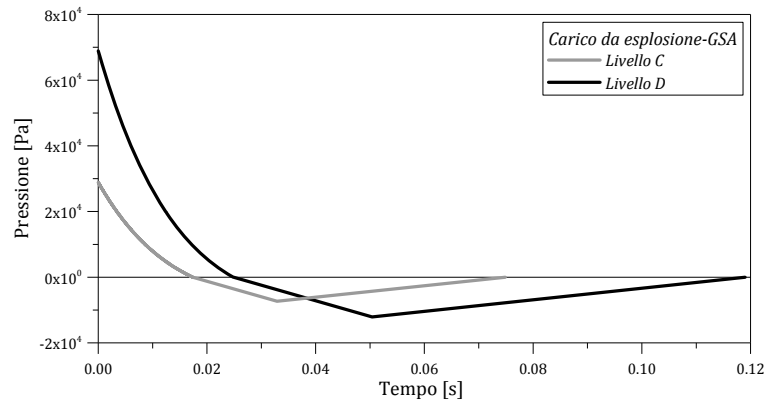


Fig.112. Andamento della pressione nel tempo per esplosioni di Livello D e C-GSA.

4.2.6.2.1. Esplosione di forte intensità (Livello D)

I risultati principali delle analisi dinamiche incrementali eseguite sui modelli M01 e M03 sottoposti ad un carico di Livello D sono proposti nelle Fig.113-114, in termini di massime tensioni di trazione nel pannello centrale di vetro (L_1), forze assiali nei cavi e corrispondenti spostamenti massimi. Ulteriori confronti sono riassunti anche nella Tabella 19.

Come proposto nella Tabella 19 e nella Fig.113, i maggiori benefici strutturali, come ci si sarebbe aspettati, possono essere osservati in termini di massime tensioni di trazione nelle lastre di vetro. La sostituzione dei CRR con CRVE di appropriate proprietà meccaniche non altera infatti la distribuzione delle tensioni sulla superficie di vetro (ovvero il picco di tensione principale viene sempre raggiunto al centro del pannello, L_1), ma evidentemente permette di ridurne l'entità in modo considerevole. Come illustrato, la massima tensione in L_1 ottenuta dal modello M03 è infatti pari a $\sigma_{vetro,max}^{M03} = 85.73MPa$ (Fig.113).

Tabella 19. Risultati numerici delle analisi dinamiche incrementali (ABAQUS).
Esplosione di forte intensità (Livello D-GSA).

Modello EF	Tensione nel vetro			Spostamento del cavo $u_{cavo,max}$ [m]	Forza assiale nel cavo $H_{cavo,max}$ [kN]	Spostamento del DVE s_{max} [m]	Scorrimento del DVE $\gamma_{max} = s_{max}/h$ [-]
	$\sigma_{vetro,max}$ [MPa]						
	L_1	L_2	L_3				
M01 (CRR)	138.18	89.30	83.40	0.44	858	-	-
M03 (CRVE)	85.73	58.18	47.94	0.41	798	0.0450	2.25
Δ [%]	38	35	43	7	7	-	-

Di conseguenza, anche le tensioni massime raggiunte in prossimità dei connettori (L_2, L_3) sono fortemente ridotte dall'introduzione dei CRVE (Tabella 19).

Un simile risultato dipende sia dalle capacità dissipative implicitamente apportate dai CRVE alla facciata convenzionale, sia dalla deformabilità aggiuntiva che tali CRVE comportano rispetto ad un classico CRR. È infatti per effetto di tale deformabilità aggiuntiva che si può anche osservare uno *shift* tra i massimi picchi di tensione proposti nella Fig.113 per i modelli M01 ed M03. Indubbiamente, un simile risultato richiede un opportuno dimensionamento del singolo DVE, ovvero un'attenta calibrazione della rigidezza k_d . In generale, al crescere di k_d , aumenta c_d (Eq.(179)) ma inevitabilmente il CRVE si comporta esattamente come un CRR e la sua efficacia viene minimizzata. Al contrario, se la rigidezza k_d del singolo DVE non è sufficientemente elevata, nel momento in cui avviene un'esplosione di forte intensità il connettore viscoelastico subirà un eccessivo scorrimento s_{max} . Per evitare la rottura del materiale VE, lo scorrimento massimo non dovrebbe infatti superare il limite $\gamma_{max} = s_{max} / h \cong 2 - 2.5$.

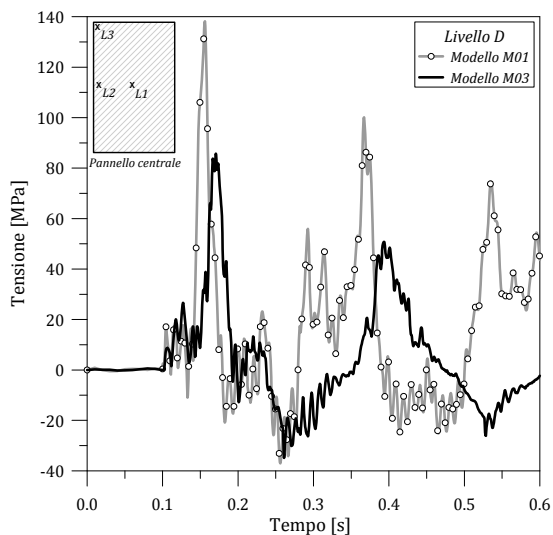


Fig.113. Tensione massima di trazione nel vetro, in funzione del tempo (ABAQUS). L1.

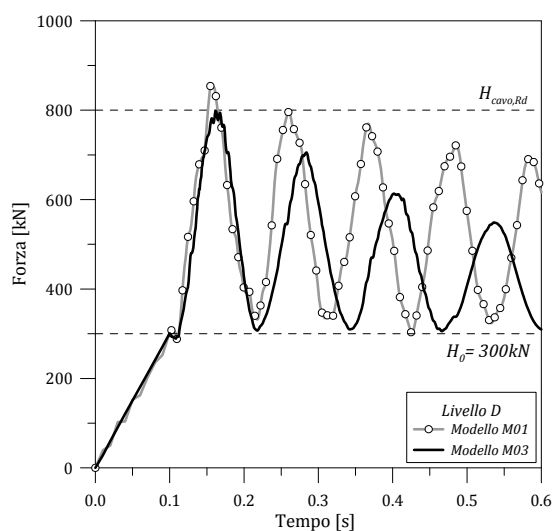


Fig.114. Forza assiale massima nel cavo, in funzione del tempo (ABAQUS).

A tal proposito, è opportuno precisare che dalle simulazioni eseguite sul modello M03 dotato dei CRVE proposti ($h = 0.02m, h = 0.03m$), è emerso che un simile dispositivo è adeguato per il carico di progetto considerato ($\gamma_{max} = 2.25$, Tabella 19). Tuttavia, non si dovrebbe ignorare che l'efficacia dei CRVE proposti è direttamente proporzionale al loro scorrimento.

Maggiore è infatti s_{max} e maggiore sarà la quantità di energia d'ingresso dissipata, ovvero maggiore sarà la mitigazione della facciata. La Fig.114, per esempio, propone l'andamento delle massime forze assiali nei cavi ottenute dall'analisi dei modelli M01 e M03. In tale circostanza, è interessante notare non solo che i CRVE permettono di ridurre sensibilmente gli effetti dell'esplosione nei cavi ($H_{cavo,max}^{M03} = 798kN < H_{cavo,Rd} = 800kN$), ma allo stesso tempo mantengono

pressoché inalterata la pretensione iniziale H_0 anche a seguito dell'evento esplosivo. Di conseguenza, anche la corrispondente configurazione deformata della facciata è caratterizzata da un minore spostamento massimo ($u_{cavo,max}^{M03} = 0.41m$, Fig.115).

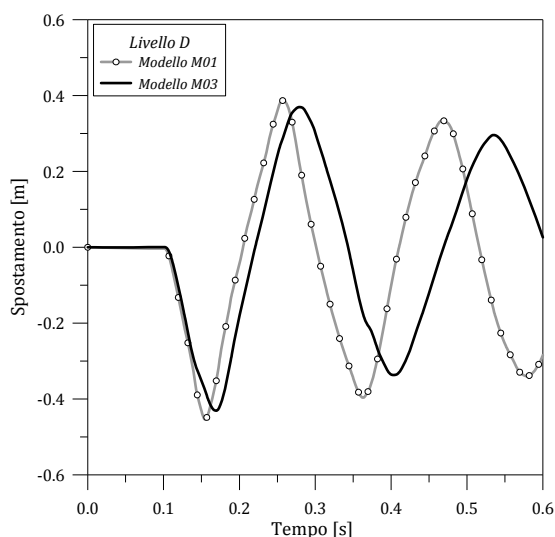


Fig.115. Spostamento massimo del cavo, in funzione del tempo (ABAQUS).

I risultati proposti dimostrano evidentemente che in presenza dei CRVE, l'esplosione di forte intensità considerata aggrava in quantità minore le componenti della facciata oggetto di studio, dal momento che la dissipazione / deformabilità introdotta dai CRVE riduce significativamente le massime tensioni e spostamenti. A tal proposito, è interessante notare che il coefficiente di smorzamento della facciata, calcolato approssimativamente come decremento logaritmico degli spostamenti proposti nella Fig.115 (Chopra 2011), risulta essere pari a $\xi^{M03} \cong 4.6\%$ per il modello M03 (CRVE) e $\xi^{M01} \cong 2.9\% = \xi_{TOT}$ per il modello M01 (CRR).

Sebbene si tratti di valori di smorzamento il cui effetto può essere trascurato nell'analisi dei massimi effetti di un evento esplosivo, tali considerazioni potrebbero essere utili in un primo dimensionamento dei DVE, come proposto nei paragrafi successivi.

4.2.6.2.2. Esplosione di media intensità (Livello C)

Ulteriori analisi dinamiche incrementali sono state eseguite in ABAQUS sottoponendo i modelli M01 e M03 ad un carico da esplosione di media intensità (Livello C-GSA, Fig.112), al fine di verificare l'efficacia di simili dispositivi in presenza di generici carichi dinamici.

I risultati principali di tali analisi sono proposti nella Tabella 20 e nelle Fig.116-118. Anche in tale circostanza, dal confronto tra i risultati ottenuti dai modelli M01 e M03, appare evidente che nonostante l'intensità del carico applicato sia ridotta, i CRVE mitigano fortemente i pannelli in vetro stratificato (Tabella 20 e Fig.116). Diversamente, i benefici nei cavi di controvento sono

più contenuti, per effetto di un minore scorrimento dei DVE (Tabella 20 e Fig.117). Nonostante le forze assiali nei cavi non subiscano riduzioni apprezzabili, per effetto della dissipazione aggiuntiva apportata dai DVE, i massimi spostamenti della facciata ne risultano comunque limitati in modo significativo (Fig.118). Indubbiamente, si tratta solo di risultati preliminari, ma questi potrebbero costituire un interessante punto di riferimento per ulteriori indagini e per un adeguato dimensionamento dei connettori CRVE.

Tabella 20. Risultati numerici delle analisi dinamiche incrementali (ABAQUS). Esplosione di media intensità (Livello C-GSA).

Modello EF	Tensione nel vetro			Spostamento del cavo $u_{cavo,max}$ [m]	Forza assiale nel cavo $H_{cavo,max}$ [kN]	Spostamento del DVE s_{max} [m]	Scorrimento del DVE $\gamma_{max} = s_{max}/h$ [-]
	$\sigma_{vetro,max}$ [MPa]						
	L_1	L_2	L_3				
M01 (CRR)	45.84	33.15	29.84	0.19	385	-	-
M03 (CRVE)	26.52	15.09	14.68	0.14	382	0.0193	0.96
Δ [%]	42	54	51	26	1	-	-

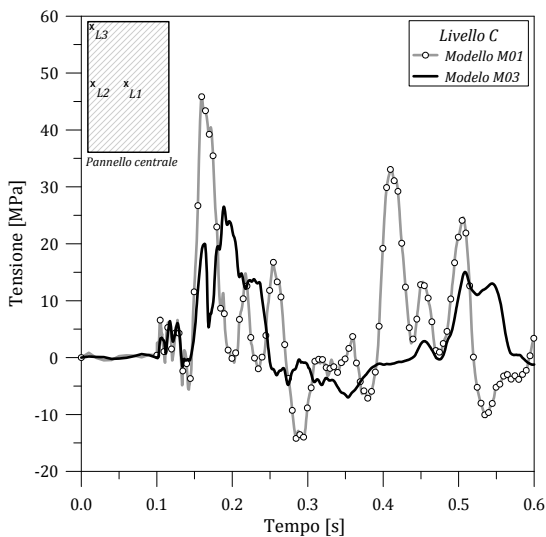


Fig.116. Tensione massima di trazione nel vetro, in funzione del tempo (ABAQUS). L1.

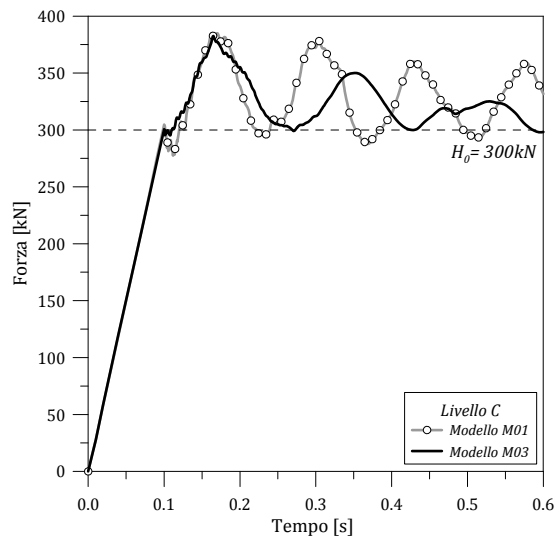


Fig.117. Forza assiale massima nel cavo, in funzione del tempo (ABAQUS).

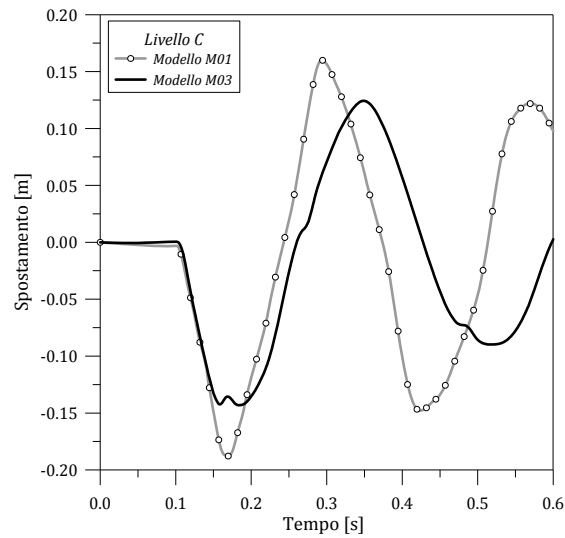


Fig.118. Spostamento massimo del cavo, in funzione del tempo (ABAQUS).

4.2.6.3. Considerazioni energetiche

Lo studio dei dispositivi viscoelastici proposti non può prescindere da alcune considerazioni di carattere energetico. A tale scopo, nella Fig.119 viene proposto l'incremento di energia elastica $\Delta E_{elastica}$ registrata rispettivamente nell'intero sistema in vetro-acciaio e nei soli pannelli di vetro per effetto di un'esplosione di Livello D. Analogamente, nella Fig.120 si illustra l'incremento di energia cinetica $\Delta E_{cinetica}$ nel sistema in vetro-acciaio e nei cavi di controvento, per effetto della medesima esplosione. In entrambi i casi, le curve sono state ottenute dalle analisi dinamiche incrementali eseguite sui modelli M01 e M03.

Da una prima analisi di tali risultati, appare evidente che entrambi gli incrementi totali $\Delta E_{elastica}$ e $\Delta E_{cinetica}$ risultano sensibilmente ridotti nel modello M03, per effetto dei CRVE. L'incremento di energia elastica $\Delta E_{elastica}$, dipendente dalla deformazione elastica dei pannelli in vetro stratificato, dei cavi pretesi e dei CRVE, rappresenta il primo termine di energia assorbito dalla facciata, e in genere viene solo parzialmente rilasciato negli istanti successivi all'esplosione. Come già osservato in precedenza, tale incremento di energia interessa principalmente i cavi pretesi ($\Delta E_{elastica}^{cavi}$), mentre è pressoché nullo nelle lastre di vetro ($\Delta E_{elastica}^{vetro} \cong 0$, Fig.119). Evidentemente, un opportuno dimensionamento dei CRVE permette di ridurre tale incremento di energia sia in termini totali, che nelle singole componenti della facciata, come proposto nella Fig.119. Allo stesso tempo, si è già osservato che l'incremento di energia cinetica $\Delta E_{cinetica}$, dipendente dalla velocità acquisita dal sistema per effetto dell'esplosione, interessa principalmente i pannelli di vetro.

In tale contesto, è interessante notare che l'utilizzo di adeguati CRVE riduce sensibilmente tale incremento di energia, nelle lastre di vetro così come nei cavi di controvento (Fig.120). Nel contempo, è opportuno notare che parte dell'incremento totale di energia viene assorbito dai CRVE, di conseguenza il loro utilizzo risulta maggiormente benefico nella risposta globale del sistema studiato.

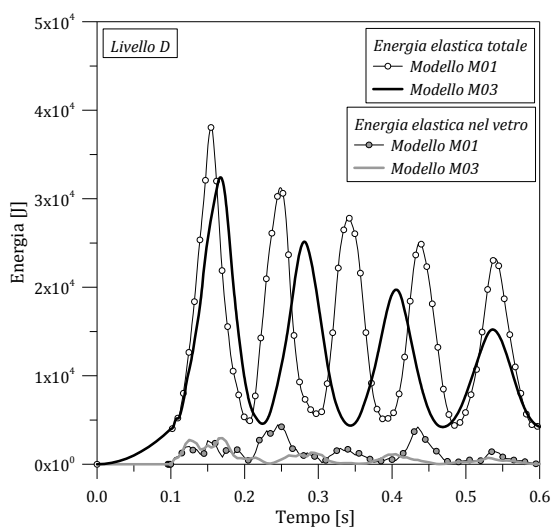


Fig.119. Energia elastica totale e nel vetro, in funzione del tempo (ABAQUS). L1.

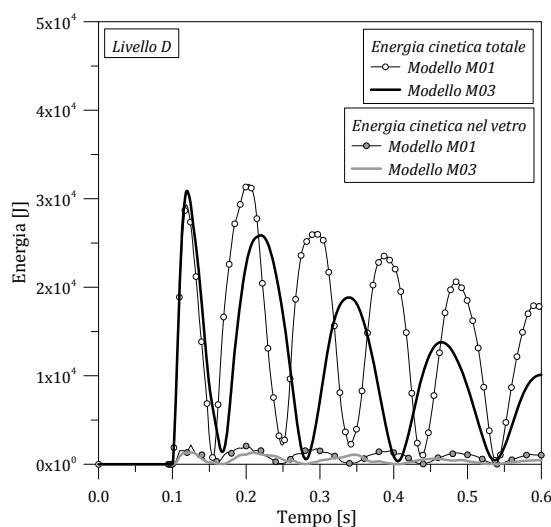


Fig.120. Energia cinetica totale e nel vetro, in funzione del tempo (ABAQUS).

4.2.6.4. Procedura analitica

Al paragrafo 4.2.4.3 si è osservato che mediante alcune considerazioni di carattere energetico è possibile stimare, con buona accuratezza, i massimi effetti di un dato carico da esplosione su una facciata sostenuta da cavi pretesi, nell'ipotesi che questa non sia dotata di alcun dispositivo di mitigazione. Nel caso analizzato (Livello D-GSA), i risultati ottenuti si sono infatti rivelati coerenti con i risultati numerici (Tabella 17).

Come proposto nella Tabella 21, il livello di approssimazione con il quale si possono stimare gli effetti di un'esplosione si mantengono pressoché costanti, anche in presenza di carichi impulsivi di medio/bassa intensità.

In tale contesto, è interessante notare che mediante opportune considerazioni di tipo energetico, la procedura analitica precedentemente discussa può essere utilizzata anche per una stima dei massimi effetti di una data esplosione sulla facciata equipaggiata con CRVE.

Tabella 21. Confronto tra risultati numerici e analitici per la facciata sottoposta a carichi da esplosione (CRR).

CRR	Esplosione di forte intensità (Livello D-GSA)			Esplosione di media intensità (Livello C-GSA)		
	ABAQUS Modello M01	Procedura analitica	$R = \text{an./num.}$ [-]	ABAQUS Modello M01	Procedura analitica	$R = \text{an./num.}$ [-]
T_0 [s]	0.26	0.28 (Eq.(143))	1.08	0.26	0.28 (Eq.(143))	1.08
u_{max} [m]	0.43	0.44 (Eq.(146))	1.00	0.19	0.20 (Eq.(146))	1.05
\dot{u}_{max} [m/s]	13.96	17.58 (Eq.(147))	1.26	4.46	5.57 (Eq.(147))	1.25
H_{max} [kN]	858	951 (Eq.(149))	1.11	385	440 (Eq.(149))	1.14

4.2.6.4.1. Risposta dinamica della facciata dotata di CRVE

La sostituzione dei classici CRR con i CRVE proposti implica l'introduzione nel sistema in vetro-acciaio di deformabilità e capacità dissipative aggiuntive. Di conseguenza, il sistema MDOF dotato di CRVE può essere assimilato ad un sistema SDOF equivalente avente massa m^* (Eq.(141)) e proprietà elastiche/dissipative equivalenti (k_{TOT}^* , c_{TOT}^*) direttamente dipendenti dalle caratteristiche dei singoli DVE (k_d , c_d) utilizzati in ciascun CRVE.

Nello specifico, k_{TOT}^* può essere ragionevolmente stimata come la rigidità equivalente di un sistema SDOF nel quale il singolo cavo preteso di rigidità k^* (Eq.(142)) è disposto in serie con CRVE disposti lungo l'altezza della facciata con un interasse costante i_{VE} (Fig.121).

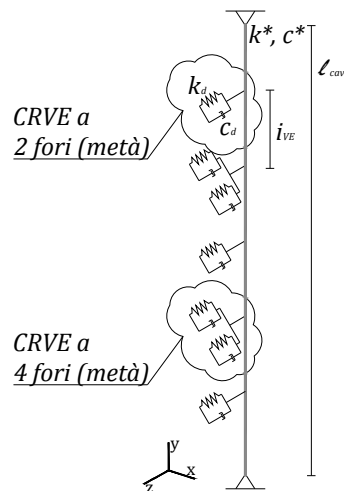


Fig.121. Modello semplificato per l'analisi di una facciata a cavi pretesi dotata di CRVE e sottoposta a un carico da esplosione.

In tale ipotesi, la rigidità k_{VE}^* dei soli CRVE è data da (Chopra 2011):

$$k_{VE}^* = \int_0^{l_{cavo}} k_d(x) \psi(x)^2 dx = \frac{8}{15} \frac{nk_d}{i_{VE}} l_{cavo}, \quad (180)$$

con n il numero di DVE costituenti ciascun CRVE (in presenza di connettori a 4 e 2 fori si dovrebbe considerare $n = 2$) e $\psi(x)$ una funzione di forma parabolica.

Di conseguenza:

$$k_{TOT}^* = \frac{1}{\frac{1}{k_{VE}^*} + \frac{1}{k^*}}, \quad (181)$$

e il periodo fondamentale della facciata dotata di CRVE diventa:

$$T_{0,VE}^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^*}{k_{TOT}^*}} \geq T_0^*. \quad (182)$$

Evidentemente, in presenza di CRVE estremamente rigidi $T_{0,VE}^* \equiv T_0^*$ e l'efficacia dei dispositivi proposti è nulla. In modo analogo, il coefficiente di smorzamento totale in presenza di CRVE è dato da:

$$\xi_{TOT}^* = \frac{c_{TOT}^*}{2m^* \omega_{0,VE}^*}, \quad (183)$$

con $\omega_{0,VE}^*$ la frequenza fondamentale del sistema (Eq.(181)). Nell'Eq.(182), inoltre, c_{TOT}^* è dato da:

$$c_{TOT}^* = \frac{1}{\frac{1}{c_{VE}^*} + \frac{1}{c^*}}, \quad (184)$$

con

$$c_{VE}^* = \int_0^{l_{cavo}} c_d(x) \psi(x)^2 dx = \frac{8}{15} \frac{n c_d}{i_{VE}} l_{cavo} \quad (185)$$

e

$$c^* = 2M \xi_{TOT}^* \omega_0^* \quad (186)$$

il coefficiente di smorzamento della facciata convenzionale ($\xi_{TOT} = 2.9\%$), ω_0^* la frequenza fondamentale (Eq.(143)) e $M = 668Kg$ la massa totale. Nonostante dalle simulazioni numeriche precedentemente discusse sia emerso che c^* è trascurabile, in questa procedura analitica sarebbe opportuno tenerne conto per stimare in modo accurate gli effetti apportati dai CRVE proposti. Nell'esempio analizzato, infatti, si ottiene uno smorzamento totale con CRVE pari a $\xi_{TOT}^* \cong 5.4\%$ (Eq.(183)).

Indubbiamente, un simile risultato quantifica solo in modo approssimativo il contributo dissipativo apportato alla facciata dai CRVE. Tuttavia, rappresenta un'informazione importante da considerare in fase di dimensionamento degli stessi CRVE. A questo proposito, è interessante notare che lo smorzamento totale stimato per il modello M03 dotato di CRVE come decremento

logaritmico degli spostamenti proposti nella Fig.118, è $\xi^{M03} \cong 4.6\%$. Come ci si sarebbe aspettati, $\xi^{M03} < \xi_{TOT}^*$, per effetto delle approssimazioni inevitabilmente introdotte nella procedura analitica.

Tuttavia, una volta noti i parametri equivalenti dello SDOF, è possibile stimare con buona approssimazione il comportamento della facciata dotata di CRVE in presenza di un'esplosione di generica intensità. A tale scopo, è necessario eseguire un ulteriore procedimento iterativo. Il massimo spostamento $u_{TOT,max}$ dello SDOF dovrebbe infatti essere calcolato mediante l'Eq.(146), sostituendo k^* (Eq.(142)) con k_{TOT}^* (Eq.(181)). È importante precisare che lo spostamento $u_{TOT,max}$ così ottenuto non rappresenta l'inflessione effettiva della facciata per effetto dell'esplosione, ma uno spostamento totale da utilizzare nei passaggi successivi. Si tratta infatti di uno spostamento massimo $u_{TOT,max}$ che non prende ancora in considerazione il contributo mitigativo dei CRVE. Di conseguenza, $u_{TOT,max}$, essendo uno spostamento ottenuto in funzione dell'impulso totale I , è superiore all'inflessione effettiva della facciata. Tuttavia, la conoscenza di $u_{TOT,max}$ è fondamentale per poter stimare lo scorrimento massimo dei DVE per effetto dell'esplosione.

Dal momento che i DVE lavorano in serie con i cavi di controvento (Fig.121), il loro massimo spostamento può infatti essere stimato ragionevolmente come:

$$s_{max} = \frac{u_{TOT,max} k^*}{k_{VE}^* + k^*}. \quad (187)$$

Per evitare possibili lacerazioni nel materiale VE a seguito dell'esplosione, s_{max} dovrebbe soddisfare la condizione $\gamma_{max} = s_{max}/h = 2 - 2.5$.

Allo stesso tempo, l'Eq.(187) permette di calcolare la massima energia elastica effettivamente assorbita dai CRVE. L'energia totale d'ingresso $E_{blast} = I^2/2M$ viene infatti assorbita in parte dai cavi ($\Delta E_{elastica}^{cavi}$) ed in parte dai CRVE ($\Delta E_{elastica}^{VE}$), con:

$$E_{elastica}^{VE} = \frac{1}{2} k_{VE}^* s_{max}^2. \quad (188)$$

Di conseguenza, l'impulso totale I viene trasferito dai CRVE ai cavi di controvento non interamente, ma solo in termini di impulso ridotto I_{rid} :

$$I_{rid} = I - \Delta I_{VE} = I - \sqrt{E_{elastica}^{VE} 2M}. \quad (189)$$

In tali ipotesi, per stimare lo spostamento massimo dei cavi e le corrispondenti forze assiali dovuti all'esplosione "effettiva" di impulso I_{rid} (Eq.(189)), tenendo conto della deformabilità e capacità dissipativa apportate dai CRVE, è necessario eseguire una terza procedura iterativa. Lo spostamento dei cavi u_{max} (Eq.(146)) può essere determinato semplicemente sostituendo I con

I_{rid} (Eq.(189)) e k^* (Eq.(142)) con k_{TOT}^* (Eq.(181)). La corrispondente velocità massima è quindi data dall'Eq.(147)), con $I \equiv I_{rid}$, mentre la massima pretensione nei cavi per effetto dell'esplosione è data dall'Eq.(149)).

Indubbiamente, una simile procedura analitica permette di stimare solo in modo approssimativo il comportamento dinamico della facciata dotata di CRVE. Allo stesso tempo, non fornisce alcuna indicazione riguardo le tensioni raggiunte nelle lastre di vetro per effetto dell'esplosione. Tuttavia, il confronto tra i risultati numerici e analitici riportati nella Tabella 22 dimostra la validità del modello.

Tabella 22. Confronto tra risultati numerici e analitici per la facciata sottoposta a carichi da esplosione (CRVE).

CRVE	Esplosione di forte intensità (Livello D-GSA)			Esplosione di media intensità (Livello C-GSA)		
	ABAQUS Modello M03	Procedura analitica	$R= an./num.$ [-]	ABAQUS Modello M03	Procedura analitica	$R= an./num.$ [-]
u_{max} [m]	0.41	0.39 (Eq.(146))	0.95	0.14	0.16 (Eq.(146))	1.14
\dot{u}_{max} [m/s]	11.17	14.35 (Eq.(147))	1.28	3.68	4.17 (Eq.(147))	1.13
H_{max} [kN]	798	810 (Eq.(149))	1.02	382	389 (Eq.(149))	1.02
s_{max} [kN]; γ_{max} [kN];	0.0450 ; 2.25	0.0452 (Eq.(187)) ; 2.26	1.00	0.0193 ; 0.96	0.0197 (Eq.(187)) ; 0.98	1.02

4.2.6.5. Dimensionamento dei dispositivi viscoelastici

Sulla base di quanto proposto ai paragrafi precedenti, il predimensionamento dei dispositivi VE proposti ed una stima dei massimi effetti di una data esplosione sulla facciata dotata di CRVE potrebbe ragionevolmente essere eseguito in accordo con i seguenti passaggi:

- 1) Scelta del carico da esplosione di progetto (definizione dell'impulso totale I_{TOT});
- 2) Predimensionamento della facciata dotata di CRR;
- 3) Analisi semplificata della facciata dotata di CRR (**primo procedimento iterativo**): determinazione del massimo spostamento u_{max} (Eq.(146)), della massima velocità \dot{u}_{max} (Eq.(147)) e della massima pretensione nei cavi H_{max} (Eq.(149));
- 4) Introduzione dei CRVE
 - a. Scelta di valori opportuni per la rigidezza k_d e lo smorzamento c_d di ciascun DVE;
 - b. Calcolo dei parametri dinamici equivalenti dello SDOF dotato di CRVE (k_{TOT}^* (Eq.(181)), T_{0VE}^* (Eq.(182)), ξ_{TOT}^* (Eq.(183));
 - c. Stima dello spostamento totale $u_{TOT,max}$ (Eq.(146)) e dello scorrimento massimo s_{max} di ciascun DVE (Eq.(187)) (**secondo procedimento iterativo**). Il massimo

scorrimento s_{max} non dovrebbe superare il limite $\gamma_{max} = 2 - 2.5$. Se tale condizione non è soddisfatta, i DVE così dimensionati non sono adeguati a resistere al carico da esplosione di progetto (punto 4a);

- d. Determinazione della massima energia elastica $\Delta E_{elastica}^{VE}$ assorbita dai CRVE per effetto dell'esplosione (Eq.(188));
 - e. Calcolo dell'impulso ridotto I_{rid} al quale è effettivamente sottoposta la facciata dotata di CRVE (Eq.(189));
 - f. Stima dei massimi effetti dell'impulso ridotto I_{rid} sulla facciata dotata di CRVE (**terzo procedimento iterativo**): massimo spostamento u_{max} (Eq.(146)), massima velocità \dot{u}_{max} (Eq.(147)) e massima pretensione nei cavi H_{max} (Eq.(149)).
- 5) Modellazione EF della facciata dotata di CRVE;
 - 6) Verifica del sistema in vetro-acciaio.

Nonostante si tratti di una procedura semplificata che indubbiamente dipende dalla variabilità del carico da esplosione di progetto, così come dalle proprietà meccaniche che caratterizzano il comportamento dinamico dei dispositivi proposti, essa permette di stimare ragionevolmente i massimi effetti di una data esplosione e di analizzare il contributo mitigativo apportato dai CRVE al sistema convenzionale.

È inoltre interessante notare che il sistema viscoelastico proposto manifesta i propri benefici strutturali in presenza di esplosioni di forte così come di medio / bassa intensità, risultando quindi mitigativo per la facciata in presenza di un carico dinamico di generica intensità (es. vento).

4.3. Facciate a pannelli

Le *facciate a pannelli* rappresentano una tipologia di facciata continua sviluppatasi tra gli anni cinquanta e gli anni ottanta. Esse costituiscono la soluzione tecnica maggiormente utilizzata nella realizzazione di *curtain walls* per gli edifici moderni.

Il tipico sistema a pannelli è composto da unità preassemblate in fabbrica ed installate in cantiere. Ciascuna unità preassemblata (modulo) è costituita da un pannello in vetro (monolitico, stratificato o vetro-camera), da un telaio di supporto (realizzato mediante profili in alluminio estruso) e da una giuntura in silicone strutturale, mediante la quale il pannello viene fissato al telaio (Fig.122). Tali pannelli, in genere, si estendono da un piano all'altro dell'edificio, e vengono fissati alla struttura principale retrostante mediante dei sistemi di staffe metalliche rigide.



Fig.122. Esempio di facciata a pannelli.

4.3.1. Caso studio

La facciata a pannelli oggetto di studio è costituita da unità modulari aventi altezza 2.75m e larghezza 1.55m. Il pannello in vetro stratificato ha uno spessore totale pari a 24.52mm, ottenuto per assemblaggio di due lastre in vetro semplice (*annealed*, $t_1 = t_2 = 10\text{mm}$) ed un intercalare in PVB ($t_{int} = 4.52\text{mm}$). Il pannello di vetro è collegato al telaio in alluminio mediante una sigillatura continua in silicone strutturale (spessore $t_{silicone} = 6\text{mm}$, larghezza $b_{silicone} = 20\text{mm}$). Sia i montanti che i traversi del telaio consistono in profili tubolari in alluminio, aventi sezione trasversale di dimensioni 200mm x 50mm (con spessore $t_{montante} = 10\text{mm}$, momenti d'inerzia $J_{xx} = 1.39 \times 10^{-5} \text{m}^4$ e $J_{yy} = 1.12 \times 10^{-6} \text{m}^4$, Fig.123).

I montanti verticali sono ipotizzati connessi rigidamente alle estremità a staffe metalliche bullonate alla struttura portante (es. soletta in c.a.). In tal modo, in presenza di carichi ordinari esterni (es. carichi statici, vento,...), non si possono verificare spostamenti relativi nei punti di fissaggio dei montanti (Fig.124).

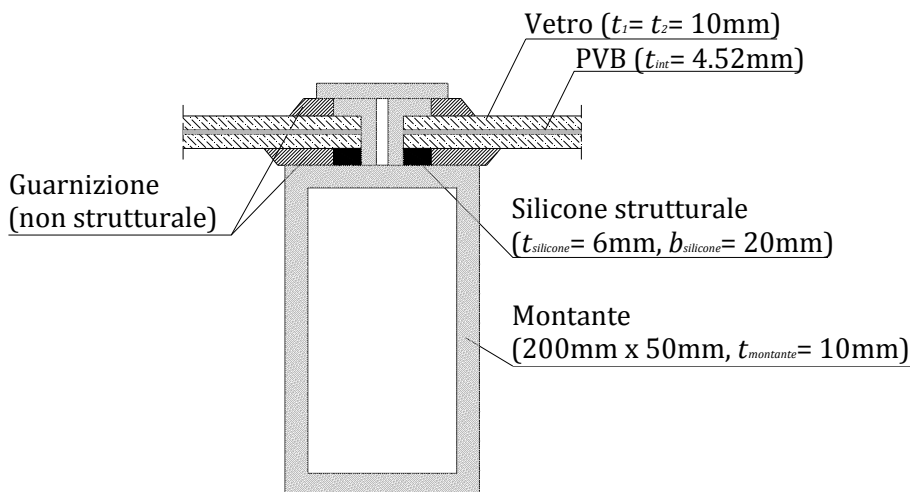


Fig.123. Esempio di sezione trasversale di un montante e di connessione con i pannelli in vetro stratificato.

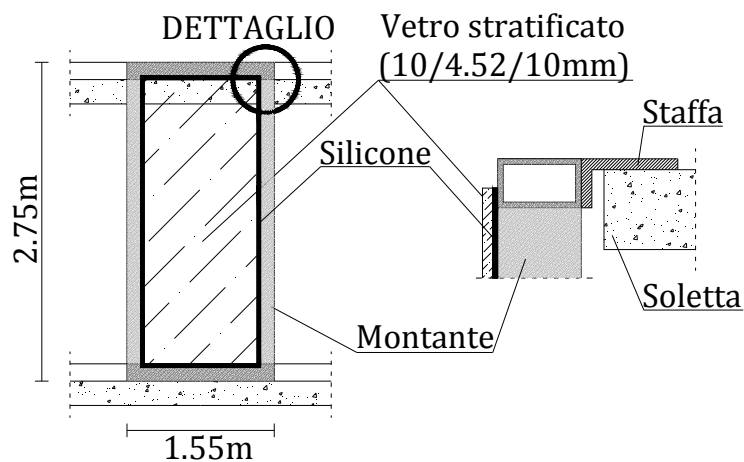


Fig.124. Modulo di una facciata a pannelli e schema di connessione alla struttura retrostante (sezione).

Generalmente, i carichi esterni vengono trasferiti dalle lastre di vetro al silicone strutturale sottoforma di due diverse componenti di azione. La prima componente agisce ortogonalmente al piano del pannello, provocando tensioni normali nel silicone. La seconda componente (*splitting force*) agisce invece nel piano delle lastre di vetro, pertanto provoca tensioni taglienti nel silicone. Entrambe le componenti di sollecitazione vengono quindi trasferite dal silicone al telaio di supporto e successivamente, mediante le staffe rigide di fissaggio, alla struttura retrostante.

4.3.2. Modello EF della facciata a pannelli

Per simulare con sufficiente accuratezza il comportamento dinamico della facciata a pannelli analizzata, pur evitando l'impiego di modellazioni sofisticate, è stato utilizzato il codice di calcolo non lineare ABAQUS (2009). Due diversi modelli EF sono stati realizzati per lo stesso sistema in vetro-acciaio, al fine di evidenziare gli effetti sulla risposta globale del sistema di un'eventuale rottura delle lastre di vetro, così come dell'eventuale plasticizzazione del telaio di supporto, in occasione di un evento esplosivo di forte intensità (Livello D). Entrambi i modelli EF (FP01, FP02) consistono nel pannello in vetro stratificato, nella guarnizione in silicone strutturale e nel telaio in alluminio.

Il primo (FP01), in particolare, è un modello in cui sia il vetro che gli elementi tubolari in alluminio hanno un comportamento elastico lineare. Il secondo modello EF (FP02) è invece ottenuto assegnando al materiale vetro un comportamento elasto-fragile ed un comportamento elastoplastico ai tubolari in alluminio, come specificato nel seguito.

In entrambe le circostanze, il pannello in vetro stratificato è stato modellato mediante elementi *shell* multistrato (*composite shell*, S4R), in grado di fornire risultati accurati in campo non lineare, consentendo al tempo stesso di considerare gli spessori effettivi delle lastre di vetro e dell'intercalare in PVB (10/4.52/10mm). Sulla base di uno studio di convergenza preliminare, è stata applicata al pannello una *mesh* con maglia quadrata di 50mm x 50mm. Inoltre, per descrivere con precisione la geometria effettiva dell'unità in vetro-acciaio analizzata, alle *shell* è stato applicato un offset $t_{offset} = 12.26\text{mm}$ rispetto al proprio asse baricentrico. Larcher e Solomos (2010), da un confronto tra risultati numerici ottenuti mediante modelli EF ad elementi *shell* multistrato o ad elementi 3D, hanno recentemente dimostrato che le *composite shells* sono in grado di descrivere in modo accurato il comportamento dinamico di un pannello in vetro stratificato sottoposto a carichi da esplosione, specialmente nelle situazioni in cui si rompono entrambe le lastre di vetro. Gli elementi tubolari in alluminio sono invece stati modellati mediante elementi *beam* tridimensionali (B31), aventi una sezione trasversale tubolare in grado di descrivere con precisione l'effettiva geometria ed inerzia ($t_{montante} = 10\text{mm}$, $J_{xx} = 1.39 \times 10^{-5} \text{m}^4$, $J_{yy} = 1.12 \times 10^{-6} \text{m}^4$). Anche in tal caso, per la *mesh* degli elementi *beam* si è fatto riferimento ad un elemento base di lunghezza pari a 50mm.

In accordo con Weggel e Zapata (2008), la connessione tra montanti e traversi del telaio è stata descritta come una cerniera priva di rigidità rotazionale (*join*). Indubbiamente, una simile ipotesi è valida nel campo dei piccoli spostamenti, ma costituisce una semplificazione accettabile anche in tale contesto. Analogamente, i nodi di estremità dei montanti verticali direttamente fissati alle staffe rigide, sono stati modellati mediante appoggi puntuali (*pin*). Si tratta di un'ipotesi di modellazione che descrive l'effettivo vincolo apportato al telaio dalle staffe rigide. Per effetto di un'esplosione, i vertici del telaio non possono infatti traslare, di conseguenza vengono trasmesse alla struttura retrostante importanti reazioni.

Infine, il pannello in vetro stratificato è stato collegato al telaio di supporto mediante una guarnizione di silicone strutturale ($t_{silicone} = 6\text{mm}$, $b_{silicone} = 20\text{mm}$), introdotta nel modello EF sottoforma di molle equivalenti caratterizzate da rigidzze assiale k_n , tagliante k_v , torsionale k_t coerenti con i valori suggeriti da Weggel et al. (2007). Per ciascuna di tali molle equivalenti, in particolare, un nodo è stato collegato ad un nodo perimetrale del pannello in vetro, mentre il secondo nodo è stato collegato al nodo corrispondente nella *mesh* dei tubolari in alluminio (Fig.125).

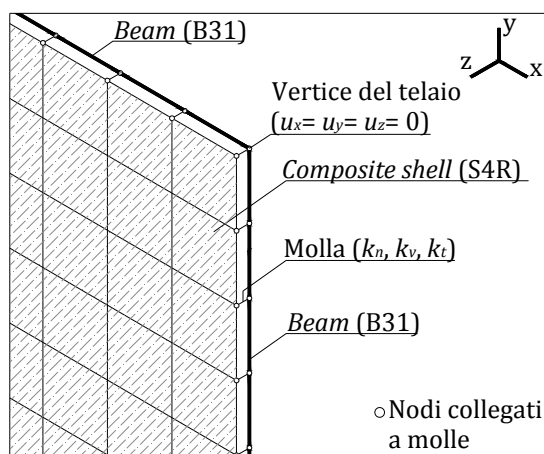


Fig.125. Dettagli di modellazione (modelli FP01 e FP02).

Per descrivere il più realisticamente la risposta dinamica del sistema analizzato, si è tenuto conto anche degli eventuali effetti dello smorzamento.

Nello specifico, è stato considerato uno smorzamento totale $\xi_{TOT} = 1.75\%$ rappresentativo dello smorzamento aerolastico, strutturale e del PVB, stimato in riferimento a dati disponibili in letteratura (Weggel e Zapata 2008; Feng et al. 2009). In realtà, come proposto ai paragrafi successivi, si tratta di un termine di smorzamento che non ha alcun effetto sul comportamento dinamico del sistema.

4.3.2.1. Proprietà dei materiali

Tutte le simulazioni numeriche svolte sui modelli FP01 ed FP02 della facciata a pannelli sono state eseguite considerando per i vari materiali le proprietà meccaniche riportate nella Tabella 23. In particolare, per evidenziare gli eventuali effetti della rottura del vetro sulla risposta strutturale del pannello, nel modello FP02 è stato utilizzato un modello basato sulla meccanica della frattura (Sommer 1969). In ABAQUS, l'opzione *brittle cracking* permette infatti di descrivere il comportamento di materiali fragili come il vetro, nei quali si possono formare fessurazioni per trazione.

Tabella 23. Proprietà dei materiali.

	Modulo di Young E [N/m ²]	Coefficiente di Poisson ν [-]	Densità [kg/m ³]	Comportamento [-]
Vetro	7×10^{10}	0.23	2490	Elastico lineare (FP01); Elasto-fragile (FP02)
PVB	5×10^8	0.49	660	Elastoplastico
Alluminio	7×10^{10}	0.30	2700	Elastico lineare (FP01); Elastoplastico (FP02)

Tale modello è basato su un semplice criterio di Rankine: non appena viene raggiunta la resistenza a trazione prestabilita σ_R , la lastra di vetro si rompe e la rigidezza dell'elemento fessurato viene rimossa dal modello. La fessura è irreversibile, ovvero se il vetro si rompe, rimarrà fessurato fino al termine dell'analisi. Tuttavia, una fessura si può richiudere completamente se le tensioni in essa diventano di compressione, e riaprirsi successivamente. In questa specifica circostanza, in accordo con Weggel e Zapata (2008), si è fatto riferimento ad un valore di resistenza a trazione pari a $\sigma_R = 75.8 \text{ MPa}$.

In ABAQUS, l'opzione *brittle cracking* viene regolata dall'energia specifica di frattura. Nel caso specifico, si è fatto riferimento ad un valore per il vetro pari a $G_f^I = 50 \text{ J/m}^2$. Allo stesso tempo, è necessario utilizzare assieme all'opzione *brittle cracking* un ulteriore modello che descriva il comportamento post-rottura del vetro. Un simile risultato può essere ottenuto mediante l'opzione *brittle shear*, nella quale la rigidezza tangenziale del vetro fessurato è definita in funzione dell'apertura delle fessure stesse. La riduzione della rigidezza tangenziale nel vetro può essere descritta mediante una formula esponenziale:

$$\rho(e_{nn}^{ck}) = \left(1 - \frac{e_{nn}^{ck}}{e_{max}^{ck}} \right)^p, \quad (190)$$

dove $\rho(e_{nn}^{ck})$ rappresenta il fattore di riduzione, e_{nn}^{ck} è l'ampiezza della deformazione post-rottura, p e e_{max}^{ck} sono parametri che dipendono dal tipo di materiale. Nel caso specifico, per il vetro si sono considerati i valori $p = 2$ e $e_{max}^{ck} = 0.01$. Indubbiamente, questi parametri dovrebbero essere calibrati con molta attenzione, dal momento che da essi dipendono i risultati delle simulazioni. È per questo motivo che nel caso specifico sono state eseguite alcune calibrazioni con dati sperimentali disponibili in letteratura, ottenendone, come proposto nei paragrafi successivi, interessanti validazioni.

Per quanto riguarda invece l'intercalare in PVB, si è fatto riferimento ad una curva caratteristica elastoplastica ($\sigma_{y,PVB} = 11 \text{ MPa}$), con un allungamento a rottura pari al 300% (Larcher e Solomos 2010). Inoltre, dato che le esplosioni sono caratterizzate da una durata limitata ed il comportamento del PVB dipende fortemente dalla durata di applicazione del carico, si è assunto per il materiale un modulo "vetroso" di rigidezza tagliante G_{PVB} (*glassy modulus*), corrispondente

a $E_{pVB} = 500MPa$ (Tabella 23). Infine, nel modello FP02 è stata presa in considerazione anche l'eventuale plasticizzazione del telaio in alluminio, assumendo per il materiale una resistenza caratteristica di snervamento $\sigma_{yk} = 200MPa$.

4.3.2.2. Analisi numeriche preliminari

4.3.2.2.1. Validazione numerica

Evidentemente, il vetro è un materiale fragile e la sua possibile rottura non dovrebbe essere trascurata nella simulazione di un evento esplosivo. Per questo motivo, sono state eseguite in ABAQUS alcune analisi numeriche preliminari, atte a validare le ipotesi di modellazione precedentemente illustrate.

Inizialmente, sono stati presi in considerazione gli esperimenti eseguiti da Kranzer et al. (2005) su un pannello in vetro stratificato (3/1.5/3mm) sottoposto a carico da esplosione. I dati sperimentali sono stati ottenuti, in particolare, sottoponendo un pannello di dimensioni 1.1m x 0.9m ad un'esplosione tale da garantire la rottura di entrambe le lastre di vetro (0.125Kg HE alla distanza di 2m). Come proposto nelle Fig.126-127, il confronto tra spostamenti e velocità sperimentali e numerici conferma la validità del modello EF realizzato.

Inoltre, per lo stesso pannello, è possibile notare anche una buona corrispondenza tra il quadro fessurativo sperimentale e numerico (Fig.128).

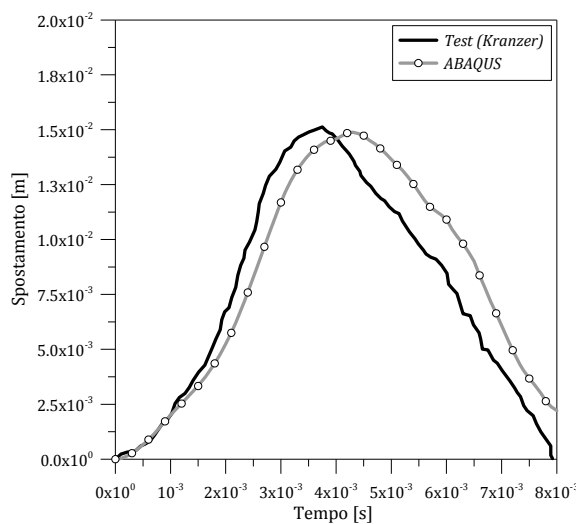


Fig.126. Confronto tra i massimi spostamenti al centro del pannello, in funzione del tempo. Dati sperimentali (Kranzer et al. 2005) e numerici (ABAQUS).

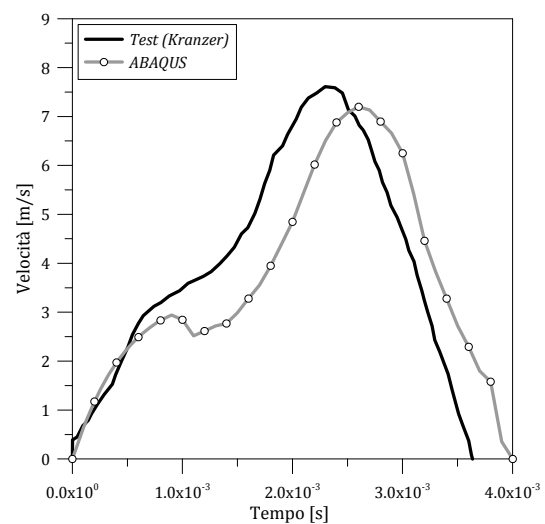


Fig.127. Confronto tra le massime velocità del pannello, in funzione del tempo. Dati sperimentali (Kranzer et al. 2005) e numerici (ABAQUS).

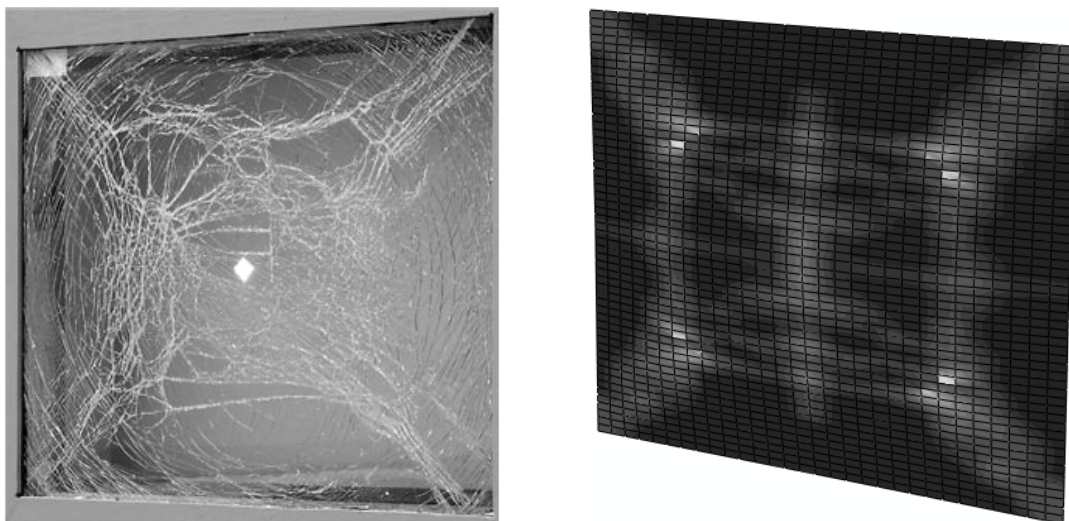


Fig.128. Stato fessurativo del pannello al termine della prova sperimentale (Kranzer et al. 2005) e della simulazione numerica (ABAQUS, energia di danneggiamento).

Successivamente, sono stati eseguiti ulteriori confronti con dati sperimentali disponibili in letteratura. Morison (Larcher e Solomos 2010), per esempio, ha testato un pannello in vetro stratificato (spessore 7.5mm, dimensioni 1.25m x 1.55m) in presenza di 60Kg di TNT posti a 12m di distanza dal pannello. Anche in tal caso, i risultati sperimentali e numerici sono in accordo (Fig.129).

Conclusioni simili possono essere estese anche ai confronti proposti nella Fig.130, nella quale vengono proposti i dati sperimentali registrati da Hooper su un pannello in vetro stratificato (3/1.52/3mm) di dimensioni 1.5m x 1.2m, sottoposto alla detonazione di 17Kg di TNT alla distanza di 10m (Larcher e Solomos 2010).

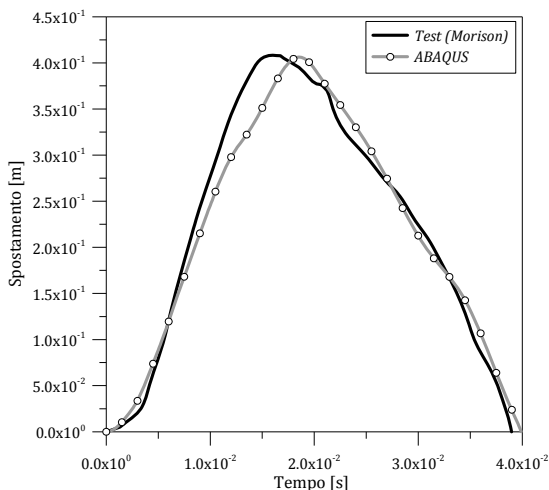


Fig.129. Confronto tra i massimi spostamenti al centro del pannello, in funzione del tempo. Dati sperimentali (Morison (Larcher e Solomos 2010)) e numerici (ABAQUS).

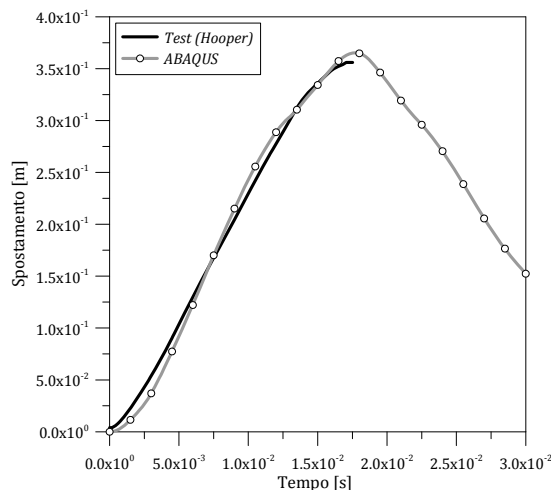


Fig.130. Confronto tra i massimi spostamenti al centro del pannello, in funzione del tempo. Dati sperimentali (Hooper (Larcher e Solomos 2010)) e numerici (ABAQUS).

4.3.2.2.2. Analisi numeriche (FP01, FP02) – Rottura del vetro

Una volta validato il modello adottato per descrivere il comportamento elasto-fragile del vetro, sono state eseguite sui modelli FP01 e FP02 diverse analisi numeriche, per analizzarne il comportamento dinamico ed individuarne le criticità in presenza di un evento esplosivo di forte intensità. Inizialmente, è stato analizzato solo il modello elastico lineare FP01. Su questo modello, si sono eseguite sia un'analisi modale ed un'analisi dinamica incrementale. Dal momento che la facciata a pannelli studiata subisce deformazioni notevoli per effetto di carichi da esplosione di forte intensità, in tutte le simulazioni è stata presa in considerazione la non linearità geometrica.

L'analisi modale del modello FP01 ha permesso di osservare che il periodo fondamentale del sistema elastico è $T_1^{FP01} = 0.040s$. La corrispondente forma modale è proposta nella Fig.131. Successivamente, su entrambi i modelli, è stata eseguita un'analisi dinamica incrementale, non lineare. In tali analisi, della durata totale di 0.2s (incremento 0.0005s), il pannello è stato sottoposto ad un carico da esplosione di Livello D-GSA, descritto nel modello EF come un carico uniformemente distribuito, impulsivo, $q_{blast\ D}$ rappresentativo di entrambe le fasi positiva e negativa della *blast wave* proposta nella Fig.112. In tale circostanza, infatti, l'impulso totale è più gravoso sulla struttura rispetto alla sola fase positiva del carico. I risultati ottenuti dai modelli FP01 e FP02 sono quindi stati confrontati per evidenziare gli effetti della rottura del vetro. Come osservato da Dharani e Wei (2004) e da Weggel e Zapata (2008), in un pannello semplicemente appoggiato sottoposto ad un carico uniformemente distribuito, le massime tensioni di trazione vengono sempre raggiunte al centro del pannello.

A tale proposito, nella Fig.132 si propone l'andamento delle massime tensioni di trazione ottenute, per i modelli FP01 e FP01, al centro della lastra di vetro non direttamente esposta all'onda di pressione. È possibile osservare che se il vetro ha un comportamento elastico lineare (FP01), la massima tensione $\sigma_{vetro,max}^{FP01} = 120MPa$ viene raggiunta all'istante $t = 0.13s$. Il periodo di oscillazione del sistema, in tal caso, è $T_1^{FP01} \cong 0.040s$ (Fig.132). Evidentemente, il pannello è particolarmente rigido. Un simile effetto dipende tanto dal comportamento elastico lineare dei materiali, quanto dalle dimensioni delle singole componenti del modulo analizzato (specialmente il telaio in alluminio), così come dai supporti rigidi forniti dalle staffe di fissaggio convenzionali. Diversamente, se si utilizza un modello elasto-fragile per il vetro (FP02), la massima tensione $\sigma_{vetro,max}^{FP02} = \sigma_R = 75.8MPa$ viene raggiunta all'istante $t = 0.0075s$ (Fig.132). Quando la lastra di vetro si frattura, inoltre, le tensioni di trazione monitorate al centro del pannello subiscono un'improvvisa e netta riduzione; al tempo stesso, modificano rapidamente la loro distribuzione sull'intera superficie del pannello. Dalle simulazioni eseguite è emerso che l'andamento delle tensioni di trazione nelle due lastre di vetro è pressoché identico, in ogni istante del moto. Di conseguenza, come accade generalmente nei modelli a *shell* multistrato

sottoposti a carichi da esplosione, la seconda lastra di vetro (nel caso esaminato è la lastra direttamente esposta all'esplosione), si rompe immediatamente dopo la prima (Larcher e Solomos 2010).

Dal momento che il vetro fessurato può reagire solo a carichi di compressione e l'intercalare tende a manifestare un comportamento plastico membranale, è evidente che la risposta dinamica dell'intero sistema analizzato ne risulta fortemente modificata. A tale proposito, è opportuno precisare che nelle analisi svolte si è osservata la plasticizzazione dell'intercalare in PVB, ma non la rottura a seguito della fessurazione del vetro.

Nella Fig.133 si propongono i massimi spostamenti al centro del pannello ottenuti dai modelli FP01 e FP02. Tali curve rappresentano lo spostamento relativo del pannello in vetro, ovvero la differenza tra la massima deformazione del pannello e lo spostamento registrato nella mezzeria dei montanti verticali del telaio. Come proposto, dopo la rottura del vetro, lo spostamento massimo del pannello aumenta significativamente ed improvvisamente ($u_{vetro,max}^{FP01} = 0.027m$, $u_{vetro,max}^{FP02} = 0.158m$, Fig.133), così come il periodo di vibrazione del sistema ($T_1^{FP02} \cong 3T_1^{FP01}$).

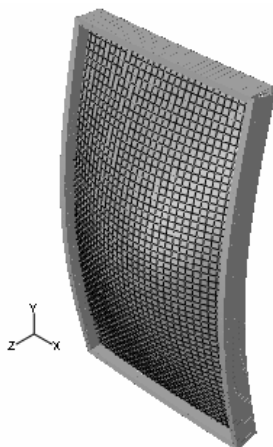


Fig.131. Prima forma modale del modello FP01 (ABAQUS).

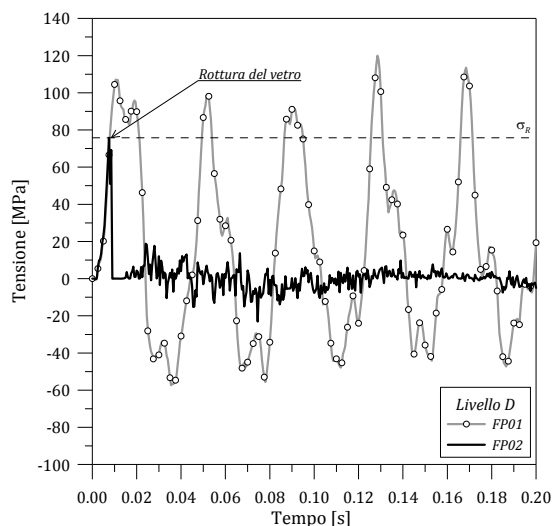


Fig.132. Tensione massima nel vetro, in funzione del tempo (ABAQUS).

Indipendentemente dalla rottura o meno del vetro, la sigillatura di silicone strutturale rappresenta certamente una criticità nella facciata a pannelli studiata. In essa, infatti, per effetto dell'esplosione le tensioni taglienti subiscono un incremento tale da determinarne, nei casi peggiori, la rottura. Chiaramente, una simile situazione dovrebbe essere evitata, dal momento che comporterebbe il completo distacco del pannello di vetro dal telaio retrostante, ovvero il collasso della struttura.

A tale proposito, nella Fig.134 si propone un confronto tra le massime tensioni di taglio monitorate nel silicone (involuppo massimo lungo il telaio) dei modelli FP01 e FP02. La rottura del vetro solo parzialmente contribuisce a ridurre le massime tensioni nel silicone, che in

entrambi i casi restano piuttosto elevate ($\tau_{\text{silicone,max}}^{\text{FP01}} = 5.59\text{MPa}$, $\tau_{\text{silicone,max}}^{\text{FP02}} = 4.16\text{MPa}$).

Indubbiamente, risultati simili non possono essere accettati. Da alcune prove sperimentali eseguite da Hautekeer et al. (2001) è infatti emerso che la resistenza media a taglio di un tipico silicone strutturale, in presenza di carichi da esplosione, è in media $\tau_R = 1.7\text{Pa}$.

Dalle simulazioni eseguite è emerso che anche il telaio in alluminio è fortemente sollecitato dall'esplosione di progetto. Nella Fig.135 si propongono infatti le massime tensioni assiali nei montanti verticali. È opportuno notare, in tale contesto, che la resistenza ultima del materiale è $\sigma_{Rk} = 250\text{MPa}$, mentre la tensione di snervamento vale $\sigma_{yk} = 200\text{MPa}$. Se le lastre di vetro si rompono (FP02), le massime tensioni si riducono da $\sigma_{\text{montante,max}}^{\text{FP01}} = 225\text{MPa}$ a $\sigma_{\text{montante,max}}^{\text{FP02}} = 177\text{MPa}$ (Fig.135), quindi la rottura del vetro non evita la plasticizzazione dei montanti.

Nonostante si tratti di un fenomeno secondario, sarebbe opportuno limitare le massime tensioni assiali nel telaio ad un valore massimo $\sigma_{Rd} \cong 0.7\sigma_{Rk} = 175\text{MPa}$. Tali valori di tensione sono infatti associati a deformazioni significative dei montanti verticali ($u_{\text{montante,max}}^{\text{FP01}} = 0.0033\text{m}$, $\approx 1/85$ dell'altezza, e $u_{\text{montante,max}}^{\text{FP01}} = 0.0025\text{m}$, $\approx 1/155$ dell'altezza). Tuttavia, analisi preliminari hanno dimostrato che in presenza di un carico da vento ordinario ($q_{\text{vento}} = 0.75\text{kN/m}^2$), il pannello di vetro rimane elastico ($\sigma_{\text{vetro,max}}^{\text{FP01}} = \sigma_{\text{vetro,max}}^{\text{FP02}} = 3\text{MPa}$) e l'inflessione dei montanti in alluminio è pressoché nulla ($u_{\text{montante,max}}^{\text{FP01}} = u_{\text{montante,max}}^{\text{FP02}} = 0.0005\text{m} < 1/5500$ dell'altezza).

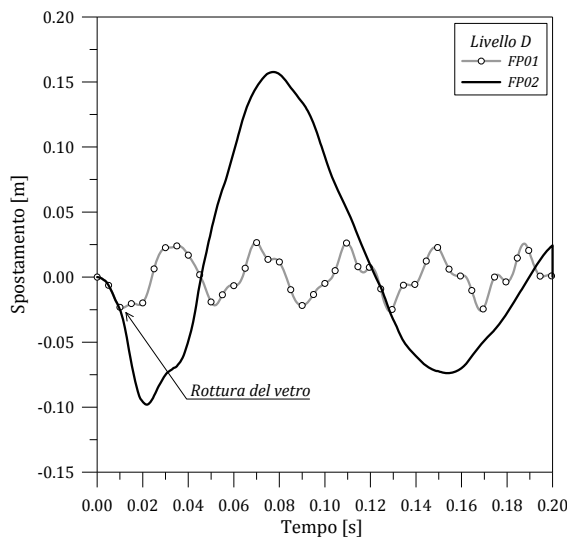


Fig.133. Spostamento massimo al centro del pannello, in funzione del tempo (ABAQUS).

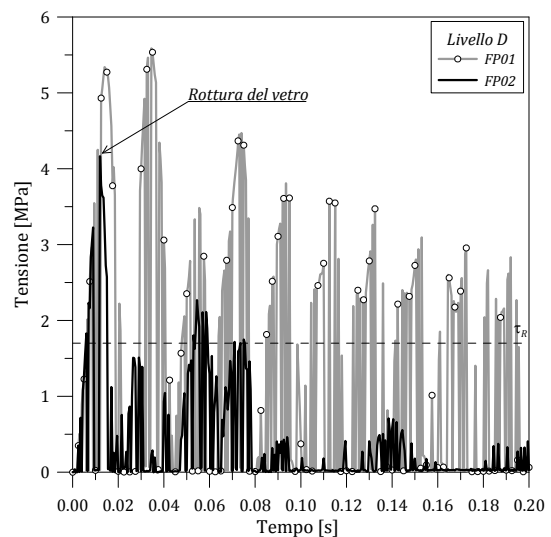


Fig.134. Tensione tangenziale massima nel silicone (involuppo massimo), in funzione del tempo (ABAQUS).

Infine, un ulteriore aspetto da non trascurare nella progettazione di sistemi simili resistenti alle esplosioni consiste nelle massime reazioni trasmesse dal telaio di supporto alla struttura retrostante. Nella Fig.136 si può infatti notare che in entrambi i modelli FP01 e FP02, nonostante il vetro si rompa, vengono trasferite alle staffe di supporto notevoli reazioni per effetto dell'esplosione considerata ($R_{max}^{FP01} = 65kN$ e $R_{max}^{FP02} = 45kN$).

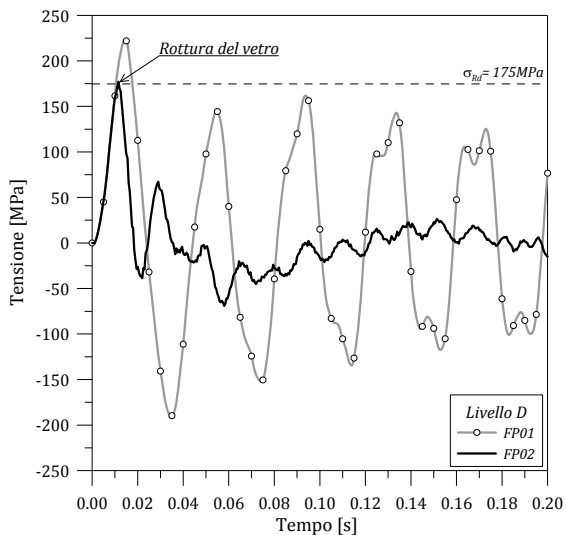


Fig.135. Massime tensioni assiali nei montanti verticali, in funzione del tempo (ABAQUS).

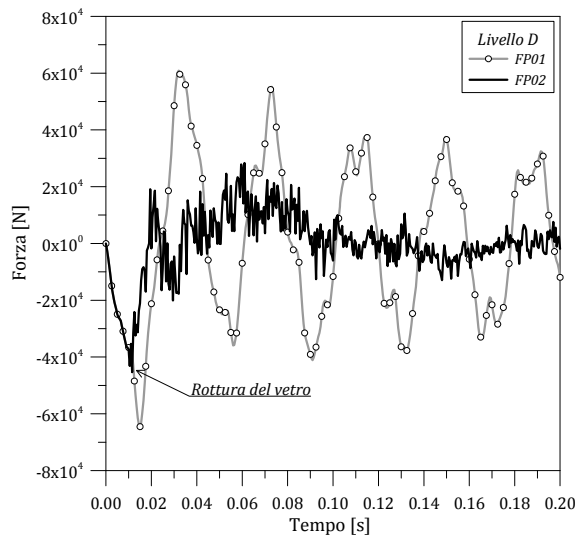


Fig.136. Massima reazione trasmessa alle staffe rigide, in funzione del tempo (ABAQUS).

4.3.3. Dispositivi viscoelastici

Sulla base dei risultati ottenuti, al fine di mitigare le componenti della facciata da un'eventuale esplosione di forte intensità, vengono analizzati gli effetti di opportuni dispositivi viscoelastici, inseriti nei punti in cui i montanti verticali sono fissati rigidamente alle staffe convenzionali (Fig.137).

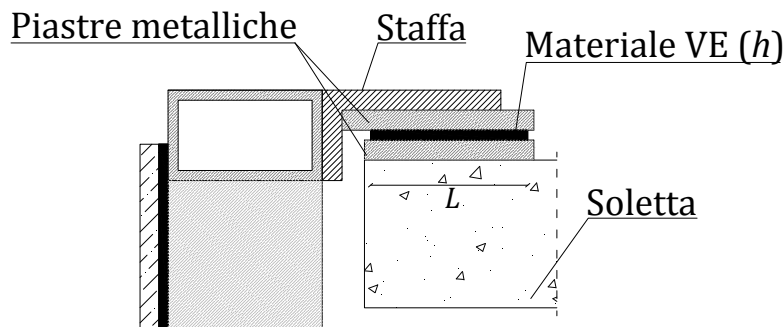


Fig.137. Schema di funzionamento di un possibile dispositivo VE (sezione).

Un simile dispositivo può essere realizzato mediante due piastre metalliche ed uno strato di materiale VE ad esse interposto. La piastra inferiore è direttamente fissata alla struttura retrostante (soletta in c.a.,...) mediante una serie di bulloni di ancoraggio, mentre la piastra superiore è fissata alla staffa metallica convenzionale. In questo modo, per effetto dell'esplosione, il dispositivo può scorrere nella direzione ortogonale al piano della facciata. Si tratta inoltre di un dispositivo di semplice realizzazione ed installazione.

Generalmente, un dispositivo viscoelastico sottoposto ad eccitazione armonica a temperatura ambiente ha un comportamento elastico lineare (Lai et al. 1996). Di conseguenza, assumendo una tensione tagliante sinusoidale $\tau(t) = \tau_0 \sin(\omega t)$ con frequenza ω , la deformazione corrispondente $\gamma(t)$ è:

$$\gamma(t) = \gamma_0 \sin(\omega t - \delta), \tag{191}$$

con δ l'angolo di fase, τ_0 e γ_0 la tensione e deformazione di picco che ne definiscono il ciclo isteretico. Come già osservato in precedenza (paragrafo 4.2.6), nelle applicazioni strutturali le proprietà elastiche e viscosi del materiale VE vengono comunemente espresse in termini di rigidezza k_d e coefficiente di smorzamento c_d , i quali dipendono sia dalle proprietà meccaniche del materiale che dalle dimensioni dello strato VE. Nel caso specifico, si sono considerati i valori tipici di una gomma naturale ad alto smorzamento ($G' = 1 \text{ MPa}$, $\eta = 0.6$, (Soong e Dargush 1997)), ipotizzando per lo strato dissipativo una forma quadrata ($A = L^2$) di spessore h prefissato.

In tali ipotesi, il singolo modulo in vetro-acciaio analizzato equipaggiato da 4 dispositivi VE, può essere assimilato ad un sistema semplificato i cui parametri dinamici sono k_{tot} , c_{tot} e m_{tot} (Fig.138).

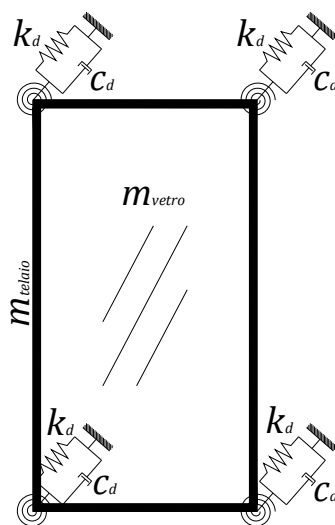


Fig.138. Facciata a pannelli dotata di dispositivi VE. Modello schematico.

In prima approssimazione, il telaio in alluminio ed il pannello in vetro stratificato possono essere considerati infinitamente rigidi ed aventi una massa tale che:

$$m_{tot} = m_{vetro} + m_{telaio}. \quad (192)$$

La rigidità di tale sistema semplificato ($k_{tot} = 4k_d$) dipende invece dalle proprietà meccaniche del sistema di dispositivi VE proposto (4 dispositivi). In tal modo, è possibile calcolare:

$$\omega = \sqrt{\frac{k_{tot}}{m_{tot}}} = \sqrt{\frac{4k_d}{m_{vetro} + m_{telaio}}} \quad (193)$$

e

$$c_{tot} = 4c_d. \quad (194)$$

Di conseguenza, lo smorzamento totale del sistema analizzato risulta:

$$\xi_{tot} = \frac{c_{tot}}{2m_{tot}\omega} = \frac{\eta}{2} = 30\%. \quad (195)$$

Indubbiamente, si tratta di un approccio semplificato che permette di stimare in modo approssimativo il coefficiente c_{tot} , dal momento che nel sistema reale il pannello di vetro ed il telaio non sono infinitamente rigidi. Si tratta inoltre di una procedura che non permette di considerare gli effetti di un'eventuale rottura del vetro. Tuttavia, le Eq.(193) e (194) possono essere utili in uno studio preliminare del comportamento dinamico della facciata analizzata.

4.3.3.1. Modellazione dei dispositivi viscoelastici (FP03)

Al fine di analizzare gli effetti dei dispositivi proposti nella risposta dinamica del sistema in vetro-acciaio sottoposto ad un'esplosione di Livello D, è stato realizzato in ABAQUS un ulteriore modello EF (FP03). Il modello FP03 consiste quindi nel modello FP02 equipaggiato di quattro dispositivi VE. Il singolo dispositivo, inserito in corrispondenza dei vertici del telaio di supporto, è modellato sottoforma di una molla (*axial connector*) di rigidità k_d disposta in parallelo con un dissipatore puntuale (*dashpot*, c_d). Al fine di evidenziarne gli effetti, sono state eseguite alcune analisi dinamiche incremental parametriche, mantenendo costante lo spessore del materiale VE ($h=20\text{mm}$) e variando la dimensione L dello stesso in un intervallo prestabilito (Tabella 24).

È interessante notare che nella Tabella 10 vengono riportati anche i periodi fondamentali T_1^{FP03} del modello FP03 equipaggiato da diversi dispositivi VE. Si tratta di risultati numerici ottenuti da una serie di analisi modali di tale modello. Come proposto, i dispositivi VE modificano significativamente il periodo fondamentale della facciata con staffe rigide convenzionali ($T_1^{FP03} > T_1^{FP02} = 0.040\text{s}$). Minore è la rigidità k_d e maggiore è il periodo T_1^{FP03} corrispondente. Indubbiamente, si tratta di risultati che non considerano la rottura delle lastre di vetro; tuttavia

forniscono informazioni interessanti da prendere in considerazione in un primo dimensionamento di si positivi simili. Nella stessa tabella vengono riportati anche i valori dei periodi fondamentali $T^* = 2\pi/\omega$ stimati mediante la procedura analitica precedentemente discussa (Eq.(193)). È possibile notare una buona corrispondenza tra i valori analitici T^* ed i corrispondenti risultati numerici T_1^{FP03} .

Tabella 24. Proprietà meccaniche dei dispositivi VE (FP03).

Dispositivo VE	L [m]	k_d [N/m]	$k_{montante}/k_d$ [-]	c_d (Eq.(194)) [N/m]	T^* [s]	T_1^{FP03} (ABAQUS) [s]
VE-L16	0.16	1280000	1	5690	0.047	0.059
VE-L12	0.12	720000	3	4274	0.062	0.075
VE-L04	0.04	80000	24	1425	0.187	0.209

4.3.3.2. Analisi numeriche parametriche (FP03) – Esplosione di forte intensità (Livello D)

I principali risultati delle analisi parametriche eseguite sul modello FP03 sono proposte nelle Tabelle 25-26. Nella Tabella 25, in particolare, si presenta un confronto tra i massimi effetti di un'esplosione di Livello D nelle lastre di vetro (massimo spostamento, rottura), nella sigillatura di silicone (involuppo massimo delle tensioni taglianti lungo il montante), nei dispositivi VE (massimo scorrimento). Ulteriori confronti sono riassunti nella Tabella 26, in termini di massimi effetti nei montanti in alluminio (spostamenti, tensioni assiali) e nelle staffe di fissaggio (massime reazioni).

In generale, la distribuzione di tensioni massime di trazione nel vetro è simile a quanto proposto nella Fig.132 per il modello FP02, quindi i dispositivi VE proposti non evitano la rottura del pannello. Tuttavia, importanti benefici strutturali possono essere osservati nel silicone strutturale, in termini di una netta riduzione delle massime tensioni tangenziali (Tabella 25). Un simile effetto dipende solo in parte dalle specifiche caratteristiche meccaniche dei dispositivi VE utilizzati ($\tau_{silicone,max}^{FP03} = 1.075MPa$ per VE-L16 e $\tau_{silicone,max}^{FP03} = 1.512MPa$ per VE-L04), ed in generale i risultati ottenuti permettono di osservare che, nell'esempio considerato, l'inserimento dei dispositivi VE impedisce la rottura della sigillatura in silicone per effetto dell'esplosione.

Di conseguenza, interessanti benefici vengono trasferiti anche ai montanti ed alle staffe di supporto (Tabella 26). Tuttavia, per massimizzare l'efficacia di tali dispositivi, non si dovrebbe ignorare che nel dimensionamento degli stessi è fondamentale assumere un valore opportuno per k_d . Nelle Tabelle 25-26 i dispositivi VE-L16 e VE-L04 rappresentano infatti due condizioni limite. Il primo dispositivo è eccessivamente rigido, pertanto non è in grado di compiere scorrimenti sufficientemente elevati per effetto di un'esplosione di forte intensità. Il secondo p

invece un dispositivo estremamente deformabile, pertanto non è in grado di resistere adeguatamente all'esplosione di progetto.

Per evitare la lacerazione dello strato dissipativo nei dispositivi VE, lo scorrimento massimo dovrebbe infatti essere tale da rispettare la condizione $\gamma_{max} \cong 2 - 2.5$. In tali ipotesi, il dispositivo VE-L12 si dimostra quindi il più adatto nell'esempio considerato. Inoltre, nel dimensionamento dei dispositivi VE, sarebbe opportuno ricordare che maggiore è la rigidità k_d e maggiori saranno gli effetti dell'esplosione nelle componenti della facciata a pannelli.

Tabella 25. Risultati numerici delle analisi parametriche eseguite sul modello FP03 (ABAQUS). Esplosione di Livello D. Vetro, silicone e dispositivi VE.

VE device	Spostamento vetro $u_{vetro,max}$ [m]	Rottura vetro; Apertura fessure [s]	Tensione silicone $\tau_{silicone,max}$ [MPa]	Spostamento dispositivo VE s_{max} [m]	Scorrimento dispositivo VE $\gamma_{max} = s_{max}/h$ [-]
Staffe rigide (FP02)	0.0981	Yes ; 0.0075	4.164	-	-
VE-L16	0.0209	Yes ; 0.0075	1.075	0.0288	1.44
VE-L12	0.0194	Yes ; 0.0077	1.212	0.0398	1.98
VE-L04	0.0170	Yes ; 0.0081	1.512	0.1029	5.15

Tabella 26. Risultati numerici delle analisi parametriche eseguite sul modello FP03 (ABAQUS). Esplosione di Livello D. Montanti e staffe.

VE device	Spostamento montanti $u_{montanti,max}$ [m]	Tensione montanti $\sigma_{montanti,max}$ [MPa]	Reazione staffe R_{max} [kN]
Staffe rigide (FP02)	0.0245	177.24	45.31
VE-L16	0.0118	81.11	43.30
VE-L12	0.0102	69.91	35.47
VE-L04	0.0064	44.20	11.60

Nella Fig.139 si propone lo spostamento massimo al centro del pannello per la facciata non dotata di dispositivi VE (FP02) e per il sistema equipaggiato con dispositivi VE-L12 (FP03). Chiaramente, sebbene le lastre di vetro si rompano in entrambi i casi, i dispositivi VE riducono significativamente lo spostamento del pannello ($u_{vetro,max}^{FP02} = 0.0981m$, $u_{vetro,max}^{FP03} = 0.0194m$). Analogamente, la sigillatura in silicone strutturale è fortemente mitigata dai dispositivi VE ($\tau_{silicone,max}^{FP02} = 4.164MPa$, $\tau_{silicone,max}^{FP03} = 1.212MPa$, Fig.140), e per la resistenza considerata ($\tau_R = 1.7MPa$, Hautekeer et al. 2001) è possibile affermare che dispositivi VE opportunamente dimensionati permettono di preservare l'integrità della facciata anche in presenza di carichi da esplosione di forte intensità.

Anche lo spostamento massimo dei montanti si riduce sensibilmente a seguito dell'introduzione dei dispositivi VE ($u_{montante,max}^{FP02} \cong 1/110$ dell'altezza e $u_{montante,max}^{FP03} \cong 1/270$, Tabella 26). Si tratta di un effetto dovuto sia alla capacità dissipativa dei dispositivi VE sia alla deformabilità aggiuntiva che essi introducono nel sistema in vetro-acciaio fissato mediante staffe rigide convenzionali. Una tale riduzione di spostamento, non solo evita la plasticizzazione dei montanti a seguito dell'esplosione ($\sigma_{montante,max}^{FP02} = 177.24MPa$, $\sigma_{montante,max}^{FP03} = 69.12MPa$, Fig.141), ma riduce fortemente le massime reazioni trasmesse alle staffe di fissaggio del telaio ($R_{max}^{FP02} = 45.31kN$, $R_{max}^{FP03} = 35.47kN$, Fig.142).

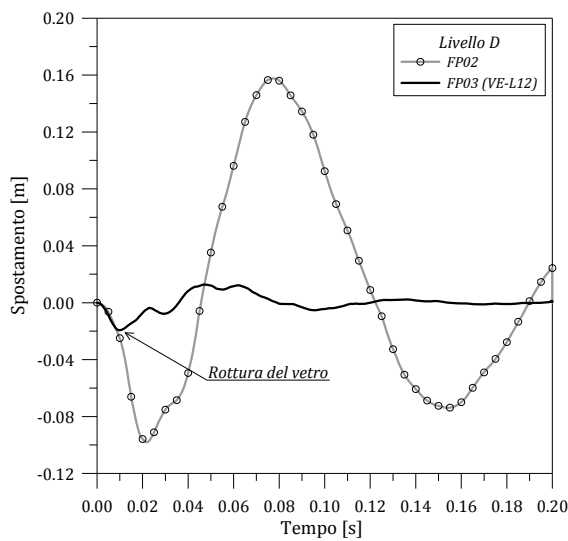


Fig.139. Spostamento massimo al centro del pannello, in funzione del tempo (ABAQUS).

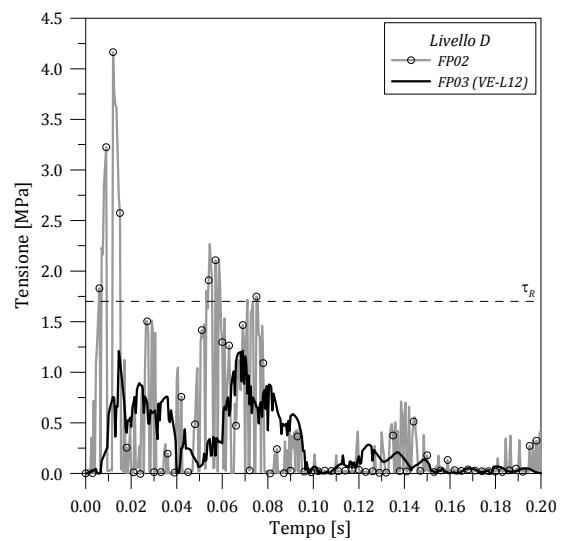


Fig.140. Tensione tangenziale massima nel silicone (inviluppo massimo), in funzione del tempo (ABAQUS).

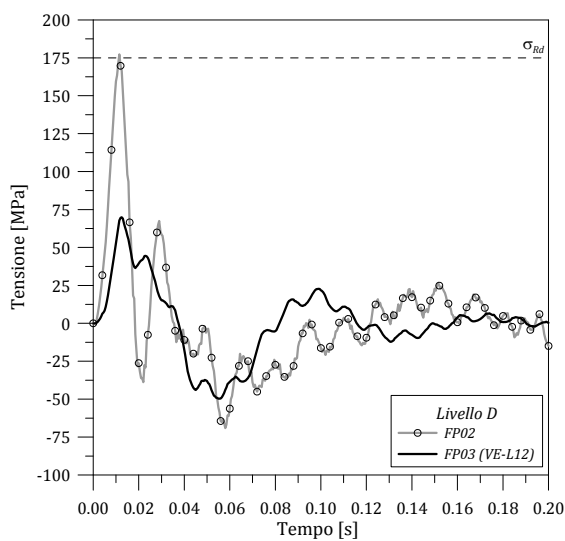


Fig.141. Massime tensioni assiali nei montanti verticali, in funzione del tempo (ABAQUS).

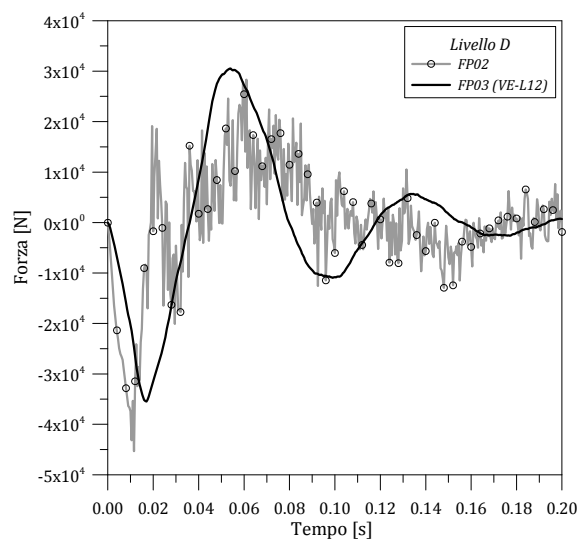


Fig.142. Massima reazione trasmessa alle staffe rigide, in funzione del tempo (ABAQUS).

In generale, le componenti strutturali della facciata a pannelli analizzata risultano fortemente mitigate dal sistema di dispositivi VE proposti. Si tratta di benefici strutturali che dipendono principalmente dalla deformabilità aggiuntiva apportata al sistema convenzionale dai dispositivi VE. Allo stesso tempo, la capacità dissipativa di tali dispositivi contribuisce a migliorare la risposta dinamica globale del sistema analizzato.

4.3.3.3. Considerazioni energetiche

Anche dal punto di vista energetico, l'introduzione dei dispositivi VE proposti comporta notevoli miglioramenti. L'energia associata ad un evento esplosivo, generalmente, si trasmette nelle componenti della facciata e quindi nella struttura retrostante nella forma di:

- energia elastica $\Delta E_{elastica}$, funzione della deformazione elastica delle componenti principali della facciata;
- energia cinetica $\Delta E_{cinetica}$, dipendente dalla velocità acquisita dal sistema in oscillazione;
- energia plastica $\Delta E_{plastica}$, rappresentativa di eventuali deformazioni plastiche dei materiali (intercalare in PVB o telaio in alluminio);
- energia di danneggiamento $\Delta E_{rottura}$, dissipata per effetto della rottura del vetro;
- energia viscosa $\Delta E_{viscosa}$, rappresentativa delle capacità dissipative della facciata a pannelli (smorzamento aeroelastico e strutturale) e dei dispositivi VE proposti (se presenti).

A tal proposito, nelle Fig.143-144 si propongono i bilanci energetici di una facciata a pannelli convenzionale (staffe rigide, FP02) e di una facciata dotata di dispositivi VE (VE-L12, FP03).

In presenza di staffe rigide di supporto (Fig.143), il sistema non è in grado di dissipare in modo significativo parte dell'energia d'ingresso. Il termine $\Delta E_{viscosa}$ è infatti trascurabile, mentre la dissipazione avviene quasi totalmente per effetto della rottura del vetro ($\Delta E_{rottura}$) e della plasticizzazione dell'intercalare in PVB ($\Delta E_{plastica}$).

Diversamente, in presenza di dispositivi VE opportunamente dimensionati, la dissipazione viscosa diventa il termine prevalente nel bilancio energetico del sistema e, nonostante le lastre di vetro si rompano, gli ulteriori termini di dissipazione di energia sono pressoché nulli ($\Delta E_{plastica} = \Delta E_{rottura} \cong 0$, Fig.144). Allo stesso tempo, per effetto dell'azione mitigativa dei dispositivi VE, sia l'energia elastica che l'energia cinetica assorbite rispettivamente dal pannello in vetro stratificato e dal telaio in alluminio si riducono drasticamente, dimostrando quindi un migliore comportamento dinamico del sistema analizzato.

Il fatto che l'energia di danneggiamento $\Delta E_{rottura}$ e l'energia plastica $\Delta E_{plastica}$ siano pressoché nulle in presenza di dispositivi VE trova giustificazione in un ulteriore confronto eseguito tra il modello FP03 (VE-L12) e lo stesso modello caratterizzato da lastre di vetro a comportamento

elastico lineare. Per quanto riguarda l'energia di danneggiamento $\Delta E_{rottura}$, è infatti emerso che in presenza di dispositivi VE la fessurazione nel vetro è molto contenuta, e limitata alla sola parte centrale del pannello. È per questo motivo che le curve proposte nella Fig.145 sono approssimativamente coincidenti ($\sigma_{vetro,max} = 84MPa$ in presenza di vetro a comportamento elastico lineare, $\sigma_{vetro,max} = \sigma_R = 75.8MPa$ in presenza di vetro a comportamento elasto-fragile). Commenti simili possono essere estesi anche alle massime tensioni assiali nei montanti ($\sigma_{montante,max} = 71.30MPa$ in presenza di vetro a comportamento elastico lineare, $\sigma_{montante,max} = 69.91MPa$ in presenza di vetro a comportamento elasto-fragile), il che giustifica un termine di energia plastica $\Delta E_{plastica}$ nullo (Fig.145).

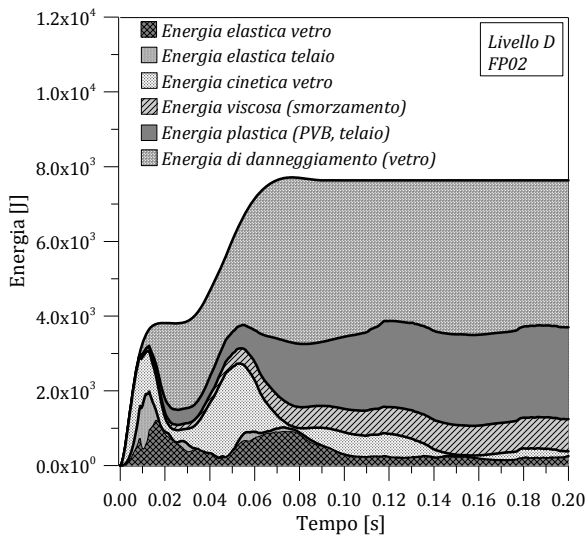


Fig.143. Bilancio energetico. Modello FP02 (ABAQUS).

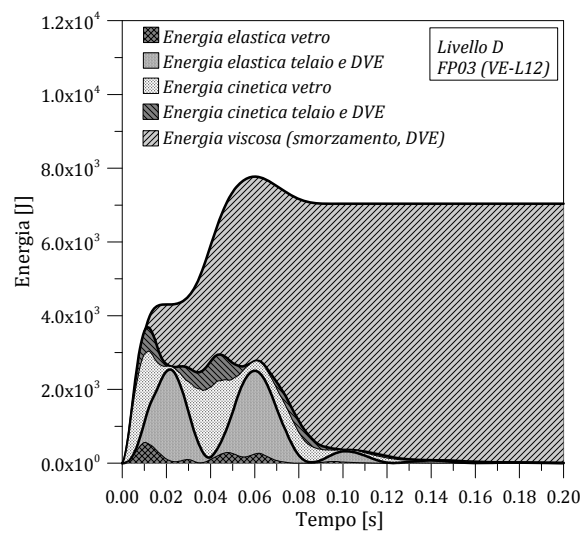


Fig.144. Bilancio energetico. Modello FP03 (ABAQUS).

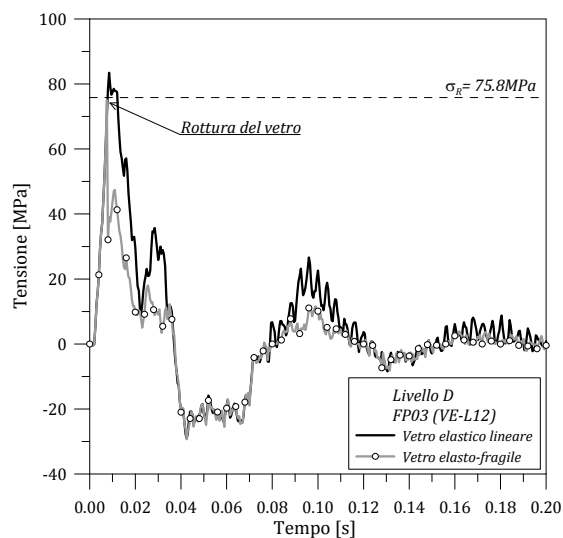


Fig.145. Tensione massima nel vetro, in funzione del tempo (ABAQUS).

4.3.3.4. Analisi numeriche – Esplosione di bassa intensità (Livello B)

In conclusione, al fine di estendere la validità dei dispositivi proposti, si sono eseguite ulteriori analisi dinamiche incrementalì sui modelli FP02 e FP03 (VE-L12) della facciata a pannelli sottoposta ad un carico da esplosione di bassa intensità (Livello B-GSA). Si tratta, in particolare, di un carico da esplosione caratterizzato da un'onda di pressione il cui andamento, simile a quanto proposto nella Fig.112, presenta un picco di pressione piuttosto ridotto ($p_r = 27.9\text{kPa}$), e rappresenta il carico da esplosione al quale la facciata analizzata è in grado di resistere in campo elastico.

I principali risultati vengono proposti per i due modelli nelle Fig.146-149. È interessante osservare che sebbene il carico applicato non comporti la rottura delle lastre di vetro, i benefici apportati dai dispositivi VE alla struttura sono notevoli. Le massime tensioni nel vetro risultano infatti $\sigma_{\text{vetro,max}}^{\text{FP02}} = 61\text{MPa}$ e $\sigma_{\text{vetro,max}}^{\text{FP03}} = 38\text{MPa}$ (Fig.146, $\Delta\sigma = 38\%$). Simili effetti possono essere osservati anche nella sigillatura di silicone strutturale (Fig.147). In particolare, si osserva che in presenza di staffe rigide di supporto la sigillatura tenderebbe a rompersi ($\tau_{\text{silicone,max}}^{\text{FP02}} = 3.059\text{MPa}$), mentre in presenza di dispositivi VE è fortemente mitigato dall'esplosione ($\tau_{\text{silicone,max}}^{\text{FP03}} = 0.315\text{MPa}$). Indubbiamente, questo aspetto costituisce uno dei principali benefici apportati dai dispositivi VE al sistema in vetro-acciaio analizzato. In quanto permette di garantirne l'integrità anche a seguito di eventi eccezionali come le esplosioni. Per quanto riguarda i montanti verticali, dalle simulazioni eseguite è emerso che le massime tensioni assiali risultano $\sigma_{\text{montante,max}}^{\text{FP03}} = 31\text{MPa}$ nel modello FP03 (Fig.148), ovvero circa 1/3 rispetto a quanto ottenuto in presenza di staffe rigide ($\sigma_{\text{montante,max}}^{\text{FP02}} = 93\text{MPa}$, $\Delta\sigma = 67\%$). Di conseguenza, anche le massime reazioni trasmesse alla struttura retrostante vengono ridotte in modo significativo dai dispositivi VE ($\Delta R = 54\%$, Fig.149).

In conclusione, i risultati proposti dimostrano che simili dispositivi, se opportunamente dimensionati, possono permettere di ottenere importanti benefici strutturali ed energetici in simili strutture, sia in presenza di carichi da esplosione di generica intensità, sia in presenza di carichi dinamici ordinari (vento, vibrazioni indotte dal traffico,...). Indubbiamente, si tratta di risultati preliminari che dovrebbero essere accostati ad ulteriori simulazioni o prove sperimentali, ma rappresentano certamente un interessante punto di partenza per ulteriori sviluppi.

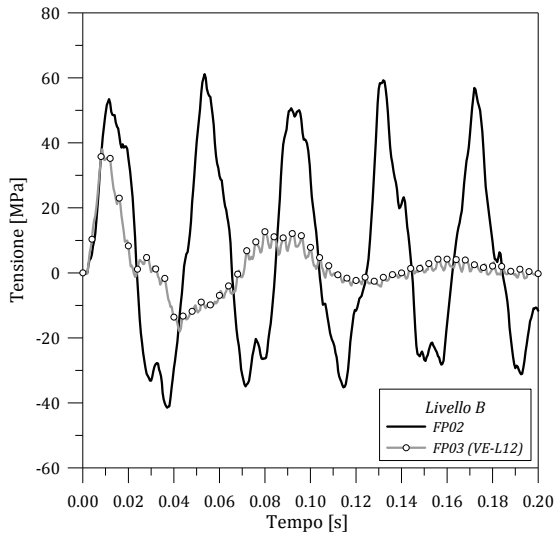


Fig.146. Tensione massima nel vetro, in funzione del tempo (ABAQUS).

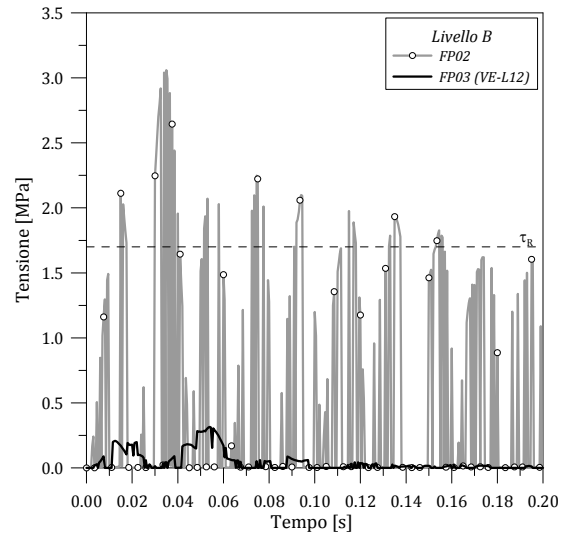


Fig.147. Tensione tangenziale massima nel silicone (involuppo massimo), in funzione del tempo (ABAQUS).

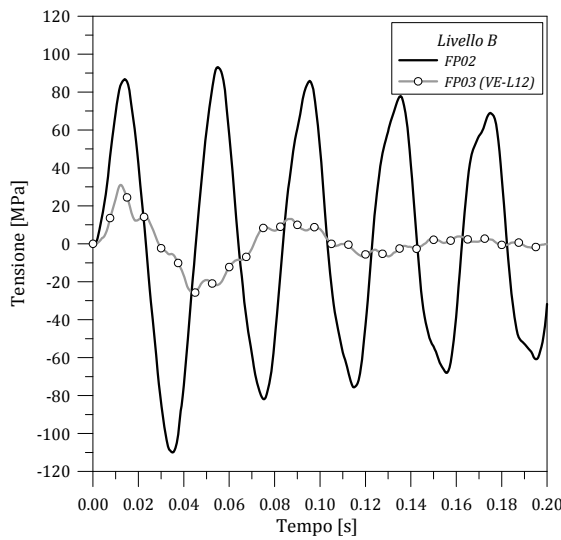


Fig.148. Massime tensioni assiali nei montanti verticali, in funzione del tempo (ABAQUS).

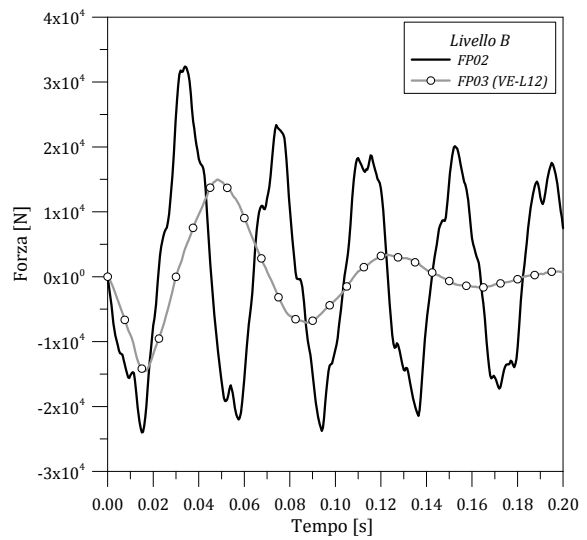


Fig.149. Massima reazione trasmessa alle staffe rigide, in funzione del tempo (ABAQUS).

5. Conclusioni

La presente Tesi di Dottorato ha avuto come principali obiettivi l'analisi dei problemi di stabilità negli elementi in vetro strutturale e lo studio innovativo di facciate in vetro-acciaio sottoposte a carico da esplosione.

A tale scopo, relativamente alla stabilità dell'equilibrio, sono stati analizzati i fattori geometrici e meccanici che caratterizzano il comportamento di varie tipologie di elemento (trave o pannello) in vetro monolitico, vetro stratificato, vetro-camera, sottoposte a diverse condizioni di carico (compressione, flessione, taglio nel piano) o di vincolo. Per ciascuna tipologia di elemento è stato proposto un modello analitico in grado di descriverne in modo accurato il comportamento non lineare e di consentire una semplice ma realistica verifica di stabilità.

I modelli analitici proposti per l'analisi delle travi in vetro stratificato compresse o inflesse, in particolare, si sono basati sulla teoria originariamente formulata da Newmark per lo studio del comportamento flessionale di travi composte a connessione deformabile. Il vantaggio di un simile modello analitico consiste nella possibilità di prendere in considerazione l'effettivo livello di connessione offerto dall'intercalare. Al tempo stesso, permette di considerare in fase di verifica la presenza di eventuali imperfezioni (geometriche, od eccentricità), così come di ulteriori carichi esterni contemporanei all'azione principale. Dal confronto tra risultati analitici, numerici e sperimentali, emerge l'accuratezza della formulazione proposta.

Diversamente, nel caso dei pannelli in vetro stratificato sottoposti a compressione o taglio nel piano, la soluzione proposta si basa sul concetto di spessore equivalente già molto utilizzato nell'ingegneria civile per il dimensionamento di varie tipologie di struttura composta. L'approccio proposto, in particolare, trova applicazione nell'analisi di pannelli in vetro stratificato sottoposti a compressione o taglio nel piano, in condizioni di semplice appoggio lungo i bordi. Mediante opportuni coefficienti correttivi calibrati analiticamente, un simile approccio può essere applicato all'analisi di pannelli in svariate condizioni di vincolo, così come può essere utilizzato nelle simulazioni numeriche per semplificare tanto la modellazione quanto la durata delle analisi.

Con riferimento a dati sperimentali e numerici disponibili in letteratura, è infine stato proposto un metodo per la verifica di stabilità degli elementi in vetro strutturale basato sull'approccio convenzionalmente adottato per la verifica di elementi strutturali tradizionali.

Per quanto riguarda lo studio del comportamento di facciate in vetro-acciaio sottoposte a carico da esplosione, due tipologie di facciata sono state analizzate. La prima consiste in una facciata continua a lastre indipendenti, sostenuta da cavi pretesi di controvento, mentre la seconda rappresenta una tipica facciata a pannelli, in cui la singola lastra di vetro è sostenuta da un telaio

metallico. In entrambe le circostanze, opportuni modelli numerici hanno permesso di evidenziarne le criticità per effetto di un carico da esplosione di forte intensità.

Sulla base di alcune considerazioni di tipo energetico, sono quindi stati analizzati gli effetti su strutture simili dotate di appositi dispositivi di mitigazione, evidenziandone i benefici strutturali ed energetici, ed indicando una possibile procedura analitica di dimensionamento.

Per la facciata sostenuta da cavi pretesi, in particolare, sono state studiate tre diverse tipologie di dispositivo. I primi due dispositivi consistono rispettivamente in un giunto ad attrito ed in un giunto elastoplastico da inserire ad una delle estremità di ciascun cavo di controvento. Come illustrato, si tratta di dispositivi che manifestano principalmente i propri benefici strutturali nei cavi pretesi. Per effetto dello scorrimento della componente ad attrito, è infatti possibile contenere l'aumento delle massime forze assiali nei cavi per effetto di un'esplosione. Nel caso dei giunti elastoplastici, è inoltre possibile usufruire non solo della componente ad attrito ma di ulteriori benefici dovuti ad una componente elastica in grado di assorbire parte dell'energia d'ingresso, e di mitigare quindi i cavi. Evidentemente, simili dispositivi risultano efficaci solo in presenza di esplosioni di forte intensità, mentre non vengono attivati in presenza di carichi da esplosione di medio / bassa intensità o di carichi dinamici ordinari. Allo stesso tempo, il loro utilizzo non permette di mitigare gli effetti di un'eventuale esplosione nei pannelli di vetro, che rimangono sollecitati in modo significativo. La terza tipologia di dispositivo analizzata per la stessa facciata a cavi pretesi consiste in una serie di connettori viscoelastici, da sostituire ai connettori a ragno convenzionali. La loro potenzialità consiste nell'introdurre deformabilità aggiuntiva e capacità dissipative nel sistema in vetro-acciaio tradizionale, apportando notevoli benefici strutturali nei pannelli di vetro così come nei cavi di controvento. Inoltre, si tratta di un dispositivo che permette di mitigare la facciata in presenza di un qualsiasi carico dinamico.

Per la seconda tipologia di facciata, vengono invece analizzati gli effetti di dispositivi viscoelastici da introdurre nei punti di fissaggio del telaio metallico. Anche in tale circostanza, come illustrato, i benefici strutturali sono notevoli, tanto in presenza di un'esplosione di forte intensità quanto per effetto di un carico da esplosione di bassa intensità o di un carico dinamico ordinario. I dispositivi analizzati permettono infatti di ridurre in modo significativo le tensioni massime nelle lastre di vetro, e di conseguenza di mitigare la sigillatura di silicone così come il telaio metallico.

6. Bibliografia

- ABAQUS® version 6.9 (2009), Simulia, Pawtucket, R.I. 02860 USA.
- Aiello, S., Campione, G., Minafò, G., Scibilia, N. (2011): "Compressive behaviour of laminated structural glass members", *Engineering Structures*, 33, pp.3402-3408.
- Allen, H.G. (1969): "Analysis and design of structural sandwich panels", Pergamon Press.
- Amadio, C., Bedon, C. (2010): "Buckling of laminated glass elements in out-of-plane bending", *Engineering Structures*, 32(11) pp.3780-3788.
- AS 1288 (2006): "Glass in buildings – Selection and installation", Australian Standard.
- Aşık, M.Z., Tezcan, S. (2005): "Laminated glass beams: Strength factor and temperature effect", *Comput. Struct.*, 83, pp.1742-1753.
- ASTM E1300 (2009): "Standard practice for determining load resistance of glass in buildings".
- Bagger, A., Petersen, R.I. (2009): "Structural use of glass: cruciform columns and glass portals with bolted connections subjected to bending", *Proceedings of Glass Performance Days*, pp.381-385.
- Belis, J. (2006): "Kipsterkte van monolitische en gelamineerde glazen liggers", Doctoraatsthesis, Laboratorium voor Modelonderzoek, Universiteit Gent, ISBN: 90-8578-034-9 (<http://lib.ugent.be>).
- Belis, J., Mocibob, D., Luible, A., Vanderbroek, M. (2011): "On the size and shape of initial out-of-plane curvatures in structural glass components", *Construction and Building Materials*, 25, pp.2700-2712.
- Belis, J., Vander Beken, J., Van Impe, R., Callewaert, D. (2007): "Performance of glass-ionoplast laminates above room temperature", *Proceedings of Glass Performance Days*, pp.639-642.
- Belis, J., Van Impe, R., Buffel, P., Vanlaere, W. (2003): "Monolithic calculation model for the out-of-plane bending of laminated glass beams", *Proceedings of Glass Processing Days*.
- Bennison, S.J., Jagota, A., Smith, C.A. (1999): "Fracture of glassy/poly(vinyl butyral) (Butacite®) laminates in biaxial flexure", *J. Am. Ceram. Soc.*, 82(7), pp.1761-1770.
- Bennison, S.J., Quin, M.H.X., Davies, P.S. (2008): "High-performance laminated glass for structurally efficient glazing", *Innovative light-weight structures and sustainable Façades*, Hong Kong.

- Bernard, F., Daudeville, L. (2009): "Point fixings in annealed and tempered glass structures: Modeling and optimization of bolted connections", *Engineering Structures*, 31, pp.946-955.
- Blaauwendraad, J. (2007): "Buckling of laminated glass columns", *Heron*, 52(1-2), pp.147-164 (<http://heron.tudelft.nl>).
- Brendler, S., Haufe, A., Ummenhofer, T. (2004): "A Detailed Numerical Investigation of Insulated Glass subjected to the Standard Pendulum Test", *Proceedings of the 3° LS-DYNA FORUM*, Bamberg, www.dynamore.de/download/af04/papers/F-I-5.pdf.
- Bulson. P.S. (1997): "Explosive Loading of Engineering Structures", E & FN Spon, Chapman & Hall, London.
- Cagnacci, E., Orlando, M., Spinelli, P. (2010): "Il vetro come materiale strutturale", Edizioni Polistampa, ISBN: 978-88-596-0837-0.
- Calderone, I., Davies, P.S., Bennison, S.J., Xiaokun, H., Gang, L. (2009): "Effective laminated thickness for the design of laminated glass", *Proceedings of Glass Performance Days*.
- Carrè, H., Daudeville, L. (1999): "Load-Bearing Capacity of Tempered Structural Glass", *J. of Engineering Mechanics*, 125(8).
- Čas, B., saje, M., Planinc, I. (2007): "Buckling of layered wood columns", *Adv. Eng. Softw.*, 38, pp.586-597.
- Chesnokov, A.G., Chesnokov, S.A. (2005): "Some Steps in the Methods of the IGU Characteristics Calculation Evolution", *Proceedings of Glass Processing Days*.
- Chopra, A.K. (2011): "Dynamics of Structures – Theory and Applications to Earthquake Engineering", Fourth Edition, Prentice Hall.
- Corely, W.G., Mlakar, P.F., Sozen, M.A., Thotnton, C.H. (1998): "The Oklahoma City Bombing: Summary and Recommendations for Multihazard Mitigation", *J. of Performance of constructed Facilities*, 12(3), pp.100-112.
- Deng, R., Jin, X. (2010): "Numerical Simulation for Blast analysis of Insulating Glass in a Curtain Wall", *Int. J. for Comp. Methods in Eng. Science and Mechanics*, 11(3), pp.162-171.
- Dharani, L.R., Wei, J. (2004): "Dynamic response of laminated glass panels subjected to blast loading", *Structures under shock and impact VIII*, Crete, Greece, 15, pp.181-190
- Eekhout, M., Van de Rotten, P. (2009): "Development of a Super Slim Façade System for INHolland Polytechnic, Delft", *Proceedings of Glass Performance Days*.
- Eekhout, M., Weber, L., Niderehe, S. (2009): "Transparent Cubical Glass Building in Madrid", *Proceedings of Glass Performance Days*.

- Englhardt, O. (2007): "Flächentragwerke aus glas – Tragverhalten und Stabilität", Dissertation zur Erlangung des Doktorgrades an der Universität für Bodenkultur Wien.
- Feldmann, M., Langosch, K. (2010): "Knickfestigkeit und einheitliche Knickkurven für scheibenförmige Glasstützen mit Monoglasquerschnitt aus TVG und ESG", *Ernst & Sohn*, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG, Berlin – Stahlbau Spezial 2010-Konstruktiver Glasbau.
- Feldmeier, F. (2003): "Insulating Units Exposed to Wind and Weather – Load Sharing and Internal Loads", *Proceedings of Glass Processing Days*.
- Feng, R.Q., Zhang, L.L., Wu, Y., Shen, S.Z. (2009): "Dynamic performance of cable net facades", *J. of Constructional Steel Research*, 65, pp. 2217-2227.
- Golafshani, A.A., Rahani, E.K., Tabeshpour, M.R. (2006): "A new high performance semi-active bracing system", *Engineering Structures*, 28, pp.1972-1982.
- Gowda, B., Heydari, N. (2010): "High Displacement Glass Seismic Systems", *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, pp.170-176.
- GSA-TS01-2003 (2003): "Standard Test Method for Glazing and Window Systems Subject to Dynamic Overpressure Loadings", U.S. General Service Administration.
- Haldimann, M. (2006): "Fracture Strength of Structural Glass Elements – Analytical and numerical modeling, testing and design", Thèse EPFL 3671, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- Haldimann, M., Luible, A., Overend, M. (2008): "Structural use of glass", *International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE)*, Switzerland.
- Hautekeer, J.P., Monga, F., Giesecke, A., O'Brien, B. (2001): "The Use of Silicone Sealants in Protective Glazing Applications", *Proceedings of Glass Processing Days*.
- HAZL (2004): Window fragment hazard level analysis, version 1.2, US Army Engineering Research & Development Centre, Vicksburg MS 39180-6199.
- HOSDB (1997): Special Services Group, Explosion Protection. "Glazing hazard guide – Charts", Security Facilities Executive (now the Home Office Scientific Development Branch), Report SSG/EP/3/97.
- Jara, J.M. (2009): "Seismic response of buildings with energy dissipating systems built in soft soils", *Engineering Structures*, 31(5), pp. 204-216.
- Jiang, Y., Li, G. (2010): "A modified approach of energy balance concept based multimode pushover analysis to estimate seismic demands for buildings", *Engineering Structures*, 32(5), pp.1272-1283.

- Kasper R, Sedlacek G, Feldmann M (2007), "Das Biegedrillknickverhalten von Glasträgern aus Verbundglas", Ernst & Sohn, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG, Berlin.
- Kranzer, C., Gürke, G., Mayrhofer, C. (2005): "Testing of Bomb Resistant Glazing Systems – Experimental Investigation of the Time Dependent Deflection of Blast Loaded 7.5 mm Laminated Glass", *Proceedings of Glass Processing Days*.
- Kryžanowski, A., Schnabl, S., Turk, G., Planinc, I. (2009): "Exact slip-buckling analysis of two-layer composite columns", *Int. J. Solids Struct.*, 46(14-15), pp.2929-2938.
- Kuenzi, E.W., Ericksen, W.S., Zahn, J.J. (1975): "Shear stability of flat panels of sandwich Construction", Armed services technical information agency, Virginia.
- Lai, M.L., Lu, P., Lunsford, D.A., Chang, K.C., Kasai, K. (1996): "Viscoelastic damper: a damper with linear or nonlinear material?". *Proceedings of 11th World Conference on Earthquake Engineering*, Acapulco, Mexico.
- Larcher, M. (2008): "Simulation of Several Glass Types Loaded by Air Blast Waves", *Joint Research Centre Technical Note*, Pubsy: JR48240.
- Larcher, M., Solomos, G. (2010): "Laminated glass loaded by air blast waves – Experiments and numerical simulations", *Joint Research Centre Technical Note*, Pubsy: JRC57559.
- Larcher, M., Solomos, G., Casadei, F., Gebbeken, N. (2012): "Experimental and numerical investigations of laminated glass subjected to blast loading", *Int. J. of Impact Engineering*, 39, pp.42-50.
- Li, Q.S., Li, G.Q. (2005): "Time-dependent reliability analysis of glass cladding under wind action", *Engineering Structures*, 27, pp.1599-1612.
- Lindner, J., Holberndt, T. (2006): "Zum Nachweis von Stabilitätsgefährdeten Glasträgern unter Biegebeanspruchung", Berlin: Ernst & Sohn, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG.
- Loughran, P. (2003): "Falling glass – problems and solutions in contemporary architecture", Birkhäuser-Publishers for Architecture: Basel, Boston.
- Louter, C. (2011): "Fragile yet Ductile – Structural Aspects of Reinforced Glass Beams", Dissertation, ISBN: 978-90-8570-743-1 (<http://repository.tudelft.nl>).
- Luible, A. (2004): "Stabilität von Tragelementen aus Glas", Thèse EPFL 3014, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (<http://icom.epfl.ch/publications>).
- Luible, A., Crisinel, M. (2004): "Buckling strength of glass elements in compression", *Struct. Eng. Int.*, 14(2), pp.120-125.

- Luible, A., Crisinel, M. (2006): "Design of glass beams subjected to lateral torsional buckling", *Proceedings of the IABSE Symposium "Responding to Tomorrow's Challenges in Structural Engineering"*, Budapest, Hungary.
- Matrosov, V.M., Malikov, A.I. (1993): "The development of the ideas of A.M. Lyapunov over one hundred years: 1892-1992 (Russian)", *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Mat.* (4), pp.3-47.
- Meissner, M., Sackmann, V. (2006): "On the effect of artificial weathering on the shear bond and the tear strength of two different interlayers of laminated glass", *ISAAG*, Munich, Germany.
- Mocibob, D. (2008): "Glass panel under shear loading – use of glass envelopes in building stabilization", Thèse EPFL 4185, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (free download: <http://icom.epfl.ch/publications>).
- Morison, C. (2007): "The resistance of laminated glass to blast pressure loading and the coefficients for single degree of freedom analysis of laminated glass", Ph.D. Thesis, Cranfield University.
- Mualla, I.H., (2000): "Experimental evaluation of new friction damper device", *Proceedings of 12th WCEE*.
- Neugebauer, J. (2009): "A Design Concept for Bent Insulated Glasses for the Reading Room of the Berlin State Library", *Proceedings of Glass Performance Days*.
- Newmark, N.M., Siess, C.P., Viest, I.M. (1951): "Tests and analysis of composite beams with incomplete interaction", *Proc. Soc. Exp. Stress Anal.*, 9(1), pp.75-92.
- Norville, H.S., Conrath, E.J. (2006): "Blast-resistant Glazing Design", *J. of Architectural Engineering*, 12, pp.129-136.
- ÖNORM B 3716 (2006): "Part 1 – glas im Bauwesen", Austrian Standards Institut.
- Panait, A., Cossavella, M., Delsahut, G., Galéa, J.L., Morcant, K. (2007): "Insulating glass units: the effects of seal stresses and deformations on durability and service life", *Proceedings of Glass Performance Days*.
- Park, Y.J., Ang, H.S., Eeri, M., Wen, Y.K. (1987): "Damage-limiting aseismic design of buildings", *Earthquake Spectra*, 2(1), pp.1-26.
- Park, J.H., Moon, B.W., Min, K.W., Lee, S.K., Kim, C.K. (2007): "Cyclic loading test of friction-type reinforcing members upgrading wind-resistant performance of transmission towers", *Engineering Structures*, 29(11), pp.3185-3196.
- Plantema, F. (1966): "Sandwich construction – the bending and buckling of sandwich beams, plates and shells", John Wiley & Sons.

- prEN 13474-3: 2009 (2009): "Glass in building – Determination of the strength of glass panes – Part 3: General method of calculation and determination of strength of glass by testing" – DRAFT, European Committee for Standardisation (CEN), Brussels, Belgium.
- prEN 1990: 2002 (2002): "Eurocode – Basis of structural design", European Committee for Standardisation (CEN), Brussels, Belgium.
- Sahoo, D.R., Rai, D.G. (2010): "Seismic strengthening of non-ductile reinforced concrete frames using aluminum shear links as energy-dissipation devices", *Engineering Structures*, 32(11), pp.3548-3557.
- Schlaich, J., Schober, H., Moschner, T. (2005): "Prestressed cable net facades", *Struct. Eng. Int.*, 15(1), pp.36-39.
- Schnabl, S., Saje, M., Turk, G., Planinc, I. (2007): "Analytical solution for two-layer beam taking into account interlayer slip and shear deformation", *J. Struct. Eng.*, 133(6), pp.886-894.
- Smith, P., Rose, T. (2002): "Blast Loading and Building Robustness", *Progress in Structural Engineering and Materials*, 4, pp.213-223.
- Sommer, E. (1969): "Formation of fracture "lances" in glass", *Engineering Fracture Mechanics*, 1(3).
- Soong, T.T., Dargush, G.F. (1997): "Passive energy dissipation systems in structural engineering", Wiley.
- Southwell, R., Skan, S. (1924): "On the stability under shearing forces of a flat elastic strip", *Proceedings of Royal Society of London, Series A*.
- Stamm, K., Witte, H. (1974): "Sandwichkonstruktionen – Berechnung, fretigung, ausführung", Wien: Springer Verlag, Germany.
- Timoshenko, S. (1989): "Theory of plates and shells", McGraw-Hill Book Company.
- TM 5-1300 (1990): "The Design of Structures to Resist the Effects of Accidental Explosions", U.S. Departments of the Army, the Navy and the Air Force, Technical Manual, Washington DC.
- TRLV (2006): "Technische Regeln für die Verwendung von linienförmig gelagerten Verglasungen [Technical Rules for linear supported glazing]", Mittlg. DIBt, Berlin, 2006, 9.
- Uang, C.M., Bertero, V.V. (1990): "Evaluation of seismic energy in structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 19, pp.77-90.
- UNI EN 1993-1-1: 2005: "Eurocode 3 – Design of Steel Structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings".

- UNI EN 572-2 (2004): "Vetro per l'edilizia – Prodotti di base di vetro di silicato sodio-calcico – Parte 2: Vetro float".
- Veer, F.A., Nägele, T., Janssen, M.J.H.C. (2005): "The possibilities of glass bond adhesive", *Proceedings of Glass Performance Days*.
- Vyzantiadou, M.A., Avdelas, A.V. (2004): "Point fixed glazing systems: technological and morphological aspects", *Journal of Constructional Steel Research*, 60(8), pp.1227-1240.
- Vollers, K., Van den Engel, G. (2005): "Framing Systems for Façades of Non-Standard Geometry", *Proceedings of Glass Processing Days*.
- Weggel, D.C., Zapata, B.J. (2008): "Laminated Glass Curtain Walls and Laminated Glass Plies Subjected to Low-level Blast Loading", *J. of Structural Engineering*, 134, pp.466-477.
- Weggel, D.C., Zapata, B.J., Kiefer, M.J. (2007): "Properties and Dynamic Behavior of Glass Curtain Walls with Split Screw Spline Mullions", *J. of Structural Engineering*, 133, pp.1415-1425.
- Wei, J., Dharani, L. (2005): "Fracture mechanics of laminated glass subject to blast loading", *Theor. Appl. Fract. Mech.*, 44(2), pp.157–167.
- Wei, J., Shetty, M.S., Dharani, L. (2005): "Failure analysis of architectural glazing subjected to blast loading", *Engineering Failure Analysis*, 13, pp.1029-1043.
- Weller, B., Wunsch, J., Härth, K. (2005): "Experimental study on different interlayer materials for laminated glass", *Proceedings of Glass Processing Days*.
- Wellershoff, F., Sedlacek, G., (2005): "Stabilization of Building Envelopes with the use of the Glazing", *Proceedings of Glass Processing Days*.
- Wölfel, E. (1987): "Nachgiebiger Verbund eine Näherungslösung und deren Anwendungsmöglichkeiten", *Stahlbau* 6, pp.173–80.
- Wolmir, A.S. (1962): "Biegsame platten und schalen, VEB Verlag für Bauwesen", Berlin.
- Wörner, J.D., Schneider, J., Fink, A. (2001): "Glasbau: Grundlagen, Berechnung, Konstruktion", Springer, ISBN: 3-540-6681-0.
- Xu, R., Wu, Y. (2007): "Static, dynamic and buckling analysis of partial interaction composite members using Timoshenko's beam theory", *Int. J. Mech. Sci.*, 49(10), pp.1139-1155.
- Zenkert, D. (1997): "The handbook of sandwich construction", United Kingdom: Engineering Materials Advisory Service Ltd.

Zhao, S., Dharani, L.R., and Liang, X. (2008). "Analysis of Damage in Laminated Architectural Glazing Subjected to Blast Loading", *Advances in Structural Engineering*, 11, pp.129-134.

Publicazioni scientifiche

Aggiornato: 03/04/2012

Articoli su riviste internazionali

- Amadio, C., Bedon, C. (2010). *"Buckling of laminated glass elements in out-of-plane bending"*, Engineering Structures, Elsevier, Volume 32, Issue 11, November 2010, pp.3780-3788.
- Amadio, C., Bedon C. (2011). *"Buckling of laminated glass elements in compression"*, Journal of Structural Engineering, Asce, Volume 137, Number 8, August 2011.
- Amadio, C., Bedon, C. (2011). *"An analytical model for buckling evaluation of laminated glass beams in bending and compression"*, Proceedings of the XXV A.T.I.V. International Conference. Glass – When Technology Meets Design. Session: Building with Glass. Glass Worldwide Magazine, issue 35 2011, Chameleon Business Media Ltd.
- Bedon, C., Amadio, C. (2012). *"Buckling of flat laminated glass panels under in-plane compression or shear"*, Engineering Structures, Elsevier, Volume 36, March 2012, pp.185-197.
- Amadio, C., Bedon, C. (2012). *"Elastoplastic dissipative devices for the mitigation of blast resisting cable-supported glazing façades"*, Engineering Structures, Elsevier, Volume 39, June 2012, pp.103-115.

Atti di convegno

- Amadio, C., Bedon, C. (2010). *"Mitigation of blast resistant glazing façades supported by prestressed cables by using dissipative devices"*; Handling Exceptions - Structural Engineering. Roma, July 8-9, 2010. Editor: Franco Bontempi. DOI: 10.3267/HE2010 (www.francobontempi.org).

- Amadio, C., Bedon, C. (2010). *“An analytical model for buckling evaluation of laminated glass beams in bending and compression”*, Proceedings of the XXV A.T.I.V. International Conference: Glass – When Technology Meets Design. Session: Building with Glass. Parma, November 18-19, 2010. ISBN: 88-901491-2-4.
- Amadio, C., Bedon, C. (2011). *“Buckling verification of laminated glass panels under in-plane compression”*, Proceedings of XXIII CTA – Italian Steel Conference, pp.877-888. Lacco Ameno, Ischia (NA), October 9-12, 2011 (italiano). ISBN 978-88-89972-23-6.
- Amadio, C., Bedon, C. (2011). *“Buckling verification of insulated glass units in compression”*, Proceedings of XXIII CTA – Italian Steel Conference, pp. 865-876. Lacco Ameno, Ischia (NA), October 9-12, 2011 (italiano). ISBN 978-88-89972-23-6.
- Amadio, C., Bedon, C. (2012). *“Analytical approaches for buckling verification of in-plane loaded laminated glass columns and panels”*, Challenging Glass 3, International Conference on the Architectural and Structural Applications of Glass, 28&29 June 2012, TU Delft, The Netherlands (accettato, in stampa).

In revisione

- Amadio, C., Bedon, C. (2011). *“A frictional system for the mitigation of cable-supported façades subjected to high-level blast loading”*, International Journal of Civil Engineering.
- Amadio, C., Bedon, C. (2011). *“Dissipative devices for the blast mitigation of glazing façades supported by prestressed cables”*, Structural Engineering and Mechanics, An International Journal, Techno-Press.
- Amadio, C., Bedon, C. (2011). *“Blast analysis of laminated glass curtain walls equipped by viscoelastic dissipative devices”*, Engineering Structures, Elsevier.
- Amadio, C., Bedon, C. (2011). *“Viscoelastic spider connectors for the mitigation of cable-supported façades subjected to air blast loading”*, Engineering Structures, Elsevier.
- Amadio, C., Bedon, C. (2012). *“Buckling Verification of Laminated Glass Elements in Compression”*, Journal of Civil Engineering Science (JCES), World Academic Publishing, www.ij-ces.org.